

Лютий Р. В.

**Аналітичний метод розрахунку теплових полів
ливарних стрижнів**

Liutyi R.

**Analytical method of calculation of thermal fields
of foundry cores**

Метою роботи є створення на основі аналізу теплофізичних параметрів та закономірностей математичної методики, яка дає змогу розраховувати розподіл теплових полів у ливарних формах і стрижнях за допомогою системи аналітичних формул.

Розроблений та представлений у цій публікації метод розрахунку теплових полів у ливарних формах і стрижнях базується на методі кінцевих різниць. При цьому велику увагу приділено розрахункам динаміки зміни температур поверхні ливарного стрижня та його центра. У статті показано, що основою для правильного розрахунку теплового поля стрижня є встановлення зміни температури його поверхні у перші декілька секунд після початку контакту із розплавом. Усі наявні на сьогодні методи не враховують цю зміну температури.

Введено нове поняття – період теплової інерційності стрижня. Це період часу, протягом якого температура його поверхні зростає від початкового значення (температури навколишнього середовища) до значення, яке відповідає температурі поверхні виливка. Період теплової інерційності залежить виключно від теплофізичних властивостей стрижня.

Для розрахунку зміни температури в центрі ливарного стрижня застосовано модифікований метод С. Шварца: замість незмінної температури контакту «виливок-стрижень» у формулі враховано попередньо встановлену динаміку зміни цієї температури.

За створеною математичною методикою проведено розрахунки теплових полів циліндричних ливарних стрижнів діаметрами 50 мм і 16 мм. Представлено порівняння результатів розрахунків за розробленим методом і з використанням існуючого програмного забезпечення. Різниця розрахункових температур становить 100 °C і більше. Особливо відчутною є різниця при визначенні теплових полів стрижня меншого діаметра, що пов'язано із швидкою динамікою зміни температури поверхні виливка, яку наявні на сьогодні методи також не враховують.

Розроблену математичну методику може бути запропоновано як теоретичну основу для уточнення прикладних комп'ютерних програм з ливарного виробництва.

АНАЛІТИЧНИЙ ЗАКОН, ВИЛИВОК, ЛИВАРНИЙ СТРИЖЕНЬ, МЕТОД КІНЦЕВИХ РІЗНИЦЬ, ПЕРІОД ТЕПЛОВОЇ ІНЕРЦІЙНОСТІ, ПОВЕРХНЯ, РОЗРАХУНОК, ТЕМПЕРАТУРА, ТЕПЛОВЕ ПОЛЕ

The aim of the work is to create on the basis of the analysis of thermophysical parameters and regularities of mathematical methods, which allows to calculate the distribution of thermal fields in molds and rods using a system of analytical formulas.

The method of calculating thermal fields in foundry molds and rods developed and presented in this publication is based on the finite difference method. Much attention is paid to the calculations of the dynamics of changes in the surface temperatures of the casting rod and its center. The article shows that the basis for the correct calculation of the thermal field of the rod is to establish the change in surface temperature in the first few seconds after the start of contact with the melt. All currently available methods do not take into account this change in temperature.

A new concept is introduced - the period of thermal inertia of the rod. This is the period of time during which its surface temperature rises from the initial value (ambient temperature) to a value corresponding to the surface temperature of the casting. The period of thermal inertia depends exclusively on the thermophysical properties of the rod.

To calculate the temperature change in the center of the casting rod, a modified method of S. Schwartz was used: instead of the constant contact temperature of the "casting-rod" in the formula takes into account the previously established dynamics of changes in this temperature.

The thermal fields of cylindrical foundry rods with diameters of 50 mm and 16 mm were calculated according to the created mathematical method. A comparison of the results of calculations according to the developed method and with the use of existing software is presented. The difference in design temperatures is 100 oC and more. The difference in determining the thermal fields of a smaller diameter rod is particularly noticeable, which is due to the rapid dynamics of changes in the surface temperature of the casting, which is currently not taken into account by current methods.

The developed mathematical technique can be offered as a theoretical basis for refining applied computer programs for foundry production.

ANALYTICAL LAW, CASTING, FOUNDRY ROD, FINIAL DIFFERENCE METHOD, PERIOD OF THERMAL INERTIENCE, SURFACE, CALCULATION, TEMPERATURE

Аналіз літературних даних та постановка проблеми.

Основною метою математичних розрахунків у ливарному виробництві є отримання системи раціональних теоретичних уявлень і аналітичних методів, які дають змогу з необхідною для практичних цілей точністю розраховувати параметри технологічного процесу [1].

Вперше приблизний закон розподілу температур по перерізу виливка і ливарної форми було встановлено на початку 30-х рр. XX ст. професором математики С. Шварцем [2]. Залежності побудовано на основі інтегралу ймовірності Гаусса. Зараз указана система рівнянь називається формулами Стефана – Шварца [1-6].

Надалі способи розрахунку удосконалювали за

допомогою внесення додаткових параметрів і уточнення коефіцієнтів. Баландін Г.Ф. узагальнив інформацію щодо розрахунків процесів теплообміну в системі виливок-форма і створив аналітичні формули для визначення тривалості твердіння і охолодження виливків у разових (неметалевих) ливарних формах [4, 5]. Ці формули покладено в основу більшості сучасних розрахункових методів та програмного забезпечення ливарних процесів.

Теплове поле ливарної форми (а тим більше стрижня) визначає інтенсивність процесів теплопередачі на границі з металевим розплавом, а також фізико-хімічні процеси, які відбуваються як у самому матеріалі форми, так і між нею і металевим розплавом. Вірна інтерпретація усього комплексу названих процесів лежить в основі керування якістю литих деталей. Але вона неможлива без розрахунку теплового поля із статистично достатньою точністю.

Вважається, що комп'ютерні програми моделювання ливарних процесів «MAGMASOFT», «ProCAST», «WinCAST», «LVMFlow», «NovaFlow», «Полігон» [1] дають необхідну точність теплових розрахунків, проте це не зовсім так. Теоретичне вивчення процесів перенесення тепла із відповідним складанням математичних моделей, які максимально точно відтворюють сутність процесів, практично зупинилося з появою обчислювальної техніки. Але основні теплові задачі на той момент не було остаточно вирішено. Немає аналітичних рішень для розподілу теплового поля в металевому розплаві і виливку в процесі затвердіння і подальшого охолодження. Також відсутні аналітичні рішення для розрахунку динаміки зміни температури поверхні ливарної форми або стрижня.

Як правило, програми побудовано на методах кінцевих елементів або кінцевих різниць [7-16]. Однак ці методи потребують точного завдання граничних умов, однією з яких є температури поверхні виливка та форми (стрижня). Часто ці температури прирівнюють одну до одної для усього періоду розрахунку, не враховуючи початковий етап, на якому поверхня форми нагрівається, а поверхня виливка, відповідно, охолоджується. Тому і комп'ютерні програми, які описують температурні поля виливка та форми, не дають точних результатів на початковому етапі теплової взаємодії.

Що стосується достатньої точності, у ливарному виробництві більшість розрахунків є приблизними, що пов'язано із багатофакторністю процесів. Тому забезпечити точність розрахунку на рівні 1,0 K, або ще більшу, не тільки не представляється можливим, але й абсолютно недоцільно для реальних умов. З іншого боку, якщо розглядається процес у температурних межах 1700...1800 K, то навіть при досить точному розрахунку із довірчою ймовірністю 0,95 похибка може становити 85...90 K. Така зміна температури матеріалу значною мірою впливає на його властивості, але вона залишається неврахованою. Це питання є акту-

альним для аналізу фізико-хімічних перетворень у складі формувальних та стрижневих сумішей.

Усі чисельні методи дають вирішення тільки за умови введення спрощень [7-14]. Першим поширеним спрощенням є прийняття змінної фізичної величини за константу. Другим – введення у розрахунок двох або більшої кількості взаємозалежних величин. У розрахунках теплових полів ливарних форм і стрижнів поширені обидва вказані недоліки. Наприклад, за константу часто приймають температуру поверхні форми, яка насправді швидко змінюється за складним законом.

Мета і завдання дослідження.

Метою роботи є створення на основі аналізу теплофізичних параметрів та закономірностей математичної методики, яка дає змогу розраховувати розподіл теплових полів у ливарних формах і стрижнях за допомогою системи аналітичних формул.

Розглядаючи систему «виливок – форма (стрижень)», зміну температури одного із них потрібно взяти за основу. Тоді другий об'єкт буде змінювати свою температуру залежно від першого. Під дією форми виливок твердне і охолоджується, віддає їй тепло. Форма нагрівається, починаючи з поверхні.

Первинним процесом очевидно слід вважати охолодження виливка і тепловіддачу від нього. До того ж, формули аналітичного визначення тривалості його твердіння і охолодження широко відомі і довели свою адекватність [4, 5]. Залежно від охолодження виливка, певним чином буде змінюватися температура поверхні ($T_{\text{пов}}$) і в інших шарах форми (стрижня).

Для проведення розрахунку теплового поля ливарного стрижня необхідно задати граничні умови, які полягають у визначеності температур на поверхні і в центрі стрижня у будь-який момент часу. Для цього сформульовано наступні теоретичні питання, вирішенню яких і присвячено дослідження:

1. Скільки часу пройде до моменту, коли температура поверхні форми (стрижня), яка стрімко нагрівається, зрівняється з температурою поверхні виливка, який динамічно охолоджується?

2. Яке значення температури контакту «метал – форма (стрижень)» буде у цей момент часу?

Враховуючи те, що поверхня стрижня нагрівається залежно від інтенсивності тепловіддачі від виливка та динаміки зміни температури його поверхні, спершу необхідно знайти відповіді на питання, які стосуються виключно виливка:

3. Як побудувати математичне рівняння, яке описує зниження температури поверхні виливка у контакті з ливарною формою? Яка тривалість охолодження поверхні виливка до температури солідусу?

4. Як визначити зміну температури поверхні виливка під час його кристалізації? І яка температура буде на поверхні виливка в момент завершення кристалізації?

Останні два питання вирішено у нашій попередній роботі [21].

Комплекс поставлених задач спрямовано на пошук оригінальних теплофізичних рішень, які у кінцевому підсумку мають прикладний характер. Тому створення методів розрахунку теплових полів виконано на реальних прикладах.

Об'єктом розрахунку №1 є ливарний стрижень діаметром 50 мм всередині виливка «Порожнистий циліндр товстостінний» із зовнішнім діаметром 250 мм (рис. 1, а).

Об'єктом розрахунку №2 є ливарний стрижень діаметром 16 мм всередині виливка «Порожнистий циліндр тонкостінний» (рис. 1, б) із зовнішнім діаметром 24 мм.

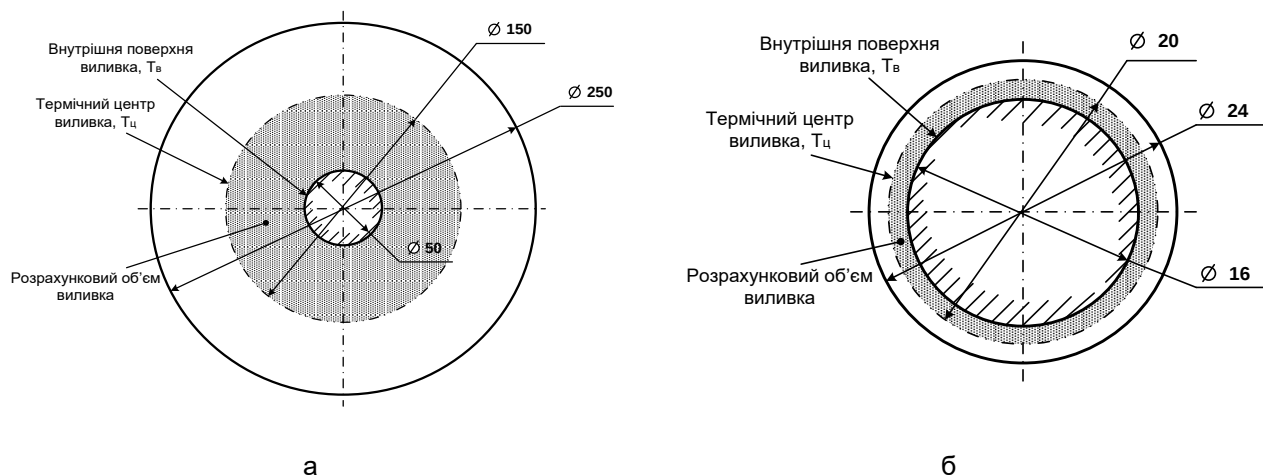


Рисунок 2 – Розрахункові схеми товстостінного (а) і тонкостінного (б) порожнистих циліндрів із внутрішніми стрижнями

Динаміка теплових процесів у цих системах принципово відрізняється. У першому випадку стрижень піддається максимальному і довготривалому термічному впливу. У другому випадку – тепловий процес короткий і з мінімальним термічним впливом на стрижень, який проявляється виключно у його поверхневих шарах.

Під час вирішення враховано те, що сплав кристалізується в інтервалі температур (ліквідус – солідус).

Вихідні дані для виливків: вуглецева сталь з 0,25% С; температура заливання $T_{\text{зал}} = 1873$ К; температура ліквідусу $T_{\text{л}} = 1770$ К; температура солідусу $T_{\text{с}} = 1720$ К.

Вихідні дані для ливарного стрижня: суміш на основі кварцового наповнювача; густина 1600 кг/м^3 ; теплоакумулювальна здатність:

$$1350 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}^{\frac{1}{2}}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}; \quad \text{коефіцієнт теплопровідності:}$$

$$1,05 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}; \quad \text{питома теплоємність: } 1080 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$$\text{коефіцієнт температуропровідності: } 6,1 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

Результати досліджень.

Встановлення аналітичного закону нагрівання поверхні стрижня.

Під час попередньо проведених теоретичних досліджень було створено систему математичних методів для розрахунку температурних полів литих деталей у процесі їх кристалізації. На основі ґрунтовного дослідження процесів контактної теплопередачі у системі «виливок-стрижень» запропоновано методику та представлено математичні формули для визначення динаміки зміни температури поверхні виливка в інтервалі від заливання до солідусу; розроблено математичний метод розрахунку динаміки просування фронту твердіння по перерізу виливка з урахуванням його конфігурації, а також створено методику розрахунку розподілу теплових полів у затверділій і рідкій частинах виливка.

Для визначення зміни температури поверхні виливка після завершення його твердіння використано вже відомі формули Г. Ф. Баландіна [4, 5] для розрахунку тривалості охолодження виливка у формі.

За розробленою математичною методикою проведено розрахунки зміни температури поверхні товстостінного (див. рис. 1, а) і тонкостінного (рис. 1, б) сталевих виливків, результати яких представлено на рис. 2 і рис. 3.

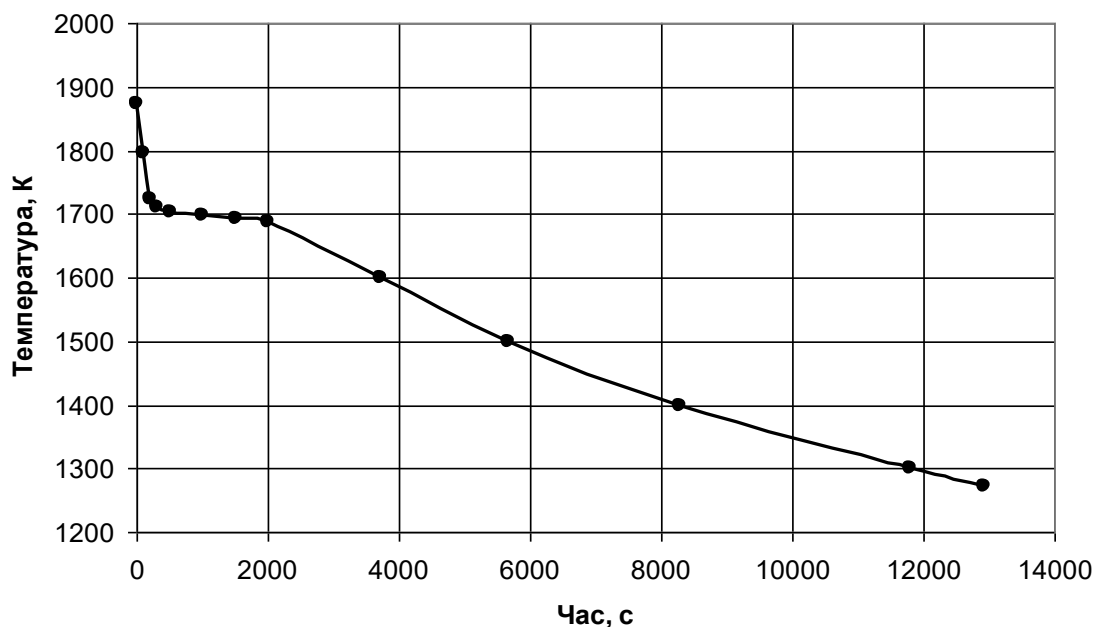


Рисунок 2 – Розрахункова зміна температури поверхні товстостінного виливка під час твердіння і охолодження до 1000 °С

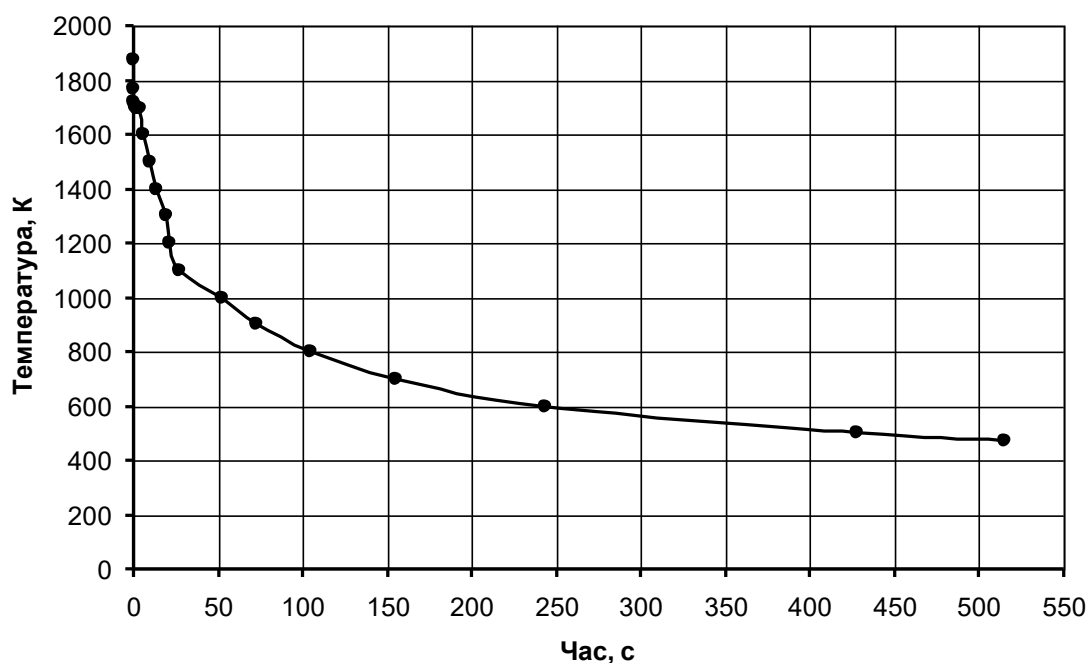


Рисунок 3 – Розрахункова зміна температури поверхні тонкостінного виливка під час твердіння і охолодження до 200 °С

Залежність зміни температури поверхні стрижня від часу – основа для розрахунку теплових полів всередині нього.

Очевидно, що температура контактної поверхні стрижня не може миттєво досягти температури поверхні виливка. Для цього процесу потрібен певний час, який ми назвали періодом теплової інерційності.

Для його встановлення використано критеріальне рівняння Фур'є [18, 19], яке для наших умов має наступний вигляд:

$$\frac{T_B - T}{T_B - T_C} = f\left(Fo; \frac{X}{X_2}\right), \quad (1)$$

де T_B – температура поверхні виливка;

T_C – температура стрижня на відстані X_2 від поверхні виливка;

X – відстань розрахункової точки від поверхні виливка;

T – температура у розрахунковій точці.

Також відомо, що критерій Фур'є визначається за формулою:

$$Fo = \frac{a_c \cdot \tau}{X_2^2}, \quad (2)$$

де a_c – коефіцієнт теплопровідності стрижня, $\text{м}^2/\text{с}$;
 τ – час, с.

Критерій Фур'є приймає значення від 0 до 1. Значення 1,000 відповідає умові, коли ліва частина рівняння (1) мінімальна, а це відбувається при максимальному наближенні розрахункової температури поверхні стрижня T до температури поверхні виливка T_B або їх зрівнюванні.



Рисунок 4 – Вигляд поверхні ливарного стрижня (збільшення $\times 30$)

Виходячи із значення критерію $Fo = 1,000$, за формулою (2):

$$\tau = \frac{X_2^2}{a_c} = \frac{0,003^2}{61 \cdot 10^{-8}} = 15 \text{ с.}$$

Це означає, що температура поверхні стрижня максимально наблизиться до температури поверхні виливка або зрівняється з нею тільки через 15 с. Важливо і те, що даний час не залежить ні від початкової температури розплаву та стрижня, ні від швидкості охолодження виливка. Він залежить виключно від теплових властивостей матеріалу стрижня і є справедливим як для товстостінного, так і для тонкостінного виливка у будь-якому розрахунку.

Цей час названо періодом теплової інерційності τ_i . Основна його властивість, виходячи з наведених розрахункових фактів, полягає у тому, що поверхня стрижня досягне такої ж самої температури, як поверхня виливка, через τ_i від моменту початку їх контакту. Принцип теплової інерційності може бути запроваджено як для процесу швидкого нагрівання, так і швидкого охолодження поверхонь двох тіл, які перебувають у щільному контакті.

Відстань розрахункової точки X від поверхні виливка прийнято за практичними даними середніх розмірів часток стрижневої суміші [20]. Для контактно-ї передачі тепла між частинками всередині стрижня необхідною умовою є прогрівання його одиничного поверхневого шару. Внаслідок нерівномірності упаковки часток піску під час виготовлення стрижня у стрижневому ящику, його поверхня не має ідеально рівної форми, що неодноразово підтверджено спостереженнями на мікроскопі (рис. 4). Тому при середньому діаметрі часток наповнювача 0,2 мм відстань $X = 0,3$ мм. Співвідношення $\frac{X}{X_2}$ приймаємо рівним 0,1, тоді $X_2 = 3$ мм.

Безпосередній розрахунок теплового поля стрижня доцільно проводити за методом кінцевих різниць. Для практичної реалізації методу потрібно поділити стрижень на певну кількість рівних шарів товщиною ΔX , після чого, залежно від товщини елементарного шару, визначити одиничний розрахунковий період часу:

$$\Delta \tau = \frac{(\Delta X)^2}{2 \cdot a_c}. \quad (3)$$

Діаметр стрижня у товстостінному виливку 50 мм, отже радіус 25 мм. Прогрівання стрижня відбувається від поверхні до центру на відстань радіуса. Розділивши стрижень на 5 шарів товщиною $\Delta X = 5 \text{ мм}$, отримуємо:

$$\Delta \tau_1 = \frac{(0,005)^2}{2 \cdot 61 \cdot 10^{-8}} = 20,5 \text{ с.}$$

Діаметр стрижня у тонкостінному виливку 16 мм, отже радіус 8 мм. Розділивши цей стрижень на 4 шари товщиною $\Delta X = 2 \text{ мм}$, отримуємо:

$$\Delta\tau_2 = \frac{(0,002)^2}{2 \cdot 61 \cdot 10^{-8}} = 3,3 \text{ с.}$$

Порівнюючи період теплової інерційності $\tau_i = 15$ с із елементарним розрахунковим відрізком часу $\tau_1 = 20,5$ с бачимо, що для розрахунку теплового поля стрижня у товстостінному виливці період теплової інерційності принципового значення не має. Тобто динамікою зміни температури у період 0...15 с можна знехтувати, оскільки по завершенні першого розрахункового моменту часу 20,5 с температура поверхні стрижня уже досягне температури поверхні виливка. Більше того, оскільки охолодження виливка відбувається із малою швидкістю, коректно вважати, що температура поверхні стрижня з моменту $\tau_i = 15$ с і до завершення розрахункового періоду буде знижуватися спільно із температурою поверхні виливка.

Порівнюючи період теплової інерційності $\tau_i = 15$ с із елементарним розрахунковим відрізком часу $\tau_2 = 3,3$ с бачимо, що для розрахунку теплового поля стрижня у тонкостінному виливці необхідно задати значення температури поверхні стрижня у моменти 3,3; 6,6; 9,9 та 13,2 с, які лежать у межах періоду теплової інерційності. Тобто динаміка зміни температури у період 0...15 с для подальшого розрахунку є дуже важливою!

Для визначення динаміки зміни цієї температури застосовано метод Стефана – Шварца [4], але із важливою поправкою. Замість незмінного значення температури контактної поверхні T_K , передбаченого цим методом, у формулу (4) підставляли попередньо розраховані реальні значення температури поверхні стрижня:

$$T_C = T_K - (T_K - T_{C0}) \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{y}{2 \cdot \sqrt{a_C \cdot \tau}}\right), \quad (4)$$

де T_C – температура стрижня на відстані y від контактної поверхні, К;

T_K – температура контактної поверхні, К, яку в розрахунках замінено на температуру поверхні стрижня $T_{\text{пов}}$.

T_{C0} – початкова температура стрижня, К;

y – відстань від контактної поверхні, м;

a_C – коефіцієнт теплопровідності стрижня, $\text{м}^2/\text{с}$;

τ – час, с.

Найбільшу складність являє собою визначення температури поверхні стрижня $T_{\text{пов}}$ у перші 15 с, тобто протягом періоду теплової інерційності. Температура поверхні виливка у кожний момент часу буде мати нові значення, а тому і $T_{\text{пов}}$ динамічно змінюватиметься. Наприклад, у момент $\tau = 3,3$ с температура поверхні виливка становить 1693 К. За такої умови температура $T_{\text{пов}}$ має становити:

$$T_{\text{пов}} = 1693 - (1693 - 293) \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{0,0003}{2 \cdot \sqrt{61 \cdot 10^{-8} \cdot 3,3}}\right) = 1525 \text{ К.}$$

Але отриманий результат значною мірою (на 155 К) перевищує максимальну температуру, до якої нагрівається поверхні стрижня наприкінці періоду τ_i , а саме 1370 К, адже саме таку температуру має поверхня виливка у цей момент. Наведена помилка є типовою для практичних розрахунків та алгоритмів комп'ютерних програм.

Отже, стає зрозумілим, що до розрахунку потрібно підставляти не температуру поверхні виливка, який швидко охолоджується, у момент $\tau = 3,3$ с, а максимальну температуру, до якої нагріється поверхня стрижня по завершенні періоду теплової інерційності τ_i , тобто:

$$T_{\text{пов}} = 1370 - (1370 - 293) \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{0,0003}{2 \cdot \sqrt{61 \cdot 10^{-8} \cdot 3,3}}\right) = 1241 \text{ К.}$$

Далі за період часу від 3,3 до 15,0 с температура поверхні стрижня зростає від 1241 К до 1370 К, і у цей період, оскільки динаміка нагрівання менш значна, можна вважати її лінійною. У момент 6,6 с $T_{\text{пов}} = 1274$ К, у момент 9,9 с $T_{\text{пов}} = 1307$ К, у момент 13,2 с $T_{\text{пов}} = 1340$ К, у момент 15,0 с $T_{\text{пов}} = 1370$ К.

У подальші моменти часу відбувається стрімке зниження температури поверхні виливка. Для встановлення закону спільного охолодження виливка із стрижнем потрібно також враховувати принцип теплової інерційності, який полягає у тому, що охолодження поверхні стрижня буде відставати у часі від охолодження поверхні виливка на

такий самий період τ_i , зумовлений теплофізичними властивостями стрижня. Таким чином, на етапі найбільш стрімкого охолодження виливка поверхня стрижня буде мати вищу температуру, ніж виливок.

На основі наведених висновків визначено графік зміни температури поверхні стрижня, який наведено на рис. 5. До 15-ї секунди вона нагрівається до 1370 К, а далі починається охолодження: при $\tau = 16,5$ с $T_{\text{пов}} = 1368$ К, при $\tau = 19,8$ с $T_{\text{пов}} = 1362$ К, при $\tau = 23,1$ с $T_{\text{пов}} = 1356$ К, при $\tau = 26,4$ с $T_{\text{пов}} = 1351$ К, при $\tau = 29,7$ с $T_{\text{пов}} = 1346$ К і так далі. Ці числа відповідають значенням температури

поверхні виливка T_B за $t_i = 15$ с до розрахункового моменту.

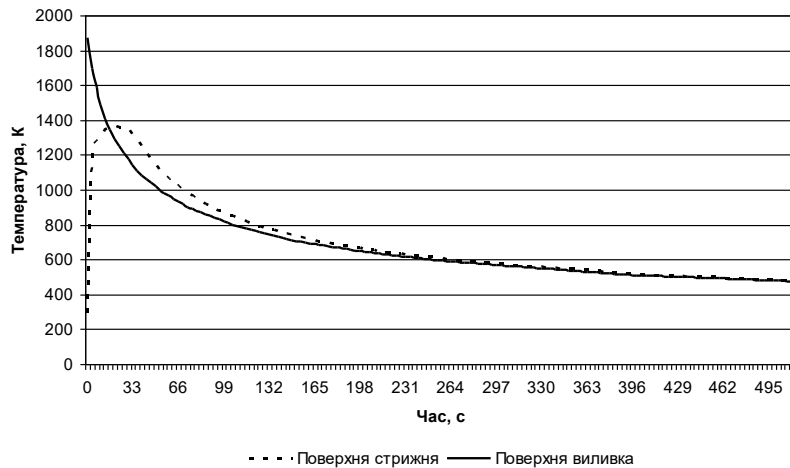


Рисунок 5 – Зміна температури поверхонь тонкостінного виливка і стрижня

Визначення теплових полів ливарних стрижнів і динаміки їх зміни.

Для визначення температури у центрі стрижня в кожний розрахунковий момент часу за основу взято температуру його поверхні.

Для товстостінного виливка розрахунок проведено виключно за формулою (4) із заміною кон-

станти T_K на температуру поверхні виливка T_B , значення якої та її зміну в часі попередньо установлено.

Температуру центра стрижня, визначену для ряду розрахункових моментів часу, наведено у табл. 1 (12934 с – це розрахункова тривалість охолодження товстостінного виливка до 1000 °С).

Таблиця 1 – Зміна температур поверхні і центра стрижня у товстостінному виливку

Момент часу t , с	Температура поверхні стрижня $T_{пов}$, К	Температура в центрі стрижня $T_{цс}$, К
0	1873	293
50	1834	296
100	1796	329
135	1770	368
150	1759	390
200	1723	446
220	1720	470
250	1714	509
300	1710	559
500	1703	737
1000	1697	954
1500	1693	1080
2000	1689	1118
3714	1600	1221
5669	1500	1215
8284	1400	1183
11791	1300	1134
12934	1273	1119

Розрахунки для тонкостінного виливка виконано із врахуванням принципу теплової інерційності, тобто відставання у часі температури поверхні стрижня від температури поверхні виливка на 15 с.

Температуру центра стрижня, визначену із врахуванням цього принципу для ряду розрахункових моментів часу, наведено у табл. 2 (515 с – це тривалість охолодження тонкостінного виливка до температури 200 °С).

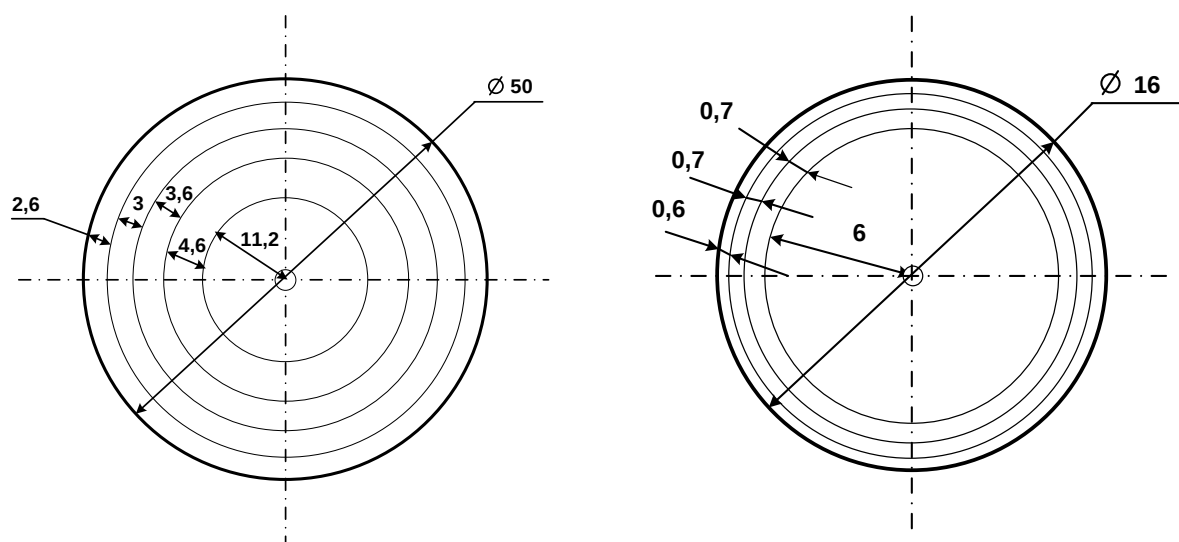
За отриманими цифровими даними зміни температури поверхні виливків, поверхні і центру ливарних стрижнів, виконано розрахунки теплових полів обох стрижнів за методом кінцевих різниць. Значення температур у кожний одиничний період часу (відповідно 20,5 та 3,3 с) між точками, указаними у табл. 1 і 2, встановлено лінійною апроксимацією.

Таблиця 2 – Зміна температур поверхні і центра стрижня у тонкостінному виливку

Момент часу t , с	Температура поверхні стрижня $T_{\text{пов}}, \text{K}$	Температура в центрі стрижня $T_{\text{цс}}, \text{K}$
0	293	293
3,3	1241	293
6,6	1277	293
9,9	1313	293
13,2	1346	344
16,5	1368	371
19,8	1362	404
23,1	1356	431
26,4	1351	459
29,7	1346	485
33,0	1316	507
36,3	1291	521
39,6	1247	530
42,9	1207	538
46,2	1173	545
72,6	980	564
79,2	948	565
105,6	850	560
155,1	730	539
244,2	618	502
429	505	448
515	479	432

При цьому враховано, що стрижні циліндричні, тому прогрівання їх елементарних шарів відбувається не рівномірно, а з урахуванням кількості теплоти, яку сприймає (або проводить) кожний шар. Тому кожен із них повинен мати не однакову тов-

щину, як передбачає базовий розрахунок, а однаковий об'єм. Реальне положення границь елементарних шарів для товстостінного і тонкостінного виливків наведено на рис. 6.



а

б

Рисунок 6 – Розподіл стрижнів діаметром 50 мм (а) та 16 мм (б) на елементарні шари для визначення теплових полів

Відповідно до цього рисунка та виконаного розрахунку, визначено теплові поля стрижня у товстостінному виливку у моменти:

- $t = t_{\text{пер}}$ (відведення теплоти перегрівання);
- $t = t_{\text{с}}$ (охолодження поверхні виливка до температури солідусу);
- $t = t_{\text{т}}$ (повне затвердіння виливка);

– $t = t_{1000}$ (охолодження виливка до 1000 °С, або 1273 K).

Аналогічний розрахунок для порівняння проведено з використанням традиційних методів, зокрема існуючого програмного забезпечення. У цьому варіанті зміну температури поверхні виливків

прийнято як лінійну від $T_{\text{зал}}$ до T_c ; температуру поверхні стрижня протягом усього розрахункового періоду прийнято рівною температурі поверхні виливка.

Порівняння результатів для товстостінного виливка за двома варіантами наведено у табл. 3 та на рис. 7. На момент завершення відведення теплоти перегрівання різниця розрахункових температур у поверхневій зоні стрижня становить 50 K, а у його центрі – майже 100 K. На момент завер-

шення твердіння виливка різниця становить відповідно 100 і 130 K. При цьому помилки розрахунку спрямовані у бік перевищення реальних значень.

У подальші періоди охолодження виливка результати обох розрахунків наближаються один до одного. Але усі важливі процеси у складі стрижневої суміші та на поверхні контакту відбуваються якраз на перших етапах, для яких розроблена система розрахункових методів забезпечує досягнення найбільш точних і достовірних результатів.

Таблиця 3 – Порівняння розрахункових даних за традиційним та розробленим методами

Відстань від поверхні стрижня, мм	Температура у вказаних точках, K, у моменти часу							
	135 с (відведення теплоти перегрівання)		220 с (охолодження поверхні до солідусу)		2024 с (затвердіння виливка)		12934 с (охолодження до 1000 °C)	
	розроб. метод	традиц. метод	розроб. метод	традиц. метод	розроб. метод	традиц. метод	розроб. метод	традиц. метод
0,3 (поверхня)	1764	1861	1719	1853	1687	1720	1273	1273
1,3	1322	1373	1385	1476	1591	1630	1248	1248
3,1	982	1006	1108	1166	1493	1537	1223	1223
7,4	628	638	820	864	1397	1445	1198	1198
11,5	496	499	661	717	1303	1353	1172	1172
19,4	368	396	518	605	1210	1263	1146	1146
25 (центр)	360	479	470	603	1119	1174	1119	1119

Для зручності аналізу можливих фізико-хімічних процесів у ливарних стрижнях на рис. 7 значення температур вказано у градусах за Цельсієм.

До моменту відведення теплоти перегрівання весь виливок знаходиться у рідкому стані. У свою чергу поверхнева зона стрижня вже має температуру понад 1000 °C (рис. 7, а). За такої температури відбувається деструкція будь-якого органічного зв'язувального матеріалу із утворенням газової фази, а частки наповнювача втрачають зв'язок між собою, що створює передумови для утворення пригару на поверхні виливків.

Розрахунок для ливарного стрижня у тонкостінному виливку виконано за умови поділу стрижня на 4 шари за товщиною (див. рис. 5, б).

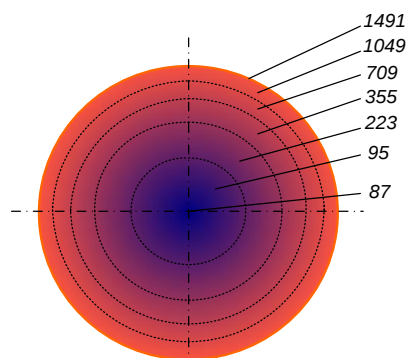
Відповідно до цього рисунка та виконаного розрахунку, визначено теплові поля стрижня у тонкостінному виливку у моменти:

- $t = t_{\text{ПЕР}}$ (відведення теплоти перегрівання);
- $t = t_c$ (охолодження поверхні виливка до температури солідусу);
- $t = t_T$ (повне затвердіння виливка);

– $t = t_{\text{НС}}$ (повне охолодження виливка до температури навколишнього середовища, тобто 293 K).

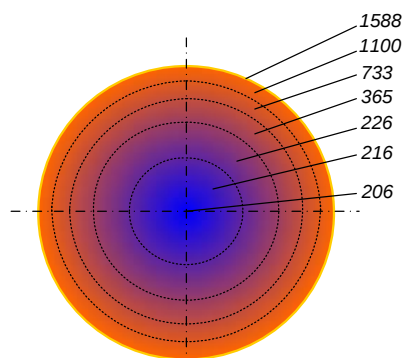
Аналогічний розрахунок для порівняння проведено з використанням традиційних методів, зокрема існуючого програмного забезпечення. Для цього варіанту зміну температури поверхні виливка прийнято як лінійну величину від $T_{\text{зал}}$ до T_c ; температуру поверхні стрижня протягом усього розрахункового періоду прийнято рівною температурі поверхні виливка.

Порівняння результатів за двома варіантами наведено у табл. 4 та на рис. 8. Оскільки процес нагрівання та охолодження дуже швидкий, то значення температури поверхні стрижня відрізняються на початковому етапі на 500 K, у центрі – на 100 K. При цьому в поверхневій зоні значення є завищеними через неврахування динаміки нагрівання поверхні стрижня, а у центрі – заниженими через неврахування динаміки охолодження (теплової інерційності) поверхні стрижня.

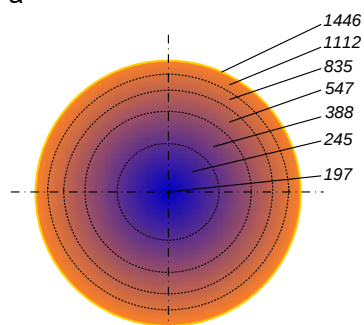


Момент відведення теплоти перегрівання (135 с)

а

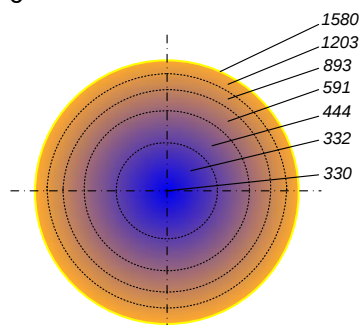


б

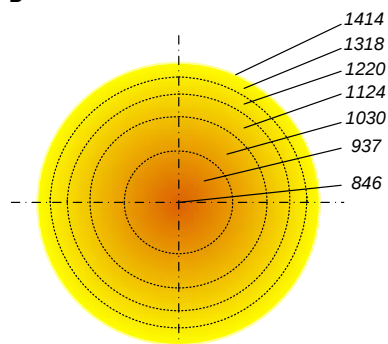


Момент охолодження поверхні вилівка до температури солідусу (220 с)

в

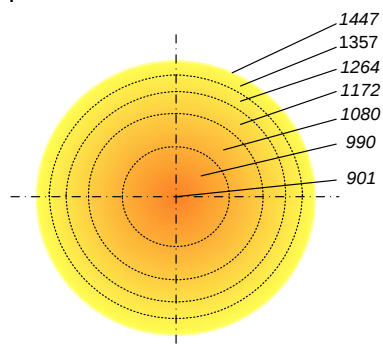


г

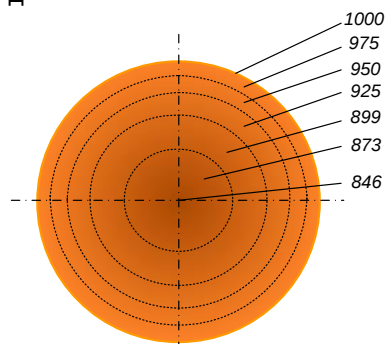


Момент завершення твердіння вилівка (2024 с)

д

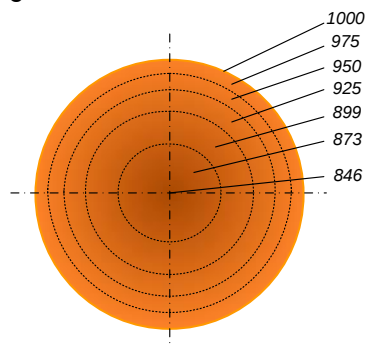


е



Охолодження вилівка до 1000 °С (12934 с)

ж



к

Рисунок 7 – Розподіл теплових полів стрижня діаметром 50 мм у товстостінному виливку: а, в, д, ж – за розробленим методом; б, г, е, к – за традиційним методом

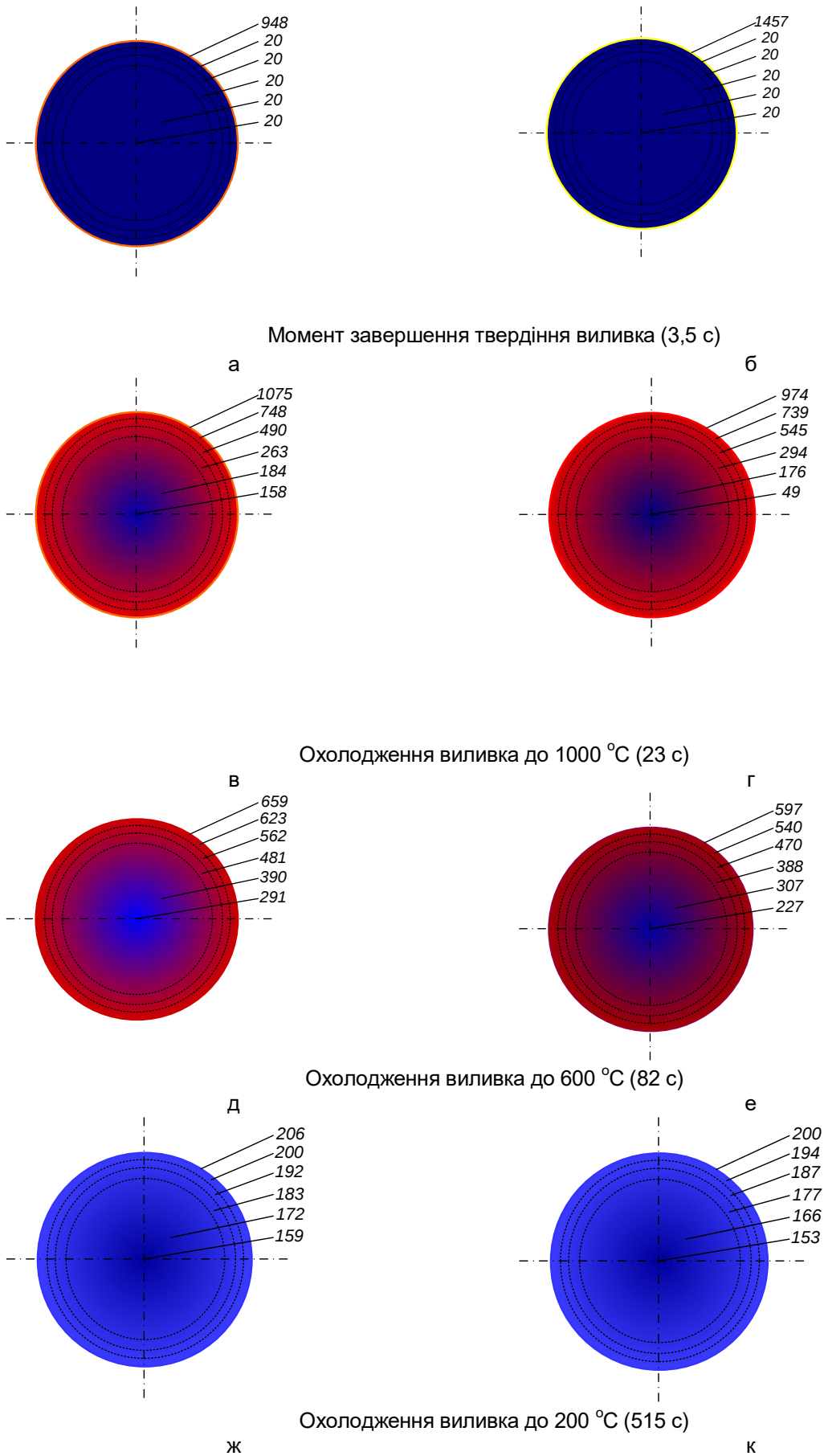


Рисунок 8 – Схема розподілу температурних полів стрижня діаметром 16 мм у тонкостінному вилив-
ку: а, в, д, ж – за розробленим методом; б, г, е, к – за традиційним методом

Таблиця 4 – Порівняння розрахункових даних за традиційним та розробленим методами

Відстань від поверхні стрижня, мм	Температура у вказаних точках, К, у моменти часу							
	3,5 с (затвердіння виливка)		23,1 с (охолодження до 1000 °С)		82,5 с (охолодження до 600 °С)		515 с (охолодження до 200 °С)	
	розроб. метод	традиц. метод	розроб. метод	традиц. метод	розроб. метод	традиц. метод	розроб. метод	традиц. метод
0,3 (поверхня)	1241	1730	1356	1247	932	870	479	473
0,6	293	293	1021	1012	896	813	473	467
1,3	293	293	763	818	835	743	465	460
2,0	293	293	536	567	754	661	456	450
5,0	293	293	457	449	663	580	445	439
8,0 (центр)	293	293	431	322	564	500	432	426

Висновки:

1. Створено систему розрахункових методів для визначення температурних полів ливарних стрижнів у процесі контактної теплової взаємодії з виливками в процесі твердіння та охолодження. Система базується на поєднанні раніше відомих аналітичних формул із власними теоретичними розробками.

2. Введено нове поняття «період теплової інерційності» стрижневої суміші та розраховано його значення. Показано, що цей параметр залежить від теплофізичних властивостей матеріалу стрижня та розміру часток наповнювача і не залежить від параметрів виливка. Період теплової інерційності застосовано як основу для визначення зміни температури поверхні стрижня під час її нагрівання, а також під час охолодження у контакті з металом виливка.

3. Із використанням методу кінцевих різниць розраховано розподіл температурних полів у ливарних стрижнях, які виконують внутрішні порожнини у товстостінному та тонкостінному сталевих виливках. Показано, що максимальна температура наскрізного прогрівання стрижня – 950 °С, максимальна температура на поверхні близько 1580 °С. У тонкостінних виливках температура наскрізного прогрівання стрижнів не перевищує 300 °С, на поверхні – не більше 1100 °С.

4. Приведено доказову базу на користь розробленої системи теплофізичних розрахунків, призначеної для визначення ряду важливих теплових параметрів, які не враховано загальноприйнятими методиками і які є основою для теоретичного визначення теплових полів ливарних стрижнів, а також створення та удосконалення комп'ютерних програм моделювання теплових процесів.

Бібліографічний опис.

1. Вопросы теории литейных процессов / [П. Н. Аксенов, П. П. Берг, Н. М. Бодашков и др.]. – Москва: Машгиз, 1960. – 696 с.
2. Schwartz C. Science Reports / C. Schwartz // Arch. Eisenhüttenwesen. – 1931. – №5. – С. 139–177.
3. Гуляев Б. Б. Теория литейных процессов / Б. Б. Гуляев. – Ленинград: Машиностроение (Ленингр. отд.), 1976. – 216 с.
4. Теоретичні основи ливарного виробництва / [В. Г. Могилатенко, О. І. Пономаренко, В. М. Дробязко та ін.]. – Харків: НТУ «ХПІ», 2011. – 288 с.
5. Баландин Г. Ф. Теория формирования оливы / Г. Ф. Баландин. – Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1988. – Ч. 1 – 360 с.
6. Ващенко К. И. Теоретические основы литейной технологии / К. И. Ващенко. – Київ: Вища школа, 1981. – 317 с.
7. Огородникова О. Литейные CAE-системы AFSolid и WinCast / О. Огородникова, В. Черменский // САПР и графика. – 2001. – №8.
8. Dhodare A. S. Review on Interfacial Heat Transfer Coefficient During Solidification in Casting / A. S. Dhodare, P. M. Ramanan, N. A. Dodiya // International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT). – 2017. – №2. – С. 464–467. DOI: [10.17577/IJERTV6IS020300](https://doi.org/10.17577/IJERTV6IS020300).
9. Prediction of thermal field dynamics of mould in casting using artificial neural networks / F. Susac, V. Tăbăcaru, N. Baroiu, V. Păunoiu // MATEC Web of Conferences. – 2018. – №178. – С. 1–6. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201817806012>.
10. Rajaraman R. Interfacial heat transfer coefficient estimation during solidification of rectangular aluminum alloy casting using two different inverse methods / R. Rajaraman, A. Gowsalya, R. Velraj // Frontiers in Heat and Mass Transfer (FHMT). – 2018. – №11. <http://dx.doi.org/10.5098/hmt.11.23>.
11. Rafique M. Modeling and Simulation of Heat Transfer Phenomenon Related to Mold Heating during Investment Casting / M. Rafique, U. Shah // Engineering. – 2020. – №12. – С. 291–314. DOI: [10.4236/eng.2020.125024](https://doi.org/10.4236/eng.2020.125024).
12. Марширов В. В. Численное on-line моделирование процесса затвердевания отливок / В. В. Марширов, Л. Е. Марширова // Литейное производство. – 2015. – №9. – С. 31–34.
13. Идрис Г. Г. Компьютерно-интегрированное проектирование литых поршней / Г. Г. Идрис, О. В. Акимов, А. П. Марченко // Литейное производство. – 2016. – №5. – С. 33–37.

14. Skočilasová B. Effect of mold material on temperature distribution in alloy cast / B. Skočilasová, J. Skočilas // AIP Conference Proceedings. – 2016. – №1768. <https://doi.org/10.1063/1.4963039>.
15. Доній О. М. Математичні моделі для розрахунків параметрів кристалізації та попередньої фільтрації кривої охолодження при комп'ютерному термічному аналізі / О. М. Доній // Вісник СевНТУ. – 2010.
16. Доній О. М. Імітаційна модель структуроутворення при кристалізації / О. М. Доній // Вісник СевНТУ. – 2009.
17. Кривандин В. А. Металлургические печи / В. А. Кривандин, Н. Г. Молчанов, С. Л. Соломенцев. – Москва: Металлургиздат, 1962. – 600 с.
18. Медведев Я. И. Технологические испытания формовочных материалов / Я. И. Медведев, И. В. Валисовский. – Москва: Машиностроение, 1973. – 310 с.
19. Кочешков А. С., Лютий Р. В. Расчет температурных полей в литейных формах для точного литья // Металл и литье Украины. – 2005, № 6. – С. 42–43.
20. Борсук П. А. Особенности структуры формовочных смесей / П. А. Борсук // Литейное производство. – 2015. – №1. – С. 28–30.
21. Лютий Р. В. Аналітичний метод розрахунку теплових полів литих деталей під час кристалізації // Теорія і практика металургії. – 2021. – №1. – С.5–13. – <https://doi.org/10.34185/tpm.1.2021.01>.

Reference

1. Voprosy teoryi lyteinykh protsessov / [P. N. Aksenov, P. P. Berh, N. M. Bodashkov y dr.]. – Moskva: Ma-shhyz, 1960. – 696 s.
2. Schwartz C. Science Reports / C. Schwartz // Arch. Eisenhuttenwesen. – 1931. – №5. – S. 139–177.
3. Huliaeв B. B. Teoriya lyteinykh protsessov / B. B. Huliaeв. – Leningrad: Mashynostroeniye (Leningr. otd.), 1976. – 216 s.
4. Teoretychni osnovy lyvarnoho vyrobnytstva / [V. H. Mohylatenko, O. I. Ponomarenko, V. M. Drobiazko ta in.]. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2011. – 288 s.
5. Balandyn H. F. Teoriya formirovaniya olynky / H. F. Balandyn. – Moskva: MHTU ym. N.Э. Bauman, 1988. – Ch. 1 – 360 s.
6. Vashchenko K. Y. Teoretycheskiye osnovy lyteinoi tekhnolohyy / K. Y. Vashchenko. – Kyiv: Vyshcha shkola, 1981. – 317 s.
7. Ohorodnykova O. Lyteinye SAE-systemy AFSolid y WinCast / O. Ohorodnykova, V. Chermenskyi // SAPR y hrafyka. – 2001. – №8.
8. Dhodare A. S. Review on Interfacial Heat Transfer Coefficient During Solidification in Casting / A. S. Dhodare, P. M. Ravanan, N. A. Dodiya // International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT). – 2017. – №2. – S. 464–467. DOI:10.17577/IJERTV6IS020300.
9. Prediction of thermal field dynamics of mould in casting using artificial neural networks / F. Susac, V. Tăbăcaru, N. Baroiu, V. Păunoiu // MATEC Web of Conferences. – 2018. – №178. – S. 1–6. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201817806012>.
10. Rajaraman R. Interfacial heat transfer coefficient estimation during solidification of rectangular aluminum alloy casting using two different inverse methods / R. Rajaraman, A. Gowsalya, R. Velraj // Frontiers in Heat and Mass Transfer (FHMT). – 2018. – №11. <http://dx.doi.org/10.5098/hmt.11.23>.
11. Rafique M. Modeling and Simulation of Heat Transfer Phenomenon Related to Mold Heating during Investment Casting / M. Rafique, U. Shah // Engineering. – 2020. – №12. – S. 291–314. DOI: 10.4236/eng.2020.125024.
12. Marshyrov V. V. Chyslennoe on-line modelirovaniye protsessa zatverdevaniya otlivok / V. V. Marshyrov, L. E. Marshyrova // Lyteinoe proyzvodstvo. – 2015. – №9. – S. 31–34.
13. Ydrys H. H. Kompiuterno-yntehyrovannoe proektyrovaniye lytykh porshnei / H. H. Ydrys, O. V. Akymov, A. P. Marchenko // Lyteinoe proyzvodstvo. – 2016. – №5. – S. 33–37.
14. Skočilasová V. Effect of mold material on temperature distribution in alloy cast / V. Skočilasová, J. Skočilas // AIP Conference Proceedings. – 2016. – №1768. <https://doi.org/10.1063/1.4963039>.
15. Donii O. M. Matematychni modeli dlia rozrakhunkiv parametriv krystalizatsii ta poperednoi filtratsii kryvoi okholodzhennia pry kompiuternomu termichnomu analizi / O. M. Donii // Visnyk SevNTU. – 2010.
16. Donii O. M. Imitatsiina model strukturoutvorennia pry krystalizatsii / O. M. Donii // Visnyk SevNTU. – 2009.
17. Kryvandyn V. A. Metallurhycheskiye pechy / V. A. Kryvandyn, N. H. Molchanov, S. L. Solomentsev. – Moskva: Metallurhyzdat, 1962. – 600 s.
18. Medvedev Ya. Y. Tekhnolohycheskiye uspytaniya formovochnykh materyalov / Ya. Y. Medvedev, Y. V. Valysovskyi. – Moskva: Mashynostroeniye, 1973. – 310 s.
19. Kocheshkov A. S., Liutyi R. V. Raschet temperaturnykh polei v lyteinykh formakh dlia tochnoho lytia // Metall y lyte Ukrainy. – 2005, № 6. – S. 42–43.
20. Borsuk P. A. Osobennosti struktury formovochnykh smesei / P. A. Borsuk // Lyteinoe proyzvodstvo. – 2015. – №1. – S. 28–30.
21. Liutyi R. V. Analitychnyi metod rozrakhunku teplovykh poliv lytykh detalei pid chas krystalizatsii // Teoriya i praktyka metalurhii. – 2021. – №1. – S.5–13. – <https://doi.org/10.34185/tpm.1.2021.01>.