МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНА МЕТАЛУРГІЙНА АКАДЕМІЯ УКРАЇНИ

В.Л. КОПОРУЛІН, І.П. ЗАЄЦЬ,
І.Л. ШИНКОВСЬКА, Л.Ф. СУШКО

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Збірник задач

Частина III

**Друкується за Планом видань навчальної та методичної літератури, затвердженим Вченою радою НМетАУ
Протокол № 1 від 27.01.2017**

Дніпро НМетАУ 2017

УДК 514.122:517(076.1/3)

Вища математика. Збірник задач. Ч.3. Навч. посібник / Укл.: В.Л. Копорулін, І.П. Заєць, І.Л. Шинковська, Л.Ф. Сушко.– Дніпро: НМетАУ, 2017. – 78 с.

Частина III збірника містить більше 400 завдань з вищої математики і охоплює матеріал за розділами «Теорія ймовірностей» та «Елементи математичної статистики». Представлена велика кількість типових завдань з кожної теми, різноманітні задачі підвищеної складності або творчого характеру, а також завдання для тематичних практичних робіт. Рекомендований для студентів спеціальності 161– хімічні технології та інженерія та викладачам і студентам інших спеціальностей усіх форм навчання.

Іл. 23. Бібліогр.: 9 найм.

Друкується за авторською редакцією.

Відповідальний за випуск В.Л. Копорулін, канд. техн. наук, доц.

Рецензенти: Т.С. Кагадій, д-р фіз.-мат. наук, проф. (НГУ)
А.В. Сясєв, канд. фіз.-мат. наук, доц. (ДНУ)

ЗМІСТ

ВСТУП

Запропонований збірник задач охоплює традиційний курс вищої математики в обсязі, передбаченому діючими робочими програмами і містить понад 400 завдань з комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики. Спираючись на власний досвід та враховуючи переваги і недоліки існуючих посібників, автори спробували в якійсь мірі створити універсальний задачник, пристосований як для самоосвіти, так і для активного використання під час практичних занять, у тому числі і в якості домашніх завдань, та підготовки до здачі модульних контрольних робіт.

Матеріал згруповано та систематизовано згідно з робочими планами дисципліни. Особливу увагу приділено стандартним задачам, достатньої кількості яких так не вистачає викладачам і студентам для успішного просування процесу навчання. Тим не менш, до збірника включено досить багато більш складних завдань та задач, що потребують творчого, нестандартного підходу. До всіх завдань надані відповіді, а деякі супроводжуються вказівками до розв'язання. Узагальнити та систематизувати вивчений матеріал дозволять ретельно підібрані тематичні практичні роботи, що наведені наприкінці збірника. Посібник дає змогу оперативно формувати загальні та індивідуальні завдання для поточного контролю, діагностувати засвоєння учбового матеріалу, вести контроль за самопідготовкою і прогнозувати результати навчання.

Автори мають надію, що збірник стане в нагоді як викладачам, так і студентам при вивченні курсу вищої математики.

<u>**Глава 1**</u>

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

§ 1. Випадкові події

1.1. Елементи комбінаторики

1. Обчислити: а) P_4; б) $\overline{P}_5(2,2)$; в) A_5^2; г) $\overline{A}_6^3$; д) C_5^2; є) C_{30}^{29}; ж) $\overline{C}_8^2$.

2. Розв’язати рівняння:

а) $\overline{A}_{x-1}^3 = 64$; б) $A_{x+2}^2 = 110$; в) $C_{x-3}^2 = 21$.

3. Скількома способами можна скласти список із 8 студентів?

4. Скільки семицифрових чисел, кратних 5,можна скласти із цифр 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, щоб цифри у числі не повторювались?

5. Скільки різних «слів» можна отримати, переставляючи букви в слові: а) парабола; б) статистика?

6. Скількома способами можна розставити на полиці бібліотеки 5 підручників з теорії ймовірностей, 3 − зі статистики і 2 − з математичної логіки, якщо ззовні всі книги однакові?

7. Скільки п’ятицифрових непарних чисел можна скласти з цифр 1, 5, 6, 7, 9 так, щоб цифри у числі не повторювались?

8. На книжковій полиці розміщують 20 томів енциклопедії. Скількома способами можна їх розмістити, щоб томи 12 і 13: а) стояли поруч; б) не стояли поруч?

9. Скількома способами можна розсадити 6 гостей за круглим столом?

10. Скільки чотирицифрових чисел можна утворити з цифр 1, 3, 5, 7 і 9, якщо цифри в числі не повторюються?

11. Скільки трицифрових чисел можна утворити з цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 і 6, якщо цифри в числі не повторюються?

12. У футбольній команді з 11 гравців потрібно вибрати капітана та його заступника. Скількома способами можна це зробити?

13. Комісія, що складається з 15 осіб, має вибрати голову, його заступника та секретаря. Скількома способами можна це зробити?

14. У групі навчається 18 студентів. Кожні двоє студентів обмінялись один з одним фотокартками. Скільки всього фотокарток було роздано?

15. Студенти першого курсу вивчають у другому семестрі 12 предметів. Скількома способами можна скласти розклад занять на понеділок, якщо розклад містить 4 різні пари?

16. Скільки існує різних телефонних номерів, які містять п’ять цифр?

17. Скільки існує різних телефонних номерів, які містять сім цифр і не починаються з нуля?

18. Скільки існує точок у координатному просторі, координати яких є цілими одноцифровими додатними числами?

19. Скільки існує шестицифрових чисел, усі цифри яких непарні?

20. У ліфт 12-поверхового будинку зайшло на першому поверсі 10 осіб. Скількома способами вони можуть вийти з ліфта?

21. Скількома способами з групи, в якій навчається 24 студента, можна вибрати 4 делегата для участі у науковій конференції?

22. На площині позначено 10 точок так, що жодні три не лежать на одній прямій. Скільки існує трикутників з вершинами в цих точках?

23. Дано правильний $\boldsymbol{n}$-кутник. Скільки існує чотирикутників з вершинами, які містяться серед вершин даного $\boldsymbol{n}$-кутника?

24. У квітковому магазині є квіти 6 сортів. Скільки різних букетів по 10 квіток у кожному можна скласти?

25. Скільки різних прямокутних паралелепіпедів можна побудувати, якщо довжини його ребер можуть бути виражені цілими числами від 1 до 10?

26. Для підготовки до екзамену запропоновано перелік з 80 запитань. Студент знає відповіді лише на 15 з них. Екзаменаційний білет складається з 6 різних запитань, що входять до даного списку. Скільки різних екзаменаційних білетів можна скласти так, щоб студент міг відповісти принаймні на одне запитання білета?

27. У їдальні є 3 перші страви, 5 других і 2 треті. Скількома способами можна скласти з них обід?

28. Скільки існує звичайних правильних дробів, у яких чисельники і знаменники прості числа: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 і 23?

29. З 8 чоловіків і 6 жінок потрібно створити комісію, до складу якої входитиме 2 чоловіки і 3 жінки. Скількома способами це можна зробити?

30. Серед 20 робітників є 7 малярів. Скількома способами можна скласти бригаду з 5 робітників так, щоб до неї входило 2 маляри?

31. Скільки різних шестицифрових чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 без повторень так, щоб крайні цифри були парними?

32. З п’яти різних томів прози і шести різних томів віршів потрібно вибрати 2 томи прози і 4 томи віршів. Скількома способами можна це зробити?

33. Збори з 20 осіб обирають голову, секретаря і трьох членів редакційної комісії. Скількома способами можна це зробити?

34. Автомобільний номер складається з п’яти цифр і двох літер (усього використовують 30 літер). Скільки таких номерів можна скласти?

35. Розклад занять на понеділок деякої групи студентів містить 4 пари, серед яких іноземна мова і математика. Скількома способами можна скласти цей розклад, щоб пари з вказаних предметів стояли поруч?

36. Пароль складається з чотирьох різних літер (використовується 30 літер) або з чотирьох різних цифр. Скількома способами можна скласти цей пароль?

37. В урні містяться 5 білих, 8 червоних і 10 синіх кульок. Скількома способами можна вийняти з урни 3 кульки так, щоб вони були одного кольору?

38. Скільки п’ятицифрових чисел можна утворити з цифр 1, 2, 3, 4 і 5 без повторення, щоб парні цифри не були поруч?

39. На прямій позначено 12 точок, а на паралельній їй прямій − 7 точок. Скільки трикутників з вершинами в цих точках можна побудувати?

40. Пряма і коло не перетинаються. На колі позначено 9 червоних точок, а на прямій − 15 синіх точок. Відомо, що жодна пряма, яка проходить через дві червоні точки, не містить синіх точок. Скільки існує трикутників з вершинами у цих точках?

41. Скількома способами можна розбити 12 спортсменів на 3 команди по 4 спортсмени в кожній?

42. З 10 різних троянд і 8 різних жоржин потрібно скласти букет, у якому повинно бути не менше 8 троянд і 7 жоржин. Скількома способами можна це зробити?

43. Серед членів шахового гуртка 2 дівчини і 7 хлопців. Для участі у змаганнях необхідно скласти команду з чотирьох осіб, у яку обов’язково повинна увійти хоча б одна дівчина. Скількома способами можна це зробити?

44. Скількома способами можна $\boldsymbol{m}$ білих і $\boldsymbol{n}$ чорних куль ($\boldsymbol{m} \geq \boldsymbol{n}$) розкласти в ряд так, щоб жодні дві чорні кулі не лежали поруч?

1.2. Основні поняття теорії ймовірностей. Операції над подіями

45. Гральний кубик підкидають один раз. Описати простір елементарних подій та події: A − з'явиться число, яке ділиться на 2; B − з'явиться число не більше 4.

46. Серед усіх родин з двома дітьми обрано одну. Описати простір елементарних подій та події: A − в родині є хлопчик і дівчина; B − в родині не більше однієї дівчини; C − в родині хоча б одна дівчина.

47. Знайти переріз множин: а) A та B, якщо $A=\{7;15;20;48;68\}$, $B=\{12;15;18;20;88\}$; б) C та D, якщо C − множина прямокутників, D − множина ромбів.

48. Числовими проміжками задано множини $A=[1;3]$, $B=[2;5]$, $C=[3;8]$, $D=[0;6]$. Знайти: а) $A\cap B$; б) $C\cap D$; в) $B\cup D$; г) $A\cup B$; д) $(A\cup D)\cap(B\cup C)$; е) $(A\cup B)\cap(B\cup D)$.

49. Знайти різницю множин A і B та B і A, якщо: а) $A=\{3;4;13;20;25\}$, $B=\{13;20\}$; б) $A=\{7;8;9\}$, $B=\{2;3\}$; в) $A=\{3;6;9\}$, $B=\{3;6;13\}$.

50. Взята навмання деталь може бути або 1-го сорту (подія A), або 2-го сорту (подія B), або 3-го сорту (подія C). Що уявляють собою події: а) $A+B$; б) $\overline{A+B}$; в) AB; г) $AB+C$?

51. Нехай A, B, C − випадкові події. Записати події, які полягають у тому, що: а) відбулася тільки подія A; б) відбулись A і B, а C не відбулась; в) відбулись всі три події; г) відбулась тільки одна подія; д) відбулись тільки дві події; е) не відбулася жодна з подій; є) відбулась принаймні одна подія; ж) відбулося не більше двох подій.

1.3. Класичне означення ймовірності. Поняття статистичної та геометричної ймовірності

52. Ймовірність купити бракований електроприлад дорівнює 0,007. Чи правильне твердження, що в будь-якій партії з 1000 приладів є 7 бракованих?

53. Ймовірність влучення спортсменом в мішень становить 75%. Чи може бути так, що в серії з 100 пострілів було 98 влучень у мішень?

54. У шухляді лежать 8 синіх і 12 червоних олівців. Яка ймовірність взяти навмання з шухляди: а) 1 ручку; 2) 1 олівець?

55. Яка ймовірність того, що, переставивши букви в слові «математика», отримаємо слово «література»?

56. У лотереї 100 виграшних квитків з 2400. Яка ймовірність виграти в цю лотерею, купивши один квиток?

57. У ящику з 25 деталей 23 стандартні. Яка ймовірність того, що перша навмання взята деталь виявиться нестандартною?

58. З колоди карт (36 штук) навмання виймають 1 карту. Яка ймовірність того, що вона є: а) дамою; б) картою червової масті; в) вісімкою бубнової масті; г) тузом чорної масті?

59. В урні є 5 синіх, 7 червоних і 10 білих кульок однакового розміру та маси. Кульки перемішують і навмання виймають одну. Яка ймовірність того, що вийнята кулька виявиться: а) білою; б) синьою; в) не червоною?

60. У коробці було 17 карток, пронумерованих числами від 1 до 17. Із коробки навмання взяли 1 картку. Яка ймовірність того, що на ній написано число: а) 12; б) непарне; в) кратне 3; г) не кратне 5; д) двоцифрове; е) просте?

61. Подарунковий комплект містить 12 зелених та декілька червоних надувних куль. Скільки червоних куль у комплекті, якщо ймовірність витягнути навмання зелену кулю становить 0,6 ?

62. З множини $\{2,3,4,5,6,7,8\}$ навмання спочатку вибирають парну цифру, а потім непарну. Яка ймовірність того, що ці цифри утворять число 27?

63. З букв *А, Б, В, Г, Д* послідовно навмання вибирають три букви. Яка ймовірність того, що ці букви, записані в порядку вибору, утворять слово «два»?

64. Студент має підручник з вищої математики у 5 томах. Яка ймовірність того, що вони стоять на полиці в порядку зростання номерів, якщо після останнього прибирання він розставив книжки навмання?

65. На столі лежать 12 зошитів, з яких 5 у клітинку. Яка ймовірність того, що вибрані навмання 2 зошити будуть у клітинку?

66. У ліфті троє пасажирів. Ліфт зупиняється на семи поверхах. Яка ймовірність того, що всі пасажири вийдуть на різних поверхах?

67. Контролер у партії з 20 деталей навмання вибирає для перевірки 5 деталей. Якщо серед них немає жодної бракованої, то він приймає всю партію. Яка ймовірність того, що контролер прийме партію деталей, яка містить 7 бракованих деталей?

68. Сімнадцять карток пронумеровано числами від 7 до 21. Навмання вибирають дві з них. Яка ймовірність того, що сума номерів вибраних карток буде непарним числом?

69. У ящику лежать 20 червоних, 10 жовтих і 5 зелених куль. З них навмання вибирають 7 куль. Яка ймовірність того, що серед вибраних куль є 2 червоні, 4 жовті і 1 зелена?

70. На складі магазину зберігають 100 пакетів борошна з написом 1 кг, серед яких 15 пакетів важать більше 1,02 кг, 12 пакетів − менше 0,98 кг, а вага решти пакетів становить від 0,98 до 1,02 кг. З цієї партії навмання вибирають 5 пакетів. Яка ймовірність того, що серед вибраних буде три пакети вагою більше 1,02 кг і два пакети вагою від 0,98 до 1,02 кг?

71. На торгівельному лотку лежать яблука − 20 жовтих і 9 червоних. Покупець придбав три яблука, які вибрав навмання. Яка ймовірність того, що всі вибрані яблука одного кольору?

72. На двох паралельних прямих позначено точки − 8 на одній прямій і 12 на іншій. З цих 20 точок навмання вибирають три. Яка ймовірність того, що три вибрані точки є вершинами трикутника?

73. У змаганні з баскетболу беруть участь 19 команд, з яких 5 вважаються фаворитами. Жеребкуванням команди ділять на дві групи A і B по 9 команд у кожній. Яка ймовірність попадання до однієї групи: а) п'яти команд-фаворитів; б) рівно двох команд-фаворитів?

74. Для підготовки до залікової роботи запропоновано 45 задач. Студент вміє розв'язувати тільки 35 з них. Робота складається з 5 завдань, вибраних випадковим чином, і вважається зарахованою, якщо правильно розв'язані принаймні 4 задачі. Яка ймовірність того, що студент складе залік?

75. У дівчини в конверті лежать 50 фотографій, серед яких є 4 однакових. Дівчина збирається подарувати одну з цих чотирьох фотографій подрузі. Для цього вона навмання дістає з конверта 8 фотографій. Яка ймовірність того, що серед них буде принаймні одна шукана?

76. Викладач запропонував кожному з трьох студентів задумати довільне число від 1 до 10. Вважаючи, що вибір кожним студентом довільного числа є рівноможливим, знайти ймовірність того, що в когось із них числа співпадуть.

77. Шестеро клієнтів випадковим чином звертаються до п'яти фірм. Яка ймовірність того, що хоча б до однієї фірми ніхто не звернувся?

78. Експеримент полягав в підкиданні двох монет. При спостереженні рахували частоту випадкових подій A, B, C: A − випали два герба; B − випали один герб і одна цифра; C − випали дві цифри. Зробивши 50 кидків, з'ясували, що подія B трапляється найчастіше. Чи можна припустити, що подія B більш ймовірна, ніж подія C? Чи можна гарантувати, що подія B більш ймовірна, ніж подія C?

79. Відділ контролю підприємства виявив 5 бракованих виробів з випадково відібраних 100 однакових виробів. Знайти відносну частоту появи бракованих виробів.

80. Серед перших 4000 чисел натурального ряду є 551 просте число. Знайти відносну частоту появи простого числа.

81. Деяка фірма виготовляє радіодеталі з відносною частотою браку 0,05. Яка кількість стандартних радіодеталей серед перевірених 400?

82. Абонент протягом години чекає на телефонний дзвінок. Яка ймовірність того, що йому зателефонують протягом перших 15 хвилин?

83. Точку навмання кинули на відрізок $[0;2]$. Яка ймовірність того, що вона потрапить у відрізок $[0,5;1,4]$?

84. Стрижень довжини l навмання розламали на дві частини. Яка ймовірність того, що довжина меншої частини не перевищує $l/4$?

85. Після бурі на ділянці між 40-м та 70-м кілометрами телефонної мережі стався обрив дроту. Яка ймовірність того, що обрив відбувся між 50-м та 55-м кілометрами мережі?

86. Паркетна підлога складається з квадратів зі стороною 20 см. На підлогу падає монета радіусом 1,5 см. Яка ймовірність того, що вона не перетне границі квадрата?

87. В середину круга радіуса R навмання кидають точку. Знайти ймовірність того, що точка попаде в середину вписаного в круг квадрата.

88. Навмання взято два додатних числа, кожне з яких не перевищує 1. Яка ймовірність того, що їх сума не перевищує 1, а добуток не перевищує $2/9$?

89. Світлана і Олександр домовились зустрітися в центральному парку з 12-ї години до 13-ї години. Той, хто прийде першим, чекає другого протягом 30 хвилин, після чого йде з парку. Яка ймовірність того, що вони зустрінуться?

1.4. Теореми додавання і множення ймовірностей

90. Ймовірність того, що стрілець одним пострілом влучає у ціль, дорівнює 0,6. Стрілець зробив два постріли. Знайти ймовірність того, що обома пострілами стрілець влучив у ціль.

91. Стрілець поціляє по мішені і влучає в десятку з ймовірністю 0,2, а в дев'ятку − з ймовірністю 0,3. Виконано один постріл. Яка ймовірність того, що вибито не менше дев'яти очок?

92. У коробці 10 куль, з них 7 білих. Навмання беруть одну за одною (без повернень) дві кулі. Знайти ймовірність того, що обидві кулі будуть білими.

93. В урні знаходяться 30 куль: 10 червоних, 8 синіх та 12 білих. Знайти ймовірність появи кольорової кулі, якщо вийняли одну кулю.

94. Події A, B, C і D утворюють повну групу. Ймовірності цих подій: $P(A)=0{,}1$, $P(B)=0{,}4$, $P(C)=0{,}3$. Чому дорівнює ймовірність події D?

95. Два спортсмени кидають м’яч у баскетбольну корзину. Ймовірність влучання у корзину для першого спортсмена дорівнює 0,8, а для другого − 0,7. Яка ймовірність, що: а) перший спортсмен влучив у корзину, а другий − ні; б) другий спортсмен влучив у корзину, а перший − ні; в) тільки один спортсмен влучив у корзину; г) обидва спортсмени влучили у корзину; д) жоден спортсмен не влучив у корзину; е) хоча б один спортсмен влучив у корзину?

96. Ймовірність закинути м'яч для одного хлопця дорівнює 0,6, а для другого − 0,5. Обидва хлопця роблять по одному кидку. Яка ймовірність того, що хоча б один із них закине м'яч у корзину?

97. В шухляді 10 деталей, серед яких є 2 нестандартні. Яка ймовірність того, що серед навмання відібраних 6 деталей опиниться не більше однієї нестандартної?

98. При увімкненні запалення двигун починає працювати з ймовірністю 0,8. Яка ймовірність того, що двигун почав працювати за другого увімкнення?

99. Механізм складається з трьох виробів. Ймовірність браку при виготовленні першого виробу дорівнює 0,1, другого − 0,2, третього − 0,3. Яка ймовірність браку при виготовленні механізму?

100. У сім'ї троє дітей. Яка ймовірність того, що всі діти − хлопці?

101. Двічі кидають гральний кубик. Яка ймовірність того, що обидва рази випала «4»?

102. Два стрільці намагаються влучити в одну мішень. Ймовірність влучення в мішень першим стрільцем дорівнює 0,6, а другим − 0,9. Знайти ймовірність того, що в мішень влучить тільки один з них.

103. Ймовірність виграшу в грошовій лотереї на кожен квиток дорівнює 0,05. Яку найменшу кількість лотерейних квитків потрібно купити, щоб з ймовірністю не менше ніж 0,9 отримати виграш принаймні по одному квитку?

104. Підприємство в середньому дає 21% продукції вищої якості і 70% продукції 1-го сорту. Знайти ймовірність того, що навмання взятий виріб матиме якість не нижче 1-го сорту.

105. Для проходження виробничої практики 12 студентам, серед яких є троє друзів, надається 3 місця у Кривому Розі, 3 місця у Запоріжжі, 2 місця у Нікополі та 4 місця у Дніпрі. Яка ймовірність того, що ці троє друзів проходитимуть практику в одному місті?

106. В майстерні два мотори працюють незалежно один від одного. Ймовірність вийти з ладу на протязі певного часу для першого мотору дорівнює 0,1, а для другого − 0,15. Яка ймовірність того, що за цей час жоден з моторів не вийде з ладу?

107. Достатньою умовою здачі студентом колоквіуму є правильна відповідь на одне з двох питань, які пропонує викладач. Студент не знає відповіді на 8 питань із тих 40, що можуть бути запропоновані. Яка ймовірність того, що студент здасть колоквіум?

108. В урні знаходяться 30 куль, з них 5 червоних, 10 − синіх, 14 − зелених і 1 біла. По черзі виймають три кулі, не повертаючи їх до урни. Яка ймовірність того, що першим буде вилучена червона куля, другою − синя, третьою − зелена?

109. Серед співробітників фірми 28% знають англійську мову, 30% – німецьку, 42% – французьку; англійську і німецьку – 8%, англійську і французьку – 10%, німецьку і французьку – 5%; всі три мови – 3%. Знайти ймовірність того, що випадково вибраний співробітник фірми: а) знає англійську чи німецьку; б) знає англійську, німецьку чи французьку; в) не знає жодну з цих мов.

110. Три електричні лампочки послідовно підключені до електричного ланцюга. Ймовірність того, що одна (будь-яка) лампочка перегорить, якщо напруга у мережі перевищить номінальну, дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що при підвищеній напрузі току в мережі не буде.

111. Ділянка електричного поля складається з трьох елементів, кожен з яких працює незалежно один від одного. Елементи не виходять з ладу за певний проміжок часу з ймовірностями $p_1 = 0{,}9,\ p_2 = p_3 = 0{,}7$. Обчислити надійність (ймовірність безвідмовної роботи) ділянки: а) рис. 1; б) рис. 2.

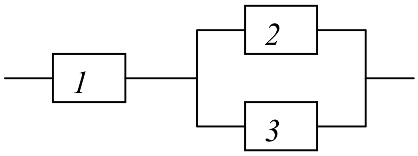

Рис. 1

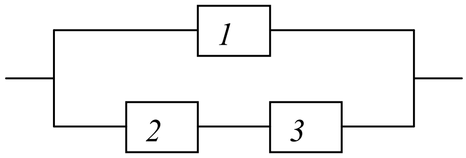

Рис. 2

112. Монета підкидається до тих пір, доки двічі підряд вона не випаде тією ж самою стороною. Знайти ймовірність того, що дослід скінчиться до шостого кидка.

113. Ймовірність того, що стрілець влучить в десятку при одному пострілі, дорівнює 0,6. Скільки пострілів необхідно зробити стрільцю, щоб з ймовірністю не меншою за 0,8 він влучив у десятку хоча б один раз?

114. Дехто знайшов загублену банківську картку. Знайти ймовірність того, що двох спроб, які надаються банкоматом, вистачить, щоб відгадати невідомий код?

115. Залікова робота містить три задачі з теорії ймовірностей і три з математичної статистики. Ймовірність розв'язати задачу з першої теми дорівнює 0,5, а з другої − 0,6. Щоб здати залік, треба розв'язати хоча б по одній задачі з кожної теми. Яка ймовірність того, що за цих умов залік буде зданий?

1.5. Формула повної ймовірності. Формула Байєса

116. В урні 10 кульок: 3 білих і 7 чорних. Навмання виймають одну за одною (без повернень) дві кульки. Яка ймовірність того, що друга кулька буде чорною?

117. У першій урні 4 білих і 3 чорні кульки, а у другій − 3 білі і 1 чорна. З першої урні навмання переклали до другої одну кульку, після чого з другої вийняли одну. Яка ймовірність того, що вона буде білою?

118. Студент підготував до екзамену 25 білетів із 34 запропонованих. В якому випадку в нього більше шансів здати екзамен: отримавши білет першим чи другим?

119. Фірма має три джерела доставки компонентів − фірми *A, B, C*. На долю фірми *A* припадає 50% загального об’єму поставок, фірми *B* − 30%. Відомо, що серед деталей, поставлених фірмою *A*, 10% браковані. Для фірм *B* і *C* цей показник становить 5% і 6% відповідно. Яка ймовірність того, що навмання взята деталь буде без браку?

120. Ймовірність того, що під час роботи комп’ютера станеться збій в арифметичному просторі, у оперативній пам’яті або в пристрої введення співвідносяться як 2:1:3. Ймовірності віднайти збій у цих пристроях дорівнюють відповідно 0,9, 0,75 та 0,7. Яка ймовірність того, що збій у роботі комп’ютера буде знайдено?

121. У цеху працює 20 верстатів. Із них десять верстатів марки *A*, шість − марки *B*, чотири − марки *C*. Ймовірність виготовлення стандартної деталі для цих верстатів відповідно дорівнює 0,9, 0,9 і 0,7. Який відсоток браку випускає цех у цілому?

122. Деталі у кількості 50 штук, виготовлені цехом заводу, потрапили для перевірки якості до одного з двох контролерів. Перший контролер допускає помилку у 1% випадків, а другий − у 2%. Придатна деталь при перевірці визнана стандартною. Яка ймовірність, що висновок про її якість зробив перший контролер, якщо він перевірив 30 деталей?

123. Два мисливці одночасно зробили по одному пострілу у ведмедя. Виявилось, що ведмедя вбито однією кулею. Яка ймовірність того, що ведмедя вбито першим мисливцем, якщо ймовірності влучення для кожного з мисливців відповідно дорівнюють 0,8 і 0,4?

124. Для участі у студентських відбіркових спортивних змаганнях виділено з першої групи курсу 4, з другої − 6, з третьої − 5 студентів. Ймовірність того, що студент першої, другої та третьої груп увійде до складу збірної курсу, дорівнюють відповідно 0,9, 0,7 та 0,8. Навмання обраний студент за результатами змагання увійшов до збірної. До якої групи найбільш ймовірно належить студент?

125. На двох автоматичних лініях виготовляють однакові деталі: на першій − 30%, а решта − на другій. Ймовірність виготовлення стандартної деталі на першій лінії дорівнює 0,9, а на другій − 0,5. Усі деталі надходять на склад. а) Яка ймовірність того, що навмання вибрана на складі деталь виявиться стандартною? б) Навмання вибрана на складі деталь виявилась стандартною. Яка ймовірність того, що вона виготовлена на першій лінії?

126. Із 30 студентів, що прийшли на екзамен, 8 підготувалися відмінно, 10 − добре, 8 − задовільно, а решта − незадовільно. Програма екзамену включає 50 питань. Білет містить 3 питання. Студент, підготовлений відмінно, знає всі питання, добре − 40 питань, задовільно − 25, незадовільно − 10. а) Яка ймовірність того, що навмання викликаний студент відповість на всі три питання білета? б) Навмання викликаний студент відповів на всі три питання білета. Знайти ймовірність того, що це був студент, підготовлений добре (p_1), задовільно (p_2), незадовільно (p_3).

127. В урні знаходяться 4 кулі: білі і чорні. До них додають 2 білі кулі, після чого навмання виймають 3 кулі. Знайти ймовірність того, що усі вийняті кулі білі, вважаючи, що всі припущення про початковий вміст урни рівноможливі.

128. В першій урні знаходяться 4 білі ті 3 чорні кулі, а в другій − 4 білі та 4 чорні. Після того, як з першої урни до другої переклали 2 кулі, з другої урни вийняли навмання одну кулю. Вона виявилась білою. Яка ймовірність того, що з першої урни до другої переклали кулі різного кольору?

1.6. Повторні незалежні випробування

129. Ймовірність виготовлення стандартної деталі на даному верстаті дорівнює 0,9. Визначити ймовірність того, що з шести навмання взятих деталей, які були виготовлені на цьому верстаті, 4 виявляться стандартними.

130. Спостереженнями встановлено, що в певній місцевості у вересні в середньому буває 12 дощових днів. Яка ймовірність того, що із навмання взятих в цьому місяці 8 днів три будуть дощовими?

131. Гральний кубик кидають 5 разів. Яка ймовірність того, що двійка з'явиться рівно 3 рази?

132. Знайдіть ймовірність появи рівно 6 гербів при 9 кидках монети.

133. Студент має скласти тест, який містить 10 запитань з чотирма варіантами відповідей (тільки одна відповідь вірна). Студент відповідає на тестові запитання навмання. Яка ймовірність того, що він дасть рівно 7 правильних відповідей?

134. За умовами попередньої задачі визначте ймовірність того, що студент успішно пройде тест, якщо для цього йому необхідно дати правильні відповіді не менше, ніж на 7 запитань.

135. Знайдіть ймовірність того, що жоден з 5 навмання вибраних людей не народився в неділю.

136. Що більш ймовірно при чотирьох підкиданнях грального кубика: поява принаймні однієї шістки чи відсутність шісток взагалі?

137. Монету підкидають 6 разів. Знайти ймовірність того, що більше разів випаде «герб», ніж «число».

138. Ймовірність того, що в результаті чотирьох незалежних випробувань подія A настане хоча б один раз, дорівнює 0,8704. Знайти ймовірність того, що подія A не настане за одного випробування, якщо вона під час усіх випробувань однакова.

139. Садівником восени було посаджено сім саджанців яблуні. Ймовірність того, що будь-який з саджанців навесні проросте в середньому складає 0,7. Обчислити ймовірність того, що із семи саджанців яблуні навесні проростуть: а) три саджанця; б) не менше як три. Знайти найімовірніше число саджанців, які проростуть навесні, і обчислити відповідну ймовірність.

140. У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих деталей відносяться як $5:2$. Навмання з партії беруть 8 деталей. Яка ймовірність того, що серед них стандартних виявиться шість? Знайти найімовірніше число появи стандартних деталей серед семи навмання взятих з партії.

141. Ймовірність виходу з ладу конденсатора дорівнює $3/11$. Навмання беруть 10 конденсаторів і вмикають їх паралельно в електричну мережу. Яке найімовірніше число конденсаторів вийдуть із ладу?

142. Відомо, що лівші складають в середньому 1% людей. Яка ймовірність того, що серед навмання вибраних 200 осіб буде лише чотири лівші?

143. Завод відправив на базу 9000 доброякісних виробів. Ймовірність пошкодження кожного виробу під час транспортування на базу становить 0,0001. Знайти ймовірність того, що в цій партії виробів при транспортуванні буде пошкоджено: а) 3 вироби; б) не більш як 3 вироби.

144. Частка діабетиків у деякій місцевості становить у середньому 0,2%. Навмання було обстежено 4000 осіб. Яка ймовірність того, що серед них діабетиків буде: а) 4 особи; б) від 3 до 6 осіб; в) не більш як 4 особи?

145. Ймовірність виявити помилку на сторінці книжки дорівнює 0,001. Книжка містить 1000 сторінок. Яка ймовірність у результаті перевірки виявити помилку: а) на 5 сторінках; б) не більш як на 5 сторінках?

146. У партії однотипних деталей стандартні становлять 82%. Навмання з партії беруть 400 деталей. Яка ймовірність того, що серед них буде 355 стандартних?

147. На факультеті навчається 730 студентів. Знайти ймовірність того, що знайдуться три студенти, дати народження яких співпадають.

148. Якою повинна бути мінімальна кількість людей, щоб з ймовірністю не менше 50% можна було стверджувати, що серед них знайдеться хоча б одна особа, яка народилася 1 травня (припустити, що дні народження розподілені рівномірно і не залежать від зовнішніх факторів)?

149. Ймовірність влучення в мішень при одному пострілі дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що при 100 пострілах по мішені буде рівно 75 влучень.

150. У радіоапаратурі, яка містить 300 ламп, застосовують лампи з надійністю 80%. Яка ймовірність того, що 400 таких ламп вистачить для укомплектування цієї радіоапаратури?

151. Яка ймовірність того, що в стовпчику із 100 монет число монет, розташованих гербом угору, буде від 45 до 55?

152. Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0,1. Яка ймовірність того, що з 900 покупців, що завітали до магазину, здійснять покупку від 100 до 180 покупців?

153. Ймовірність виходу із ладу телевізора під час гарантійного строку дорівнює 0,05. Яка ймовірність того, що за час гарантійного строку із 900 телевізорів із ладу вийдуть: а) 30; б) не більш як 30?

154. Ймовірність появи події A в кожному з n незалежних випробувань дорівнює p.

а) Знайдіть ймовірність того, що відносна частота появи події A відхилиться за абсолютною величиною від її ймовірності на величину, не більшу за ε, якщо $n = 1500,\ p = 0,4,\ \varepsilon = 0,02$;

б) В яких межах знаходиться відносна частота події A при $n = 1200$, ймовірність відхилення якої від $p = 2/3$ дорівнює 0,985;

в) Скільки потрібно провести дослідів, щоб з ймовірністю 0,995 можна було чекати відхилення відносної частоти події A від $p = 3/8$ на абсолютну величину, не більшу за 0,01.

155. Скільки разів слід підкинути монету, щоб з ймовірністю 0,6 можна було б очікувати, що відхилення відносної частоти появи герба від ймовірності 0,5 виявиться за абсолютною величиною не більш ніж 0,01?

156. Візуально спостерігати в заданому пункті штучний супутник Землі можна з ймовірністю 0,1 щоразу, коли він пролітає над цим пунктом. Скільки разів має пролетіти супутник над місцем спостереження, щоб з ймовірністю не меншою за 0,9975, вдалося здійснити принаймні 5 спостережень?

§ 2. Випадкові величини

2.1. Дискретні випадкові величини

157. Випадкова величина X має закон розподілу:

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0,1	0,2		0,4	0,1

Необхідно:
а) знайти функцію розподілу випадкової величини та побудувати її графік; б) обчислити ймовірність $P(|X| \le 1)$.

158. Випадкова величина X має закон розподілу:

x_i	-4	-1	2	5	8	10
p_i	a	$1{,}5a$	$0{,}5a$	$3{,}5a$	$2{,}5a$	a

Знайти a. Обчислити: $P(X < 2)$; $P(-4 < X \le 8)$.

159. За даною функцією розподілу ймовірностей

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -4; \\ 0{,}1, & -4 < x \le -1; \\ 0{,}3, & -1 < x \le 2; \\ 0{,}5, & 2 < x \le 5; \\ 0{,}8, & 5 < x \le 8; \\ 1, & x > 8 \end{cases}$$

обчислити: $P(-4 < X \le 2)$; $P(X > 2)$; $P(X \ge 5)$; $P(X \le 2)$.

160. Дано функцію розподілу ймовірностей (рис. 3).

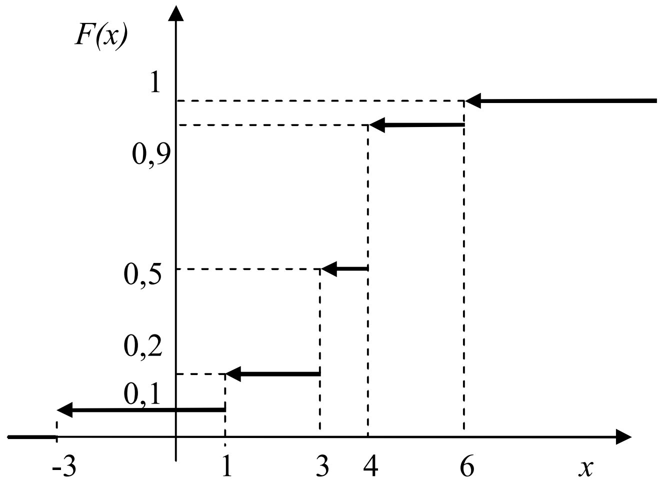

Рис. 3

Обчислити: $P(X \le 3)$; $P(1 \le X < 6)$; $P(X \ge 3)$.

161. Троє студентів складають іспит з теорії ймовірностей. Перший студент складе іспит з ймовірністю 0,9, для другого та третього студента ця ймовірність дорівнює відповідно 0,85 і 0,8. Побудувати закон розподілу ймовірностей випадкової величини X − числа студентів, які складуть іспит. Побудувати функцію розподілу і накреслити її графік.

162. У партії із 25 виробів шість нестандартних. Навмання взято три вироби. Знайти закон і функцію розподілу випадкової величини X − числа нестандартних виробів серед вибраних.

163. Ймовірність того, що футболіст реалізує одинадцятиметровий штрафний удар, дорівнює 0,9. Футболіст виконав три таких удари. Побудувати закон розподілу випадкової величини X − числа реалізованих штрафних.

164. Стрілець, маючи чотири патрони, стріляє до першого влучення в ціль. Ймовірність попадання в ціль при кожному пострілі дорівнює 0,6. Знайти закон розподілу випадкової величини X − числа використаних патронів.

165. Знайти математичне сподівання випадкової величини *X*, закон розподілу якої задано таблицею:

x_i	-1	0	1	2
p_i	0,25	0,5	0,1	0,15

166. Статистична обробка інформації службою автодорожніх пригод дала такі дані: в інтервалі часу від 16 год 30 хв до 18 год 30 хв у робочі дні може відбутися 0, 1, 2 або 3 автомобільні аварії з ймовірністю 0,92, 0,04, 0,03 та 0,01 відповідно. Обчислити середнє значення числа аварій у зазначений проміжок часу.

167. Чотири стрілка стріляють по мішені. Ймовірності влучення кожним стрілком складають 0,4, 0,5, 0,6 і 0,7 відповідно. Знайти математичне сподівання загальної кількості влучень.

168. Ймовірність відмови деталі за час випробування на надійність складає 0,2. Знайти середню кількість деталей, що відмовили, якщо випробуванням підлягали 10 деталей.

169. Знайти математичне сподівання суми та добутку числа очок, які можуть випасти при одночасному підкиданні двох гральних кубиків.

170. Знайти дисперсію та середнє квадратичне відхилення випадкової величини *X*, закон розподілу якої задано таблицею:

x_i	2	3	5
p_i	0,1	0,6	0,3

171. Задано закон розподілу випадкової величини *X*:

x_i	3	5	7	11
p_i	0,14	0,20		0.17

Знайти p_3, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$, Mo.

172. За даним законом розподілу випадкової величини *X*

x_i	-2	2	4	8	10
p_i	0,1	$2a$	0,3	0,1	$3a$

обчислити *a*, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Знайти Mo.

173. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини *X*:

x_i	-3	0		1
p_i	0,2	0,15	0,35	

Відомо, що її математичне сподівання дорівнює 0,4. Знайти дисперсію та середнє квадратичне відхилення цієї випадкової величини.

174. Дискретна випадкова величина *X* може приймати тільки два значення: x_1 і x_2. Знайти ці значення, якщо відомо, що $M(X)=2,7$, $D(X)=0,21$, $p_2=0,7$ і вони є натуральними числами.

175. Дискретна випадкова величина X може приймати тільки два значення: x_1 і x_2, причому $x_1 < x_2$. Скласти закон розподілу цієї випадкової величини, якщо відомо, що $M(X) = 1{,}4$, $D(X) = 0{,}24$ і $p_1 = 0{,}6$.

176. П’ять приладів перевіряються на надійність. Кожний наступний прилад підлягає перевірці лише в тому разі, якщо перевірений перед цим прилад виявиться надійним. Ймовірність того, що прилад витримає перевірку на надійність, дорівнює 0,8 для кожного з них. Обчислити математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення випадкової величини X − числа приладів, що пройшли перевірку. Знайти моду.

177. В урні містяться 6 білих і 4 чорних кулі. З неї 5 разів виймають одну кулю, кожного разу повертаючи її назад і перемішуючи всі кулі. Прийнявши за випадкову величину X кількість вийнятих білих куль, скласти закон розподілу цієї величини, визначити її математичне сподівання та дисперсію.

178. На спортивних змаганнях з 10 юнаків та 5 дівчат жеребкуванням відбирають 3 членів суддівської бригади. Випадкова величина X − число дівчат серед відібраних. Скласти закон розподілу цієї випадкової величини і знайти її функцію розподілу. Обчислити математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення.

2.2. Неперервні випадкові величини

179. Яка з функцій

а) $f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ 5\sqrt{x}, & 0 < x \le 1, \\ 0, & x > 1; \end{cases}$ б) $f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ \dfrac{3}{5}\sqrt[5]{x}, & 0 < x \le 1, \\ 0, & x > 1; \end{cases}$ в) $f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ \dfrac{8}{5}\sqrt[5]{x^3}, & 0 < x \le 1, \\ 0, & x > 1 \end{cases}$

є щільністю розподілу випадкової величини X, визначеної на відрізку $[0;1]$?

180. Випадкова величина X задана функцією розподілу

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -1, \\ \dfrac{x}{4} + \dfrac{1}{4}, & -1 < x \le 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Знайти ймовірність того, що в результаті випробування X прийме значення, яке належить інтервалу $(0;2)$.

181. Щільність розподілу випадкової величини *X* визначається формулою

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ 2x, & 0<x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$$

Яка ймовірність того, що в результаті випробування *X* прийме значення з інтервалу $(0,5;1)$.

182. Випадкова величина *X* задана функцією розподілу

а) $F(x)=\begin{cases}0, & x<2,\\ (x-2)^2, & 2\le x\le 3,\\ 1, & x>3;\end{cases}$ б) $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -2,\\ \dfrac{\sqrt{x+2}}{3}, & -2<x\le 7,\\ 1, & x>7.\end{cases}$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ випадкової величини. Побудувати її графік.

183. Функція $f(x)=\dfrac{a}{e^{-x}+e^{x}}$ є щільністю розподілу деякої випадкової величини *X*. Знайти значення параметра *a*.

184. Дано щільність розподілу неперервної випадкової величини *X*

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ C(x-2), & 2<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Знайти значення константи *C* і функцію розподілу $F(x)$випадкової величини. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

185. Випадкова величина *X* має щільність розподілу

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\sin x, & x\in(0;\pi],\\ 0, & x\notin(0;\pi].\end{cases}$$

Знайти функцію розподілу випадкової величини та ймовірність попадання в інтервал $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

186. Щільність розподілу випадкової величини *X* задано формулою $f(x)=be^{-\lambda x}$ $(\lambda>0, 0\le x<\infty)$. Знайти сталу b, функцію розподілу випадкової величини та ймовірність попадання в інтервал $\left(0;\dfrac{1}{\lambda}\right)$.

187. У круг радіуса 5 навмання кидають точку. Знайти функцію розподілу та щільність розподілу віддалі цієї точки від центра круга.

188. Стрижень довжиною l навмання розламали на дві частини. Знайти функцію розподілу довжини меншої частини стрижня.

189. Дві особи домовились про зустріч на відрізку часу $\left[0;T\right]$. Нехай X − час, що доведеться чекати одній з них до зустрічі. Знайти щільність розподілу випадкової величини *X*.

190. За даною щільністю ймовірностей деякої випадкової величини X

$$f\left(x\right)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \frac{3}{64}\left(x+1\right)^{2}, & 0<x\le 3,\\ 0, & x>3\end{cases}$$

знайти математичне сподівання $M\left(x\right)$, дисперсію $D\left(x\right)$ та середнє квадратичне відхилення $\sigma\left(x\right)$.

191. Щільність розподілу випадкової величини X задано графічно (рис.4):

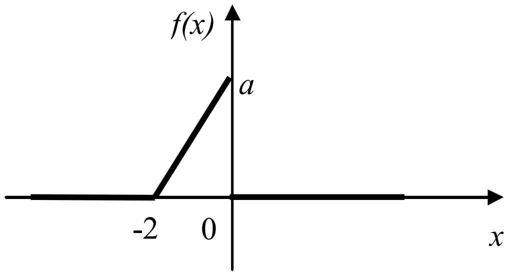

Рис. 4

Знайти математичне сподівання $M\left(x\right)$, дисперсію $D\left(x\right)$ та середнє квадратичне відхилення $\sigma\left(x\right)$ цієї випадкової величини.

192. Функцію розподілу випадкової величини X задано графічно (рис.5):

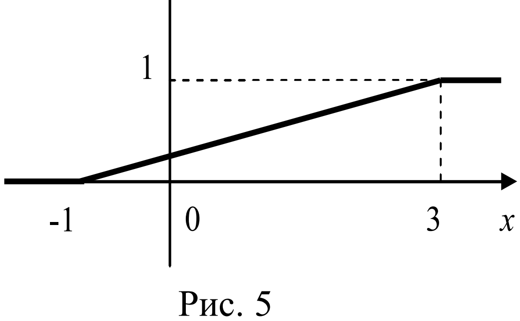

Рис. 5

Знайти числові характеристики цієї випадкової величини.

193. За даною функцією розподілу випадкової величини X

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1, \\ \frac{1}{27}(x+1)^3, & 1<x\le 4, \\ 1, & x>4 \end{cases}$$

знайти математичне сподівання $M(x)$, дисперсію $D(x)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(x)$, моду *Mo* та медіану *Me*. Обчислити $P(2{,}5<x<3{,}25)$.

194. Дана щільність розподілу випадкової величини X

$$f(x)=\begin{cases} a\left(1-\frac{x}{3}\right), & x\in[0;3], \\ 0, & x\notin[0;3]. \end{cases}$$

Знайти *a*, функцію розподілу $F(x)$, математичне сподівання $M(x)$, дисперсію $D(x)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(x)$ та ймовірність попадання випадкової величини у відрізок $\left[M(x)-\sigma(x);M(x)+\sigma(x)\right]$.

2.3. Закони розподілу випадкових величин

195. Ймовірність влучення стрілком у ціль при кожному пострілі дорівнює 2/3. Стрілок зробив 15 пострілів. Знайти середню кількість влучень у ціль.

196. Контрольна робота з теорії ймовірностей містить 6 задач. Ймовірність правильно розв'язати кожну задачу для певного студента дорівнює 0,7. Знайти математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення випадкової величини X – кількості правильно розв'язаних задач.

197. 20% виробів, що виготовляються даним підприємством, потребують додаткового регулювання. Навмання відібрали 150 виробів. Знайти середнє значення і дисперсію випадкової величини X – числа виробів, що потребують регулювання серед відібраних.

198. Знайти середнє число лотерейних білетів, на які випав виграш, та середнє квадратичне відхилення числа успіхів, якщо придбано 20 білетів, а ймовірність виграшу по одному білету дорівнює 0,1.

199. У партії однотипних деталей 95% становлять стандартні. Навмання відбирають 400 деталей. Визначити математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення випадкової величини X − кількості стандартних деталей серед 400 відібраних.

200. Ймовірність влучення у ціль при кожному пострілі дорівнює 0,4. Скільки пострілів необхідно зробити, щоб можна було очікувати в середньому 80 влучень у ціль?

201. На АТС за 1 хвилину в середньому надходить 2 виклики. Знайти ймовірність того, що за 5 хвилин на АТС надійде: а) 2 виклики; б) менше 2 викликів; в) не менше 2 викликів.

202. Знайти середню кількість помилок на сторінці рукопису, якщо ймовірність того, що сторінка містить хоча б одну помилку, дорівнює 0,95.

203. Повідомлення містить 1000 символів. Ймовірність викривлення одного символу дорівнює 0,004. Знайти середнє число викривлених символів у повідомленні та ймовірність того, що буде викривлено не більше трьох символів.

204. Магазин отримав 10000 пляшок мінеральної води. Ймовірність того, що при перевезенні пляшка буде розбита, дорівнює 0,0004. Знайти числові характеристики випадкової величини X − кількості розбитих пляшок в завезеній партії.

205. З гармати стріляють по цілі до першого влучення. Ймовірність влучення в ціль при кожному пострілі дорівнює 0,6 і є величиною сталою. Знайти ймовірність того, що влучення у ціль відбудеться при третьому пострілі. Визначити числові характеристики випадкової величини X − кількості витрачених снарядів.

206. Кидають гральний кубик доти, доки не випаде «3». Знайти ймовірність, що це відбудеться при другому кидку.

207. Студент знає 20 питань з 25 запропонованих. Він навмання вибирає 5 питань. Знайти числові характеристики випадкової величини X − кількості питань, на які студент знає відповіді, серед вибраних.

208. Щільність розподілу випадкової величини X має вигляд

$$f(x)=\begin{cases}0,25A, x\in[0;4],\\ 0, x\notin[0;4].\end{cases}$$

Знайти A, $M(x)$, $D(x)$, $\sigma(x)$, $P(0<X<1{,}1)$.

209. Дехто чекає на телефонний дзвінок між 19:00 і 20:00. Знайти ймовірність того, що дзвінок пролунає від 19 години 22 хвилин до 19 години 46 хвилин (вважати час очікування дзвінка випадковою величиною, розподіленою рівномірно на відрізку $[19;20]$).

210. Випадкова величина X рівномірно розподілена на відрізку $[7;a]$, причому щільність ймовірностей на цьому відрізку дорівнює 0,05. Яке значення приймає параметр a? Знайти числові характеристики випадкової величини.

211. Всі значення рівномірно розподіленої випадкової величини X лежать на відрізку $[2;8]$. Знайти числові характеристики випадкової величини та ймовірність її попадання в інтервал $(3;5)$.

212. Потяги даного маршруту міського трамвая йдуть з інтервалом у 5 хвилин. Пасажир підходить до трамвайної зупинки в деякий момент часу. Яка ймовірність появи пасажира не раніше, ніж через хвилину після відходу попереднього трамвая, але не пізніше, ніж за 2 хвилини до відходу наступного?

213. Випадкова величина X має рівномірний розподіл на відрізку $[1;5]$. Знайти аналітичні вирази для щільності і функції розподілу цієї випадкової величини. Побудувати їх графіки.

214. Випадкова величина X розподілена за показниковим законом з параметром $\lambda = 3$. Яка ймовірність, що вона набуде значення з відрізка: а) $[-2;-1]$; б) $[-2;3]$?

215. Випадкова величина X має щільність розподілу $f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$

Знайти ймовірність того, що в результаті випробування X попаде в інтервал (0,3;1). Обчислити $M(x)$, $D(x)$, $\sigma(x)$.

216. Час безвідмовної роботи елемента розподілений за законом $f(t) = 0{,}003e^{-0{,}003t}, t \geq 0$. Знайти середній час безвідмовної роботи елемента та ймовірність того, що елемент пропрацює не менше 400 годин.

217. Середня тривалість телефонної розмови дорівнює 3 хвилини. Знайти ймовірність того, що довільна телефонна розмова буде тривати не більше 9 хвилин, вважаючи час розмови випадковою величиною, розподіленою за показниковим законом.

218. Час розформування потягу T – випадкова величина, підпорядкована показниковому закону. В середньому можна розформувати 5 потягів за 1 годину. Визначити ймовірність того, що час розформування потяга: а) менше 30 хвилин; б) більше 6 хвилин, але менше 24 хвилин.

219. 90% лампочок перегоряють після 800 годин роботи. Знайти ймовірність того, що лампочка перегорить в проміжку часу від 100 годин до 200 годин роботи.

220. Випробовуються два незалежно працюючих елемента. Тривалість часу безвідмовної роботи елемента має показниковий розподіл з середнім значенням для першого елемента 20 годин, для другого – 25 годин. Знайти ймовірність, що за 10 годин роботи: а) обидва елементи працюватимуть без відмов; б) відмовить тільки один елемент; в) відмовить хоча б один елемент.

221. Випадкова величина X розподілена за нормальним законом з середнім значенням $a = 20$ і дисперсією $D = 200$. Обчислити ймовірність попадання випадкової величини в інтервал (30;80).

222. Помилка вимірювання підпорядковується нормальному закону з параметрами $a = 50$ дм і $\sigma = 10$ дм. Знайти ймовірність того, що виміряне значення буде відхилятись від істинного не більше, ніж на 20 дм. Побудувати графіки функції розподілу та щільності розподілу, вказавши їх характерні точки.

223. Коробки з шоколадом пакують на автоматичній лінії. Їх середня вага дорівнює 1,06 кг. Вважаючи вагу коробки випадковою величиною з нормальним законом розподілу, знайти стандартне відхилення ваги, якщо відомо, що 5% коробок важать менше за 1 кг.

224. Випадкові помилки вимірювання довжини деталі підпорядковуються нормальному закону з параметром $\sigma = 20$ мм. Знайти ймовірність того, що вимірювання деталі виконано з похибкою, яка не перевищує за абсолютною величиною 25 мм.

225. Циліндричні шпонки, що виготовляються автоматом, вважають стандартними, якщо відхилення діаметра шпонки від проектного розміру не перевищує 2 мм. Випадкове відхилення діаметра має нормальний розподіл з середнім квадратичним відхиленням 1,6 мм і математичним сподіванням 0. Скільки відсотків стандартних шпонок виготовляє автомат?

226. Відхилення довжини деталі від стандарту є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом. Якщо стандартна довжина деталі дорівнює 40 см, а середнє квадратичне відхилення 0,4 см, то яку точність довжини деталі можна гарантувати на 80%?

227. Стрільбу ведуть вздовж прямої. Середня дальність польоту снаряда дорівнює m. Припускаючи, що дальність польоту X розподілена за нормальним законом з $\sigma = 80$ м, знайти який відсоток снарядів дасть переліт від 120 м до 160 м.

228. Діаметр деталі, що виготовляється, є випадковою величиною, підпорядкованою нормальному закону з параметрами $a = 5$ см і $\sigma = 0,9$ см. Знайти: а) ймовірність того, що навмання взята деталь має діаметр в межах від 4 см до 7 см; б) ймовірність того, що діаметр навмання взятої деталі різниться від середнього не більше, ніж на 2 см; в) в яких межах слід очікувати розмір діаметра, щоб ймовірність не вийти за ці межі дорівнювала 0,95.

229. Випадкова величина X має нормальний закон розподілу з параметрами $a = 7$ і $\sigma = 2$. В який інтервал потрапить X з практичною достовірністю?

230. Випадкова величина X розподілена за нормальним законом з параметрами $a = 5$ і $\sigma = 0,5$. Знайти ймовірність того, що при трьох незалежних випробуваннях хоча б один раз X прийме значення з інтервалу (2;4).

231. Випадкова величина X розподілена за нормальним законом з математичним сподіванням 2,2 і середнім квадратичним відхиленням 0,5. Яка ймовірність того, що при першому випробуванні випадкова величина прийме значення з відрізку $[3;4]$, а при другому випробуванні − з відрізку $[1;2]$?

232. Деталь виготовляється на верстаті з систематичною помилкою 3, середньоквадратичною помилкою 4 і вважається придатною, якщо її відхилення від номіналу менше за 12. Знайти ймовірність того, що три навмання вибрані деталі з п'яти будуть годними.

Відповіді

1. а) 24; б) 30; в) 20; г) 216; д) 10; є) 30; ж) 36. **2**. а) 5; б) 9; в) 10. **3**. $P_8 = 8!$. **4**. $\boldsymbol{P}_6 = 6! = 720$. **5**. а) $\overline{P}_8(3) = 6720$; б) $\overline{P}_{10}(2,3,2,2) = 75600$. **6**. $\overline{P}_{10}(5,3,2) = 2520$. **7**. $P_5 - P_4 = 96$. **8**. а) $2P_{19} = 2 \cdot 19!$; б) $P_{20} - 2P_{19} = 20! - 2 \cdot 19!$. **9**. 720. **10**. $A_5^4 = 120$. **11**. $A_7^3 - A_6^2 = 180$. **12**. $A_{11}^2 = 110$. **13**. $A_{15}^3 = 2730$. **14**. $A_{18}^2 = 306$. **15**. $A_{12}^4 = 11880$. **16**. $\overline{A}_{10}^5 = 10^5$. **17**. $9 \cdot \overline{A}_{10}^6 = 9 \cdot 10^6$. **18**. $\overline{A}_9^3 = 729$. **19**. $\overline{A}_5^6 = 5^6$. **20**. $\overline{A}_{11}^{10} = 11^{10}$. **21**. $C_{24}^4 = 10626$. **22**. $C_{10}^3 = 120$. **23**. C_n^4. **24**. $\overline{C}_6^{10} = 3003$. **25**. $\overline{C}_{10}^3 = 220$. **26**. $C_{80}^6 - C_{65}^6$. **27**. 30.

28. 36. **29**. $C_8^2 \cdot C_6^3 = 560$. **30**. $C_7^2 \cdot C_{13}^3$. **31**. $A_3^2 \cdot A_5^4$. **32**. $C_5^2 \cdot C_6^4$. **33**. $A_{20}^2 \cdot C_{18}^3$. **34**. $\overline{A}_{30}^2 \cdot \overline{A}_{10}^5$. **35**. $P_3 \cdot P_2 = 12$. **36**. $A_{30}^4 + A_{10}^4$. **37**. $C_5^3 + C_8^3 + C_{10}^3$. **38**. $P_5 - P_4 \cdot P_2$. **39**. $7 \cdot C_{12}^2 + 12 \cdot C_7^2 = 714$. **40**. $C_9^3 + 15 \cdot C_9^2 + 9 \cdot C_{15}^2$ або $C_{24}^3 - C_{15}^3$. **41**. $\dfrac{C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4}{3!}$. **42**. 504. **43**. 91. **44**. C_{m+1}^n. **45**. $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$; $A = \{2,4,6\}$, $B = \{1,2,3,4\}$. **46**. $\Omega = \{ДД, ДХ, ХД, ХХ\}$; $A = \{ДХ, ХД\}$, $B = \{ДХ, ХД, ХХ\}$. **47**. а) $A \cap B = \{15;20\}$; б) $P = C \cap D$, P − множина квадратів. **48**. а) $[2;3]$; б) $[3;6]$; в) $[0;6]$; г) $[1;5]$; д) $[2;6]$; е) $[1;5]$. **49**. а) $A \setminus B = \{3;4;25\}$, $B \setminus A = \varnothing$; б) $A \setminus B = \{7;8;9\}$, $B \setminus A = \{3;6\}$; в) $A \setminus B = \{9\}$, $B \setminus A = \{13\}$. **50**. а) деталь 1-го або 2-го сорту; б) не є деталлю 1-го або 3-го сорту, тобто деталь 2-го сорту; в) неможлива подія; г) деталь 3-го сорту. **51**. а) $A\overline{B}\overline{C}$; б) $AB\overline{C}$; в) ABC; г) $A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C$; д) $AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC$; е) $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$; є) $A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC = 1 - \overline{A}\overline{B}\overline{C}$; ж) $AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}\overline{C} = 1 - ABC$. **52**. Ні. **53**. Так. **54**. а) 0; б) 1. **55**. 0.

56. $\dfrac{100}{2400} \approx 0{,}04$. **57**. $\dfrac{2}{25} = 0{,}08$. **58**. а) $\dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$; б) $\dfrac{9}{36} = \dfrac{1}{4}$; в) $\dfrac{1}{36}$; г) $\dfrac{8}{36} = \dfrac{2}{9}$.

59. а) $\dfrac{10}{22}$; б) $\dfrac{5}{22}$; в) $\dfrac{15}{22}$. **60**. а) $\dfrac{1}{17}$; б) $\dfrac{9}{17}$; в) $\dfrac{5}{17}$; г) $\dfrac{14}{17}$; д) $\dfrac{8}{17}$; е) $\dfrac{7}{17}$. **61**. 8.

62. $\dfrac{1}{12}$. **63**. $\dfrac{1}{A_5^3} = \dfrac{1}{60}$. **64**. $\dfrac{1}{P_5} = \dfrac{1}{120}$. **65**. $\dfrac{C_5^2}{C_{12}^2} = \dfrac{5}{33}$. **66**. $\dfrac{A_7^3}{\overline{A}_7^3} = \dfrac{30}{49}$.

67. $\dfrac{C_{13}^5}{C_{20}^5} \approx 0{,}13$. **68**. $\dfrac{C_8^1 \cdot C_9^1}{C_{17}^2} = \dfrac{9}{17}$. **69**. $\dfrac{C_{20}^2 \cdot C_{10}^4 \cdot C_5^1}{C_{35}^7} \approx 0{,}03$. **70**. $\dfrac{C_{15}^3 \cdot C_{73}^2}{C_{100}^5} \approx 0{,}016$.

71. $\dfrac{C_{20}^3 + C_9^3}{C_{29}^3} = \dfrac{68}{203}$. **72**. $\dfrac{C_8^2 C_{12}^1 + C_8^1 C_{12}^2}{C_{20}^3} = \dfrac{72}{95}$. **73**. а) $\dfrac{2 \cdot C_{13}^4}{C_{18}^9} \approx 0{,}029$; б) $\dfrac{2 \cdot C_5^2 \cdot C_{13}^7}{C_{18}^9} \approx 0{,}706$. **74**. $\dfrac{C_{35}^5 + C_{35}^4 \cdot C_{10}^1}{C_{45}^5} \approx 0{,}69$. **75**. $\dfrac{C_{50}^8 - C_{46}^8}{C_{50}^8} \approx 0{,}51$. **76**. 0,28.

Вказівка: розглянути протилежну подію $P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{A_{10}^3}{\overline{A}_{10}^3}$, тоді $P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right)$.

77. $1 - \dfrac{\overline{P}_6(1,1,1,1,2)}{\overline{A}_5^6} = 0{,}8848$. **78**. Припустити можна, гарантувати − ні.

79. 0,05. **80**. $\frac{551}{4000}=0{,}13775$. **81**. 380. 82. 0,25. **83**. $\frac{2-0}{1{,}4-0{,}5}=0{,}45$. **84**. 0,5. **85**. $\frac{1}{6}$. **86**. 0,018. **87**. $\frac{2}{\pi}$. **88**. $\frac{1}{3}+\frac{2}{9}\ln 2$. **89**. $\frac{3}{4}$. **90**. 0,36. **91**. 0,5. **92**. 0,49. **93**. 0,6 . **94**. 0,2. **95**. а) 0,24; б) 0,14; в) 0,38; г) 0,56; д) 0,06; е) 0,94. **96**. 0,8. **97**. $\frac{C_8^6}{C_{10}^6}+\frac{C_2^1\cdot C_8^5}{C_{10}^6}=\frac{2}{3}$. **98**. 0,16. **99**. 0,496. **100**. $\frac{1}{8}$. **101**. $\frac{1}{36}$. **102**. 0,42. **103**. 45. **104**. 0,91. **105**. 0,0273. **106**. 0,765. **107**. 0,96. **108**. $\frac{5}{174}$. **109**. а) 0,5; б) 0,8; в) 0,2. **110**. 0,936. **111**. а) $p_1\cdot\left(1-\overline{p}_2\overline{p}_3\right)=0{,}819$; б) $1-\overline{p}_1\cdot\left(1-p_2p_3\right)=0{,}949$. **112**. $\frac{15}{16}$. **113**. $\boldsymbol{n}\geq 2$. **114**. 0,002. **115**. 0,819. **116**. 0,6. **117**. $\frac{5}{7}$. **118**. Однакова: $\frac{25}{34}$. **119**. 0,923. **120**. 0,775. **121**. 17%. **122**. 0,59. **123**. $\frac{6}{7}$. **124**. До другої групи. **125**. а) 0,62; б) $\approx 0{,}4$. **126**. а) $\approx 0{,}47$; б) $p_1\approx 0{,}36,\ p_2\approx 0{,}07,\ p_3\approx 0{,}01$. **127**. $\frac{7}{20}$. **128**. $\frac{5}{9}$. **129**. $\approx 0{,}098$. **130**. $\approx$0,2787. **131**. $\frac{10\cdot 5^2}{6^5}\approx 0{,}032$. **132**. $\frac{84}{2^9}\approx 0{,}164$. **133**. $\frac{C_{10}^7 3^3}{4^{10}}\approx 0{,}003$. **134**. $P_{10}(7)+P_{10}(8)+P_{10}(9)+P_{10}(10)\approx 0{,}003431$. **135**. $\frac{6^5}{7^5}\approx 0{,}463$. **136**. Поява принаймні однієї шістки, $p=\frac{671}{1296}$. **137**. $\approx 0{,}34$. **138**. 0,6. **139**. а) $\approx$ 0,042; б) $\approx$ 0,069; $m_0=5,\ P_7(5)\approx 0{,}318$. **140**. 0,607; $m_0=6$. **141**. 2. **142**. 0,195. **143**. а) $\approx$ 0,494; б) $\approx$0,987. **144**. а) $\approx$0,1337; б) $\approx$0,3005; в) $\approx$0,1549. **145**. а) $\approx$0,0031; б) $\approx$0,9994. **146**. $\approx$0,0001. **147**. $\approx$0,22. **148**. 253. **149**. 0,046. **150**. $\approx$0,9938. **151**. $\approx$0,6826. **152**. 0,1335. **153**. а) 0,0044; б) 0,0113. **154**. а) 0,8859; б) $(0{,}63;0{,}7)$; в) $n\geq 18507$. **155**. n = 1764. **156**. $P(m\geq 5)\approx \Phi\left(3\sqrt{n}\right)+\Phi\left(\frac{n-50}{3\sqrt{n}}\right)\approx 0{,}9987$, n >144. **157**. а) $F(x)$ дорівнює 0 при $x\leq -2$; 0,1 при $-2<x\leq -1$; 0,3 при $-1<x\leq 0$; 0,5 при $0<x\leq 1$; 0,9 при $1<x\leq 2$; 1 при $x>2$; б) $P\left(|X|\leq 1\right)$=0,8. **158**. a = 0,1; $P(X<2)$= 0,25;

$P(-4 < X \le 8) =$ 0,8. **159**. 0,5; 0,5; 0,5; 0,5. **160**. 0,5; 0,4; 0,7.

161.

x_i	0	1	2	3
p_i	0,003	0,056	0,329	0,612

$F(x)$ дорівнює 0 при $x \le 0$; 0,003 при $0 < x \le 1$; 0,059 при $1 < x \le 2$; 0,398 при $2 < x \le 3$; 1 при $x > 3$.

162.

x_i	0	1	2	3
p_i	0,42	0,45	0,12	0,01

$F(x)$ дорівнює 0 при $x \le 0$; 0,42 при $0 < x \le 1$; 0,87 при $1 < x \le 2$; 0,99 при $2 < x \le 3$; 1 при $x > 3$.

163.

x_i	0	1	2	3
p_i	0,001	0,027	0,243	0,729

164.

x_i	1	2	3	4
p_i	0,600	0,240	0,096	0,064

165. $M(X) = 0{,}15$. **166**. 0,13. **167**. 2,2 попадання. **168**. 2 деталі. **169**. $M(X+Y) = 3{,}5 + 3{,}5 = 7$, $M(XY) = 3{,}5 \cdot 3{,}5 = 12{,}25$. **170**. $D(X) = 1{,}05$; $\sigma(X) \approx 1{,}024$. **171**. $p_3 = 0{,}49$; $M(X) = 6{,}72$; $D(X) = 5{,}6816$; $\sigma(X) \approx 2{,}3836$; $Mo = 7$. **172**. a = 0,1; $M(X) = 5{,}2$; $D(X) = 15{,}36$; $\sigma(X) \approx 3{,}92$; $Mo = 4; 10$. **173**. $D(X) = 2{,}34$; $\sigma(X) \approx 1{,}53$. **174**. 2 і 3. **175**.

x_i	1	2
p_i	0,6	0,4

176. $M(X) \approx 3{,}28$; $\sigma(X) \approx 1{,}67$; $Mo = 5$.

177.

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	0,010	0,077	0,230	0,346	0,259	0,078

$M(X) = 3; D(X) = 1{,}2$.

178.

x_i	0	1	2	3
p_i	$\frac{24}{91}$	$\frac{45}{91}$	$\frac{20}{91}$	$\frac{2}{91}$

$F(X)$ дорівнює 0 при $x \le 0$, $\frac{24}{91}$ при $0 < x \le 1$, $\frac{69}{91}$ при $1 < x \le 2$, $\frac{89}{91}$ при $2 < x \le 3$, 1 при $x > 3$; $M(X) = 1$; $D(X) \approx 0{,}571; \sigma(X) \approx 0{,}756$. **179**. в). **180**. $P(0 < X < 2) = 0{,}5$.

181. $P(0{,}5 < X < 1) = 0{,}75$. **182**. а) $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ 2(x-2), & 2 \le x \le 3, \\ 0, & x > 3, \end{cases}$ графік зображений на рис. 6; б) $f\left(x\right)=\begin{cases}0, & x\le -2,\\ \dfrac{1}{6\sqrt{x+2}}, & -2<x\le 7,\\ 0, & x>7,\end{cases}$ графік – рис. 7.

183. $a=\dfrac{2}{\pi}$. **184**. $C=2$, $F\left(x\right)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ \left(x-2\right)^2, & 2<x\le 3,\\ 1, & x>3,\end{cases}$ графіки – див. рис. 8 і 9.

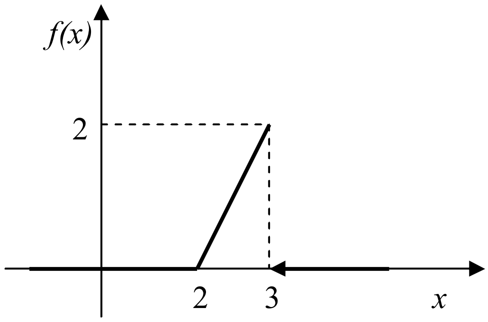

Рис. 6

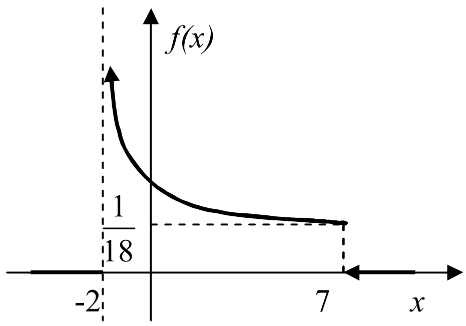

Рис. 7

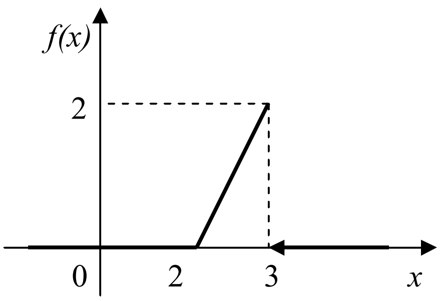

Рис. 8

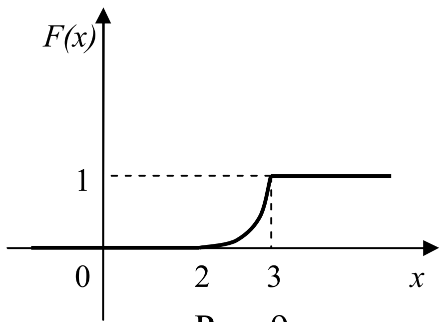

Рис. 9

185. $F\left(x\right)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{1}{2}\left(1-\cos x\right), & 0<x\le \pi,\\ 1, & x>\pi;\end{cases}$ $P\left(0<x<\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{2-2\sqrt{2}}{4}$. **186**. $b=\lambda$,

$F\left(x\right)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ 1-be^{-\lambda x}, & x>0;\end{cases}$ $P\left(0<x<\dfrac{1}{\lambda}\right)=1-\dfrac{1}{e}$. **187**. $F\left(x\right)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{x^2}{25}, & 0<x\le 5,\\ 1, & x>5;\end{cases}$

$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{2x}{25}, & 0<x\le 5,\\ 0, & x>5.\end{cases}$ **188**. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{2x}{l}, & 0<x\le \dfrac{l}{2},\\ 1, & x>\dfrac{l}{2}\end{cases}$ **189**. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{2(T-x)}{T^2}, & 0<x\le T,\\ 0, & x>T.\end{cases}$

190. $M(x)=2$, $D(x)\approx 6{,}71$, $\sigma(x)\approx 2{,}59$. **191**. $M(x)=-\dfrac{2}{3}$, $D(x)=\dfrac{2}{9}$, $\sigma(x)=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **192**. $M(x)=1$, $D(x)=\dfrac{4}{3}$, $\sigma(x)=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **193**. $M(x)=3{,}25$, $D(x)\approx 0{,}3375$, $\sigma(x)\approx 0{,}581$, $Mo=4$, $Me\approx 3{,}381$, $P(2{,}5<x<3{,}25)\approx 0{,}297$. **194**. $a=\dfrac{2}{3}$, $M(x)=1$, $D(x)=0{,}5$, $\sigma(x)\approx 0{,}707$, $P(0{,}293<x<1{,}707)\approx 0{,}6285$; $F(X)$ дорівнює 0 при $x<0$, $\dfrac{1}{9}\left(6x-x^2\right)$ при $0\le x\le 3$, 1 при $x>3$. **195**. 10. **196**. 4,2; $\approx 1{,}12$. **197**. $M(x)=30$, $D(x)=24$. **198**. $M(x)=2$, $\sigma(x)\approx 1{,}34$. **199**. $M(x)=380$, $D(x)=19$, $\sigma(x)\approx 4{,}36$. **200**. 200. **201**. а) $P_5(2)= =\dfrac{10^2}{2!}e^{-10}\approx 0{,}00225$; б) $P_5(k<2)=P_5(0)+P_5(1)\approx 0{,}000495$; в) $\approx 0{,}999505$. **202**. $\lambda=3$. *Вказівка*. Кількість помилок підпорядковується закону Пуассона. **203**. 4; $\approx 0{,}433$. **204**. $M(x)=4$, $D(x)=4$, $\sigma(x)=2$. **205**. P=0,096; $M(x)=\dfrac{5}{3}$, $D(x)=\dfrac{10}{9}$, $\sigma(x)\approx 1{,}05$. **206**. $\dfrac{5}{36}$. **207**. $M(x)=4$, $D(x)=\dfrac{2}{3}$, $\sigma(x)\approx 0{,}82$. *Вказівка*. Скористатись числовими характеристиками гіпергеометричного розподілу. **208**. A = 1, $M(x)$= 2, $D(x)=\dfrac{4}{3}$, $\sigma(x)=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$, $P(0<X<1{,}1)$ = 0,275. **209**. 0,4. **210**. a = 27 $M(x)=17$, $D(x)=\dfrac{100}{3}$, $\sigma(x)\approx 5{,}77$. **211**. $M(x)=5$, $D(x)=3$, $\sigma(x)\approx 1{,}73$; $P(3<X<5)=\dfrac{1}{3}$. **212**. $\dfrac{2}{5}$. **213**. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{4}, & x\in[1;5],\\ 0, & x\notin[1;5];\end{cases}$

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\in(-\infty;1),\\ \dfrac{x-1}{4}, & x\in[1;5],\\ 1, & x\in(5;\infty);\end{cases}$$ графіки функцій представлені на рисунках 10 і 11.

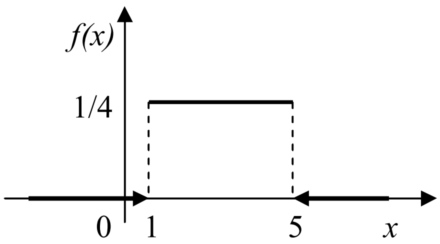

Рис. 10

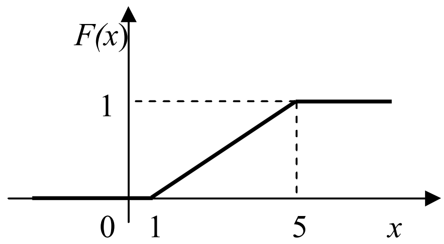

Рис. 11

214. а) 0; б) ≈ 0,999. **215**. $P(0,3<x<1)\approx 0,41$; $M(x)=$ 0,5, $D(x)=0,25$, $\sigma(x)=$ 0,5. **216**. $333\frac{1}{3}$ години; $p\approx 0,3$. **217**. $\approx 0,95$. **218**. а) $\approx 0,918$; б) $\approx 0,471$. **219**. $\approx$0,1084. **220**. а) $\approx$0,4065; б) $\approx$0,4637; в) $\approx$0,5935. **221**. 0,758. **222**. $\approx 0,954$, графіки функцій представлені на рисунках 12 і 13. **223**. $\approx 0,023$. **224**. 0,7888. **225**. $\approx$79%. **226**. $\varepsilon=0,52$. *Вказівка*. Скористатись умовою $P\left(|X-40|<\varepsilon\right)=\Phi\left(\dfrac{\varepsilon}{0,4\sqrt{2}}\right)>0,8$. **227.** 4,4%. Результат не залежить від m. **228**. а) 0,8531; б) 0,9734; в) $3,24<d<6,76$. **229**. $(1;12]$. *Вказівка*. Скористатись правилом 3σ. **230**. 0,067. **231**. 0,018. **232**. $7,2\cdot 10^{-5}$.

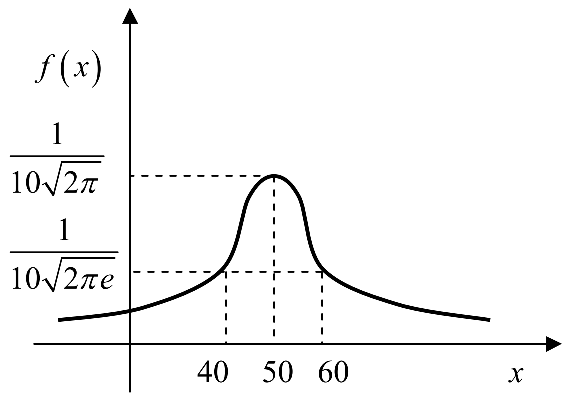

Рис. 12

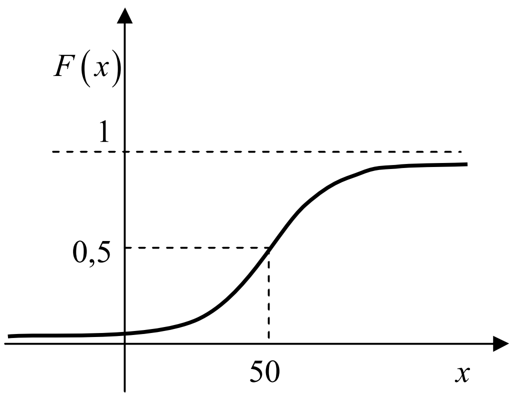

Рис. 13

Глава 2
ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

§ 1. Основні поняття математичної статистики

1. Вибірку задано у вигляді розподілу частот:

x_i	4	7	8	12
n_i	5	2	3	10

Знайти об'єм вибірки, розмах, побудувати розподіл відносних частот.

2. За даним розподілом вибірки знайти емпіричну функцію розподілу $F^*(x)$ та побудувати її графік:

x_i	2	5	7	8
n_i	1	3	2	4

3. Для наведеної нижче вибірки записати варіаційний ряд:
1 1 0 2 3 3 5 2 2 1 4 4 2 3 3 3 2 2 1
0 4 6 2 5 6 1 4 1 4 3 4 2 7 6 1 2 3 6
4 2 1 4 3 3 3 6 8 3 5 3 3 2 1 5 3 3 5.
Побудувати полігон частот.

4. Для випадкової величини X отримали статистичний ряд:
1 9 6 7 7 3 5 6 6 2 4 7 8 0 9 7 5 3 5 2 6 5 4 6 9
3 10 4 1 6 7 2 4 5 4 6 9 4 2 3 5 2 10 7 2 4 5 8 8 4.
Записати відповідний варіаційний ряд і побудувати полігон відносних частот.

5. Побудувати гістограму частот за відомим інтервальним розподілом вибірки:

I_i	1-5	5-9	9-13	13-17	17-21
n_i	10	20	50	12	8

6. Є дані про витрати часу на виробництво одиниці продукції по 60 виробах: 0,09 0,09 0,11 0,09 0,09 0,11 0,09 0,07 0,09 0,06 0,09 0,09
0,09 0,11 0,09 0,07 0,09 0,07 0,10 0,07 0,09 0,10 0,06 0,10
0,08 0,06 0,09 0,08 0,08 0,08 0,08 0,10 0,08 0,07 0,09 0,08
0,09 0,11 0,09 0,09 0,08 0,10 0,09 0,08 0,10 0,08 0,09 0,08
0,09 0,09 0,08 0,06 0,08 0,08 0,10 0,09 0,09 0,10 0,10 0,11.

Скласти інтервальний варіаційний ряд (прийняти $x_1 = x_{\min} - \frac{h}{2}$, $h = 0{,}01$) і побувати гістограму відносних частот.

7. З великої кількості результатів випробування випадковим чином відібрані наступні: 2; 3; 2; 4; 5; 2; 3; 3; 6; 4; 5; 4; 6; 5; 3; 4; 2; 4; 3; 3; 5; 4; 6; 4; 5; 3; 4; 3; 2; 4. Треба:

а) скласти дискретний статистичний розподіл вибірки;

б) скласти розподіл відносних частот;

в) побудувати полігони частот та відносних частот;

г) скласти емпіричну функцію розподілу і побудувати її графік.

§ 2. Статистичні оцінки параметрів розподілу

2.1. Точкові оцінки статистичних характеристик і параметрів розподілу

8. З генеральної сукупності вилучена вибірка:

x_i	1	3	6	26
n_i	8	40	10	2

Знайти незміщену оцінку генеральної середньої.

9. Знайти вибіркову середню за відомим розподілом вибірки:

x_i	2560	2600	2620	2650	2700
n_i	2	3	10	4	1

10. Для даного варіаційного ряду знайти вибіркову дисперсію:

x_i	18,4	18,9	19,3	19,6
n_i	5	10	20	15

11. Знайти статистичні характеристики $\overline{x}_B$, D_B, σ, v_B варіаційного ряду:

x_i	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n_i	4	5	3	5	5	3	2	2	1

12. В таблиці наведені результати вимірювання зросту випадковим чином відібраних 100 студентів:

Зріст, см	154-158	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178	178-182
Кількість студентів	10	14	26	28	12	8	2

Знайти вибіркову середню та вибіркову дисперсію зросту досліджуваних студентів.

13. За вибіркою об'ємом $n = 41$ знайдена зміщена оцінка $D_B = 3$ генеральної дисперсії. Знайти незміщену оцінку дисперсії генеральної сукупності.

14. За даними задачі **6** обчислити статистичні характеристики $\overline{x}_B$, s^2, s.

15. Після п'яти вимірювань довжини стрижня одним і тим самим приладом (без системної помилки) отримали наступні результати (у мм): 92, 94, 103, 105, 106. Знайти вибіркову середню довжину стрижня та вибіркову і виправлену дисперсії помилок приладу.

16. 200 однотипних деталей були піддані шліфуванню, після чого вимірювалось зменшення їх лінійних розмірів x_i. Результати вимірювання наведені в таблиці:

x_i, мм	3,7	3,8	3,9	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4
n_i	1	22	40	79	27	26	4	1

Знайти точкові незміщені оцінки $M(x)$ та $D_Г$.

17. Граничне навантаження на сталевий болт x_i (у кг/мм^2), що вимірювалось в лабораторних умовах, надано в таблиці:

x_i	4,5-5,5	5,5-6,5	6,5-7,5	8,5-9,5	9,5-10,5	10,5-11,5	11,5-12,5	12,5-13,5	12,5-13,5
n_i	40	32	28	24	29	18	16	12	8

Визначить незміщені оцінки генеральної середньої та середньоквадратичного відхилення.

18. За даними вибіркового дослідження відома кількість людей, що відвідали лікарню протягом року. Дані згруповані відповідно віку відвідувачів. Знайти вибіркову середню $\overline{x}_B$, виправлену дисперсію s^2, виправлене середнє квадратичне відхилення s та коефіцієнт варіації v_B.

Вік	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69
Кількість відвідувачів	45	36	175	361	825

19. Досліджувалась ціна певного товару у різних торгових точках міста. Дані дослідження зведені у таблицю:

Торгова точка	1	2	3	4	5	6	7	8
Ціна, грн	100	110	115	125	140	145	145	150

Знайти розмах вибірки, вибіркову середню, виправлені дисперсію та середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації.

20. Є дані про кількість студентів у групах, що навчаються в деякому вищому навчальному закладі:

28 27 26 28 27 25 22 24 25 23 24 25

22 21 23 19 20 21 22 19 21 20 22 18.

Скласти статистичний розподіл вибірки та знайти статистичні характеристики $\overline{x}_B$, s^2, s, v_B.

21. Випадкова величина X – число насінин бур'яну в пробі зерна, розподілена за законом Пуассона. В таблиці наведені дані про кількість насінин бур'яну у 1000 пробах зерна:

x_i	0	1	2	3	4	5	6
n_i	405	366	175	40	8	5	2

де x_i − число насінин бур'яну в одній пробі, n_i − число проб, що містять x_i насінин. Знайти точкову оцінку невідомого параметра розподілу Пуассона.

22. Час роботи елемента радіопристрою підпорядкований показниковому закону. В таблиці наведено емпіричний розподіл середнього часу роботи 200 елементів:

x_i	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
n_i	133	45	15	4	2	1

де x_i − середній час роботи елемента в годинах, n_i − кількість елементів, які пропрацювали x_i годин. Знайти оцінку параметра розподілу λ.

2.2. Інтервальні оцінки статистичних характеристик

23. Знайти довірчій інтервал для оцінки з надійністю $\gamma = 0,95$ невідомого математичного сподівання a нормально розподіленої ознаки X генеральної сукупності, якщо генеральне середньоквадратичне відхилення становить $\sigma = 5$, вибіркова середня $\overline{x}_B = 14$ і обсяг вибірки $n = 25$.

24. Відстань від гармати до цілі виміряли за допомогою одного й того ж приладу 5 разів з середньоквадратичним відхиленням випадкових помилок вимірювання $\sigma = 40$ м. Знайти довірчій інтервал для оцінки істинної відстані a до цілі з надійністю $\gamma = 0,95$, якщо середнє арифметичне результатів вимірювання дорівнює 2000 м. Вважати відстань до цілі розподіленою за нормальним законом.

25. З великої партії електроламп випадковим чином відібрали 100 ламп. Виявилось, що середня тривалість горіння лампи становить 1000 годин. Знайти з надійністю 0,95 довірчий інтервал для середньої тривалості горіння лампи всієї партії, якщо середньоквадратичне відхилення цієї ознаки дорівнює $\sigma = 40$ годин. Вважати, що тривалість горіння лампи розподілена за нормальним законом.

26. Знайти мінімальний обсяг вибірки, при якому з надійністю 0,975 точність оцінки математичного сподівання a генеральної сукупності за вибірковою середньою дорівнює $\delta = 0,3$, якщо відомо середнє квадратичне відхилення $\sigma = 1,2$ нормально розподіленої генеральної сукупності.

27. З генеральної сукупності, розподіленої за нормальним законом, витягнута вибірка і складено варіаційний ряд:

x_i	-2	1	2	3	4	5
n_i	2	1	2	2	2	1

Оцініть з надійністю 0,95 математичне сподівання цієї ознаки.

28. Новим сортом пшениці було засіяно 10 дослідних ділянок. Після обмолоту отримали дані про врожайність пшениці на кожній з ділянок :

№ ділянки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Врожайність, ц/га	25,4	28,0	20,1	27,4	25,6	23,9	24,8	26,4	27,0	25,4

Побудувати довірчий інтервал для середньої врожайності нового сорту пшениці з рівнем значущості 0,05.

29. Випадково відібрана партія з 20 приладів була випробувана щодо терміну безвідмовної роботи кожного з них t_i. Результати випробування наведено в таблиці:

t_i, годин	65-135	135-205	205-275	275-345	345-415
n_i	2	5	10	2	1

З надійністю 0,99 побудувати довірчий інтервал для середнього часу безвідмовної роботи приладу.

30. З генеральної сукупності вийнято вибірку обсягом $n = 16$ і знайдено середнє квадратичне відхилення $s = 1$ нормально розподіленої кількісної ознаки. Знайти довірчий інтервал, що покриває генеральне середнє квадратичне відхилення σ з надійністю 0,95.

31. Знайти з надійністю 0,98 інтервальну оцінку для дисперсії нормального розподілу, якщо для вибірки обсягом $n = 17$ обчислена оцінка $s^2 = 25$.

32. Зробили 12 вимірів одним приладом (без системної помилки) деякої фізичної величини. При цьому виправлене середньоквадратичне відхилення випадкових помилок вимірювання виявилось рівним 0,6. Знайти точність приладу з надійністю 0,99, вважаючи, що результати вимірювання розподілені нормально.

33. Є дані про довжину заготовок, які були виготовлені на певному верстаті:

Довжина заготовки, мм	40,28	40,29	40,30	40,31	40,32	40,33	40,34	40,35
Кількість заготовок	1	2	3	5	4	2	2	1

Вважаючи, що довжина заготовок є нормально розподіленою ознакою, визначити границі довірчого інтервалу для дисперсії з надійністю 0,95.

34. Є дані про вагу x_i (у кг) 24 деталей, які випадковим чином були відібрані з великої партії однотипних деталей:

x_i	4,31	4,35	4,36	4,37	4,38	4,39	4,40	4,41	4,42	4,43	4,59
n_i	1	2	2	2	1	2	8	1	3	1	1

Побудувати з надійністю 0,95 довірчі інтервали для оцінки середньої ваги деталі і дисперсії генеральної сукупності.

35. З генеральної сукупності, розподіленої за нормальним законом, витягнута вибірка:

а) 0 2 4 3 2 2 3 3 1 3 3 3 1 1 2 3 1 4 3 1 7 4 3 4 2 3 2 3 3 1 4 3 1 4 5 3 4 2 2 4 5 3 6 4 1 3;

б) 67 73 68 72 67 70 74 79 65 72 71 70 69 76 71 63 65 73 80 69 69 60 70 68 74 78 75 73 72 76 64 70 68 70 70 78 73 67 62 64 70 81 72 70 70 73;

в) 96,2 100,0 99,4 98,8 97,2 101,4 100,8 100,0 99,4 100,3 100,4 98,0 98,2 100,5 98,2 99,2 100,0 99,4 99,2 100,4 98,8 101,2 100,4 99,2 100,0 99,4 100,0 100,5 99,2 100,0.

Знайти з надійністю 0,9 довірчі інтервали для оцінки математичного сподівання, середньоквадратичного відхилення і дисперсії ознаки X генеральної сукупності.

§ 3. Двовимірний статистичний розподіл вибірки

36. Дано двовимірний статистичний розподіл вибірки ознак X і Y:

$Y = y_i$	$X = x_j$				n_{y_i}
	1	3	5	6	
16	–	20	4	2	26
17	3	25	6	–	34
18	10	30	–	–	40
n_{x_j}	13	75	10	2	100

Необхідно:

а) обчислити $\overline{x}$, $\overline{y}$, σ_x, σ_y, $r_{\text{В}}$;

б) побудувати умовні статистичні розподіли $Y / X = 5$ і $X / Y = 18$, обчислити їх середні значення та середньоквадратичні відхилення.

37. За даним двовимірним статистичним розподілом вибірки ознак X і Y

$Y = y_i$	$X = x_j$				n_{y_i}
	10	20	30	40	
2	–	2	4	4	
4	10	8	6	6	
6	5	10	5	–	
8	15	–	15	10	
n_{x_j}					

потрібно:

а) обчислити K^*_{xy}, $r_{\text{В}}$;

б) побудувати умовні статистичні розподіли $Y / X = 20$ і $X / Y = 8$, обчислити їх числові характеристики.

38. За заданою кореляційною таблицею знайти кореляційний момент та вибірковий коефіцієнт кореляції:

$Y = y_i$	$X = x_j$					n_{y_i}
	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	
30-70	3	4	–	–	–	
70-110	–	9	8	1	–	
110-150	–	–	5	4	1	
150-190	–	–	4	7	2	
190-230	–	–	–	1	1	
n_{x_j}						

39. При аналізі руди дістали дані про відсотковий вміст у ній свинцю Y та срібла X. Результати аналізу наведено в таблиці:

$Y=y_i$	$X=x_j$									n_{y_i}
	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	
2	119	9	–	–	–	–	–	–	–	
6	9	59	7	–	–	–	–	–	–	
10	1	4	28	3	–	–	–	–	–	
14	–	–	8	12	4	–	–	–	–	
18	–	–	1	6	7	1	1	–	–	
22	–	–	–	1	1	8	3	–	–	
26	–	–	–	–	–	2	1	–	–	
30	–	–	–	–	–	–	3	2	1	
34	–	–	–	–	–	–	–	–	–	
38	–	–	–	–	–	–	–	–	1	
n_{x_j}										

Обчислити коефіцієнт кореляції $r_{\text{В}}$ та умовні середні $\overline{Y}_{X=12,5}$ і $\overline{X}_{Y=14}$.

40. Оброблені на токарному верстаті циліндричні деталі сортувалися за відхиленням від номіналу внутрішнього X і зовнішнього Y діаметра. Спільний статистичний розподіл ознак X і Y наведено в таблиці:

$X=x_j$, мм	$Y=y_i$, мм				n_{x_j}
	0,002	0,004	0,006	0,008	
0,01	1	3	4	2	
0,02	2	2	24	10	
0,03	4	15	8	3	
0,04	4	6	8	2	
n_{y_i}					

Обчислити r_B, $\overline{Y}_{X=0,03}$, $\overline{X}_{Y=0,04}$.

41. Залежність значення величини $Y=\rho_s/\rho_\delta$ (ρ_s- межа плинності, $\rho_\delta-$ межа міцності) від відсоткового вмісту вуглецю X в сталі наведено у таблиці:

$Y=y_i$	$X=x_j$				n_{y_i}
	0,5	0,6	0,7	0,8	
0,5	–	2	–	8	
0,6	–	4	2	9	
0,7	2	12	3	1	
0,8	21	14	–	–	
0,9	1	–	–	–	
n_{x_j}					

Обчислити r_B, $\overline{Y}_{X=0,6}$, $\overline{X}_{Y=0,8}$.

42. Зі студентів першого курсу було відібрано групу у 18 осіб. Дані про їх середньорічні оцінки з математики x_i та решти дисциплін y_i (за стобальною системою) наведено в таблиці:

y_i	45	30	48	50	52	54	51	60	62	63	65	70	71	74	76	68	79	85
x_i	30	35	40	44	48	55	52	65	69	72	78	82	84	86	90	91	92	95

Чи існує залежність між цими оцінками? Обчислити кореляційний момент K^*_{xy} та вибірковий коефіцієнт кореляції $r_{\text{В}}$.

43. З'ясувати, чи залежить твердість сталі y_i від кількості внесених легуючих елементів x_i (у кг на 10т сталі) за результатами дослідження 13 зразків, наведеними у таблиці:

y_i	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
x_i	10	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140

Обчислити K^*_{xy}, $r_{\text{В}}$.

44. Дані про вимірювання чутливості відео y_i та звукового каналів x_i деякого електронного пристрою представлені в таблиці:

y_i	250	200	180	160	140	110	100	95	90	85	80	75	80	70	65	60	55
x_i	180	230	240	250	300	320	330	340	350	360	370	380	390	400	410	420	430

З'ясувати, чи існує кореляційна залежність між цими величинами. Обчислити K^*_{xy}, $r_{\text{В}}$.

45. Проведено аналіз залежності кількості проданих пар чоловічого взуття y_i від його розміру x_i. Результати цього аналізу надано в таблиці:

y_i	25	38	65	95	120	140	152	160	165	175	180	185	190	200
x_i	45	43	42	41	40	39	38,5	38	37,5	37	36,5	36	35,5	35

Обчислити K^*_{xy}, $r_{\text{В}}$.

46. Залежність річної продуктивності праці в розрахунку на одного робітника y_i від енергоємності його праці x_i на певному підприємстві показано в таблиці:

y_i, тис. грн.	11,0	11,6	12,1	12,7	13,2	13,9	14,1	14,6	14,9	15,4
x_i, кВт	5,2	5,8	5,9	6,2	6,9	7,2	7,5	8,5	8,8	9,4

Обчислити K^*_{xy}, $r_{\text{В}}$.

§ 4. Статистичні гіпотези

4.1. Порівняння двох дисперсій нормально розподілених генеральних сукупностей

47. За двома незалежними вибірками обсягами $n_1 = 12$ і $n_2 = 15$, витягнутими з нормальних генеральних сукупностей *X* та *У*, знайдені виправлені вибіркові дисперсії $s_1^2 = 11{,}41$ і $s_2^2 = 6{,}52$. При рівні значущості 0,05 перевірити нульову гіпотезу $H_0 : D(X) = D(Y)$ про рівність генеральних дисперсій при конкуруючій гіпотезі $H_1 : D(X) > D(Y)$.

48. З нормальних генеральних сукупностей *X* та *У* витягнуто незалежні вибірки обсягами $n_1 = 12$ і $n_2 = 15$ відповідно. За вибірками знайдені виправлені дисперсії $s_1^2 = 1{,}23$ і $s_2^2 = 0{,}41$. При рівні значущості 0,1 перевірити нульову гіпотезу $H_0 : D(X) = D(Y)$ про рівність генеральних дисперсій при конкуруючій гіпотезі $H_1 : D(X) \neq D(Y)$.

49. Двома методами вимірялася одна й та сама фізична величина. При цьому отримали

в першому випадку: 9,6, 10,0, 9,8, 10,2, 10,6;

в другому: 10,4, 9,7, 10,0, 10,3.

Чи можна вважати, що обидва методи забезпечують однакову точність вимірювання, якщо прийняти рівень значущості $\alpha = 0{,}1$? Вважати, що результати вимірювання розподілені нормально і вибірки незалежні.

50. Для порівняння точності обробки деталей на двох станках-автоматах провели вимірювання контрольного розміру відібраних навмання деталей, виготовлених на цих станках. З першого станка взято 10 деталей, які мали розміри: 1,08; 1,10; 1,12; 1,14; 1,15; 1,25; 1,36; 1,38; 1,40; 1,42. З другого взяли 8 деталей, розміри яких: 1,11; 1,12; 1,18; 1,22; 1,33; 1,35; 1,36; 1,38. Чи можна вважати, що станки забезпечують однакову точність, якщо прийняти рівень значущості $\alpha = 0{,}1$?

4.2. Перевірка гіпотези про вигляд невідомого закону розподілу. Критерій узгодженості Пірсона

51. За даним статистичним розподілом вибірки ознаки *X* висунути гіпотезу про закон розподілу ознаки генеральної сукупності:

а)

I_i	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30	30-36
n_i	8	12	30	36	10	4

б)

I_i	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24
n_i	40	24	16	12	8	4

52. З генеральної сукупності ознаки X витягнута вибірка, яка має дискретний статистичний розподіл:

I_i	0	2	4	6	8
n_i	45	20	15	12	8

Чи можна припустити (на підставі значень теоретичних частот) , що генеральна сукупність має пуассонівський закон розподілу ймовірностей?

53. За відомими емпіричними та теоретичними частотами випадкової величини X при рівні значущості $\alpha = 0{,}01$ перевірити правильність гіпотези H_0 про нормальний закон розподілу ймовірностей величини X:

n_i	10	20	50	35	28	15	12
n_i'	9	22	37	43	32	17	6

54. Використовуючи критерій Пірсона, при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ перевірити, чи справджується гіпотеза про нормальний розподіл генеральної сукупності X, якщо з цієї сукупності витягнута вибірка:

x_i	-5	-3	-1	1	3	5	7	9
n_i	5	9	13	18	21	18	10	6

55. За даним статистичним розподілом вибірки:

I_i	$(-4;-2]$	$(-2;0]$	$(0;2]$	$(2;4]$	$(4;6]$	$(6;8]$	$(8;10]$
n_i	28	27	34	23	25	31	32

зроблено припущення про рівномірний закон розподілу випадкової величини X. Перевірити правильність цього припущення при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$.

56. За допомогою критерію Пірсона при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ перевірити гіпотезу H_0 про показниковий розподіл генеральної сукупності X, якщо з цієї сукупності витягнута вибірка:

I_i	$(0;6]$	$(6;12]$	$(12;18]$	$(18;24]$	$(24;30]$	$(30;36]$	$(36;42]$
n_i	115	51	18	9	4	2	1

57. Над подією *A*, ймовірність якої дорівнює 0,3, проведено 100 випробувань, кожне з яких складається з 7 дослідів. Використовуючи критерій Пірсона, при рівні значущості 0,05 перевірити, чи стверджується гіпотеза про біноміальний розподіл випадкової величини X − кількості появи події *A*, якщо отримано таку вибірку:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	4	23	31	23	11	5	2	1

58. У 100 перевірених партіях товару реєстрували кількість неякісної продукції, внаслідок чого було отримано статистичний розподіл кількості браку x_i по партіям:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	242	349	234	107	43	21	3	1

При рівні значущості 0,05 перевірити гіпотезу H_0: кількість неякісної продукції розподілена за законом Пуассона.

59. За даним статистичним розподілом вибірки:

I_i	$(3;7]$	$(7;11]$	$(11;15]$	$(15;19]$	$(19;23]$	$(23;27]$	$(27;31]$
n_i	6	16	19	17	15	14	13

зробити припущення про закон розподілу випадкової величини *X*. Перевірити правильність цього припущення при рівні значущості $\alpha = 0,05$.

60. Нехай задано вибірку:

2 4 2 4 3 3 3 2 0 6 1 2 3 2 2 4 3 3 5 1 0 2 4 3 2 2
3 3 1 3 3 3 1 1 2 3 1 4 3 1 7 4 3 4 2 3 2 3 3 1 4 3
4 4 5 3 4 2 4 5 3 6 4 1 3 2 4 1 3 1 0 0 4 6 4 7 4 1 3.

Необхідно з рівнем значущості 0,01 перевірити гіпотезу про розподіл Пуассона генеральної сукупності за даними вибірки.

4.3. Перевірка гіпотези про значущість коефіцієнта кореляції

61. За даними вибірки обсягом $n = 122$, вилученої з двомірної нормально розподіленої генеральної сукупності (X, Y), знайдено вибірковий коефіцієнт кореляції $r_B = 0,68$. При рівні значущості 0,05 перевірити нульову гіпотезу про рівність нулю генерального коефіцієнта кореляції при конкуруючій гіпотезі $H_1 : r_Г \neq 0$.

62. За вибіркою обсягом $n = 62$, вилученої з двомірної нормально розподіленої генеральної сукупності (X, Y), знайдено вибірковий коефіцієнт кореляції $r_B = 0{,}3$. При рівні значущості 0,01 перевірити нульову гіпотезу $H_0 : r_Г = 0$ про рівність нулю генерального коефіцієнта кореляції при конкуруючій гіпотезі $H_1 : r_Г \neq 0$.

63. За вибіркою обсягом $n = 100$ вилученої з двомірної нормально розподіленої генеральної сукупності (X, Y), складено кореляційну таблицю:

$Y = y_j$	$X = x_j$						n_{yi}
	10	15	20	25	30	35	
35	5	1	–	–	–	–	6
45	–	6	2	–	–	–	8
55	–	–	5	40	5	–	50
65	–	–	2	8	7	–	17
75	–	–	–	4	7	8	19
n_{xj}	5	7	9	52	19	8	100

Знайти вибірковий коефіцієнт кореляції та при рівні значущості 0,05 перевірити нульову гіпотезу $H_0 : r_Г = 0$ про рівність нулю генерального коефіцієнта кореляції при конкуруючій гіпотезі $H_1 : r_Г \neq 0$.

64. За вибіркою обсягом $n = 100$ вилученої з двомірної нормально розподіленої генеральної сукупності (X, Y), складено кореляційну таблицю:

$Y = y_j$	$X = x_j$						n_{yi}
	2	7	12	17	22	27	
110	2	4	–	–	–	–	
120	–	6	2	–	–	–	
130	–	–	3	50	2	–	
140	–	–	1	10	6	–	
150	–	–	–	4	7	3	
n_{xj}							

Знайти вибірковий коефіцієнт кореляції та при рівні значущості 0,01 перевірити нульову гіпотезу $H_0 : r_Г = 0$ про рівність нулю генерального коефіцієнта кореляції при конкуруючій гіпотезі $H_1 : r_Г \neq 0$.

65. За вибіркою обсягом $n = 100$ вилученої з двомірної нормально розподіленої генеральної сукупності (X, Y), складено кореляційну таблицю:

$Y=y_j$	$X=x_j$							n_{yi}
	12	22	32	42	52	62	72	
65	–	–	–	–	10	6	2	
70	–	–	–	–	–	4	1	
75	–	–	2	7	4	2	–	
80	–	–	1	25	–	–	–	
85	–	4	6	–	–	–	–	
90	1	5	8	2	1	–	–	
95	1	2	6	–	–	–	–	
n_{xj}								

Знайти вибірковий коефіцієнт кореляції та при рівні значущості 0,001 перевірити нульову гіпотезу $H_0: r_Г = 0$ про рівність нулю генерального коефіцієнта кореляції при конкуруючій гіпотезі $H_1: r_Г \neq 0$.

66. За вибіркою обсягом $n = 100$ вилученої з двомірної нормально розподіленої генеральної сукупності (X, Y), складено кореляційну таблицю:

$Y=y_j$	$X=x_j$						n_{yi}
	100	105	110	115	120	125	
35	4	–	6	7	8	3	
45	5	5	2	10	–	–	
55	6	7	–	–	2	3	
65	–	6	5	4	–	2	
75	5	1	2	4	3	–	
n_{xj}							

Знайти вибірковий коефіцієнт кореляції та при рівні значущості 0,05 перевірити нульову гіпотезу $H_0: r_Г = 0$ про рівність нулю генерального коефіцієнта кореляції при конкуруючій гіпотезі $H_1: r_Г \neq 0$.

§ 5. Елементи кореляційного та регресійного аналізу

5.1. Лінійна регресія

67. Є дані про собівартість X деякого виробу та кількість виготовлених виробів Y:

Y, тис. шт.	2,2	3,5	3,7	3,8	4,5	5,7
X, тис. грн.	1,5	1,4	1,2	1,1	0,9	0,8

Обчислити кореляційний момент K_{xy}^*, коефіцієнт кореляції $r_в$ та зробити висновок про наявність кореляційного зв'язку. Записати рівняння регресії Y на X і побудувати його графік .

68. Досліджувалась залежність пружності Y сталевих болтів від вмісту в них нікелю X. Результати досліджень наведені в таблиці:

$Y = y_i, \%$	35,4	35,0	35,8	36,2	36,7	36,9	37,3	37,8	38,2
$X = x_i, \%$	2,20	2,35	2,42	2,58	2,65	2,69	2,74	2,88	2,91

Чи існує кореляційний зв'язок між величинами Y та X? Записати рівняння регресії Y на X і побудувати його графік.

69. Відомі співвідношення між вмістом кремнію X у чавуні і температурою шлаку T :

$X = x_i, \%$	0,27	0,40	0,36	0,42	0,45	0,51	0,55	0,58	0,61
$T = t_i, ^\circ C$	1330	1340	1350	1360	1370	1380	1390	1400	1410

Припускаючи, що між ознаками X і T існує лінійна залежність, скласти рівняння регресії X на T. Знайти середній вміст кремнію у чавуні при температурі шлаку $1420^\circ C$.

70. Дані про залежність величини зносу різця Y від тривалості його роботи X наведено в таблиці:

Y, мм	30,0	29,1	28,4	28,1	28,0	27,7	27,5	27,2	27,0
X, год.	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Скласти рівняння регресії Y на X . Який середній знос різця слід очікувати після 20 годин роботи?

71. Вважаючи, що Y − діаметр дерева, а X − висота (див. таблицю), знайти середній діаметр дерев заввишки 26м.

X, м	22	24	25	31	28
Y, м	0,6	0,3	0,2	0,8	0,6

72. В містах А і В протягом 13 років в січні вимірювали середньомісячну температуру. Результати вимірювань наведено в таблиці ($X, ^\circ C$ − середньомісячна температура січня в місті А, $Y, ^\circ C$ − в місті В) :

X	-19,2	-14,8	-19,6	-11,1	-9,4	-16,9	-13,7	-4,9	-13,9	-9,4	-8,3	-7,9	-5,3
Y	-21,8	-15,4	-20,8	-11,3	-11,6	-19,2	-13,0	-7,43	-15,1	-14,4	-11,1	-10,5	-7,2

Припускаючи, що між температурами існує лінійна залежність, скласти рівняння регресії Y на X.

73. Дано двомірний статистичний розподіл вибірки:

Y	X			n_y
	11	12	13	
1	1			
2	5	8		
3		4	7	
n_x				

Обчислити кореляційний момент K_{xy}^* і коефіцієнт кореляції $r_в$. Записати лінійні рівняння регресії X на Y і Y на X та побудувати їх графіки.

74. За даними кореляційними таблицями скласти вибіркові рівняння прямої лінії регресії Y на X та X на Y:

а)

Y	X					n_y
	20	25	30	35	40	
16	4	6	–	–	–	10
26	–	8	10	–	–	18
36	–	–	32	3	9	44
46	–	–	4	12	6	22
56	–	–	–	1	5	6
n_x	4	14	46	16	20	100

б)

Y	X							n_y
	18	23	28	33	38	43	48	
125	–	1	–	–	–	–	–	
150	1	2	5	–	–	–	–	
175	–	3	2	12	–	–	–	
200	–	–	1	8	7	–	–	
225	–	–	–	–	3	3	2	
n_x								

в)

Y	X							n_y
	5	10	15	20	25	30	35	
100	–	–	–	–	–	6	1	
120	–	–	–	–	–	4	2	
140	–	–	8	10	5	–	–	
160	3	4	3	–	–	–	–	
180	2	1	–	1	–	–	–	
n_x								

г)

Y	X						n_y
	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65	
10-20	5	7	–	–	–	–	
20-30	–	20	23	–	–	–	
30-40	–	–	30	47	2	–	
40-50	–	–	10	11	20	6	
50-60	–	–	–	9	7	3	
n_x							

д)

Y	X					n_y
	90-110	110-130	130-150	150-170	170-190	
2,5-7,5	2	3	–	–	–	
7,5-12,5	1	4	–	–	–	
12,5-17,5	–	3	5	–	–	
17,5-22,5	–	–	10	1	–	
22,5-27,5	–	–	8	–	–	
27,5-32,5	–	–	–	6	–	
32,5-37,5	–	–	–	1	4	
37,5-42,5	–	–	–	1	1	
n_x						

75. Утворена випадкова вибірка десяти підприємств. Досліджувались кількісні ознаки: Y – середньомісячний виробіток продукції на одного працівника у тис. грн., X – вартість основних виробничих коштів у млн. грн. Дані дослідження зібрані у таблицю:

Y	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,0	1,2	1,2	1,3
X	9,9	10,1	10,2	10,2	10,1	10,2	10,4	10,4	10,5	10,5

Скласти рівняння прямої лінії регресії Y на X. Який середньомісячний виробіток продукції на одного працівника слід очікувати, якщо вартість основних виробничих коштів складатиме 10 млн грн?

76. Десять випадково відібраних ампул з рідиною досліджувались на залежність об’єму рідини Y, см^3 від довжини ампули X, мм. Дані дослідження наведені в таблиці:

X	19,5	19,0	18,3	20,0	20,8	23,0	25,2	19,6	21,0	19,5
Y	1,0	1,1	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,1	1,0	1,0

Скласти рівняння прямої лінії регресії Y на X. Якою повинна бути довжина ампули, щоб очікуваний об’єм рідини дорівнював у середньому 2 см^3?

5.2. Нелінійна регресія

77. За даними кореляційних таблиць знайти вибіркові рівняння регресії Y на X у вигляді $\overline{y}_x = Ax^2 + Bx + C$ та оцінити силу кореляційного зв'язку за вибірковим кореляційним відношенням η_{yx}:

а)

Y	X			n_y
	2	3	5	
25	20	–	–	
45	–	30	1	
110	–	1	48	
n_x				

б)

Y	X			n_y
	6,5-7,5	7,5-8,5	8,5-9,5	
150-250	41	7	–	
250-350	1	52	1	
350-450	–	8	40	
n_x				

в)

Y	X					n_y
	0	1	2	3	4	
0	18	1	1	–	–	
3	1	20	–	–	–	
5	3	5	10	2	–	
10	–	–	7	12	–	
17	–	–	–	–	20	
n_x						

78. За даними кореляційної таблиці знайти вибіркове рівняння регресії X на Y у вигляді $\overline{x}_y = Ay^2 + By + C$ та оцінити силу кореляційного зв'язку за вибірковим кореляційним відношенням η_{xy}:

Y	X			n_y
	6	30	50	
1	15	–	–	
3	1	14	–	
4	–	2	18	
n_x				

79. В таблиці наведені результати спостережень за ознаками X і Y деякої генеральної сукупності:

X	-3	-2	-1	0,2	1	2	3
Y	3,5	-8,4	-7,3	1	7,6	8,1	-3,9

Припустивши, що між цими ознаками існує кубічна кореляційна залежність, скласти рівняння регресії Y на X у вигляді $\overline{y}_x = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$. Оцінити силу кореляційного зв'язку за коефіцієнтом детермінації R^2.

80. Результати спостережень за ознаками X і Y генеральної сукупності наведені у таблиці:

X	1	2	4	5	8	10
Y	30	20	10	8	6	1

На підставі цих даних скласти рівняння регресії Y на X у вигляді $\overline{y}_x = \beta_0 + \dfrac{\beta_1}{x}$.

81. За даними, наведеними в таблиці

X	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Y	32	25	20	16,1	12,1	11,2	10,3	8,6

скласти рівняння експоненціальної кореляції $y_x = e^{a+bx}$.

Відповіді

1. $n = 20$, $R = 8$. Закон розподілу:

x_i	4	7	8	12
w_i	0,25	0,10	0,15	0,50

2. $$F^*(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ 0{,}1, & 2 < x \le 5, \\ 0{,}4, & 5 < x \le 7, \\ 0{,}6, & 7 < x \le 8, \\ 1, & x > 8. \end{cases}$$

Графік функції див. рис. 14.

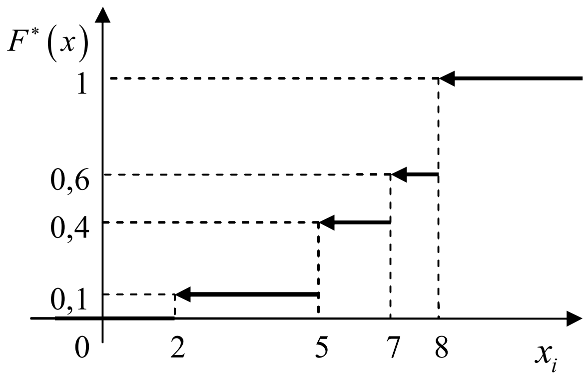

Рис. 14

3.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
n_i	2	9	11	15	8	5	5	1	1

Полігон частот див. рис. 15.

4.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n_i	1	2	6	4	7	7	8	6	3	4	2
w_i	0,02	0,04	0,12	0.08	0,14	0,14	0,16	0,12	0,06	0,08	0,04

Полігон відносних частот – рис. 16.

5. Гістограма частот представлена на рис. 17.

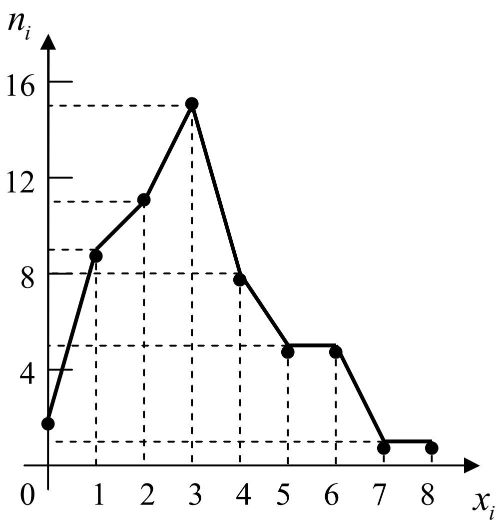

Рис. 15

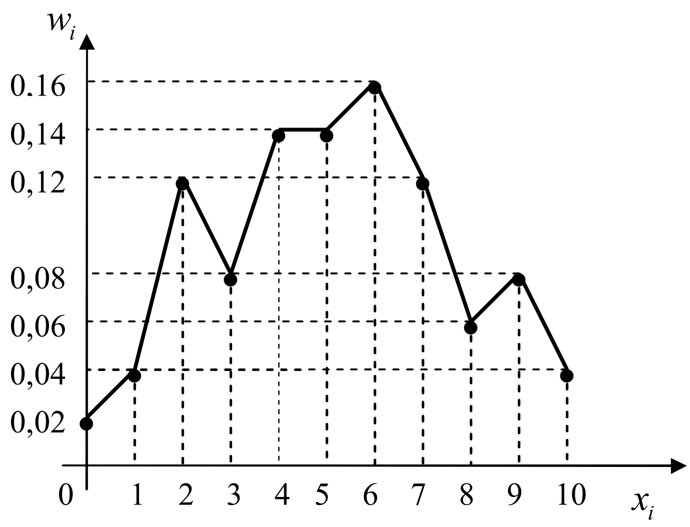

Рис. 16

5. Гістограма частот представлена на рис. 18.

6.

I_i	0,055-0,065	0,065-0,075	0,075-0,085	0,085-0,095	0,095-0,105	0,105-0,115
n_i	5	4	14	23	9	5
ω_i	0,0833	0,0667	0,2333	0,3833	0,1500	0,0833

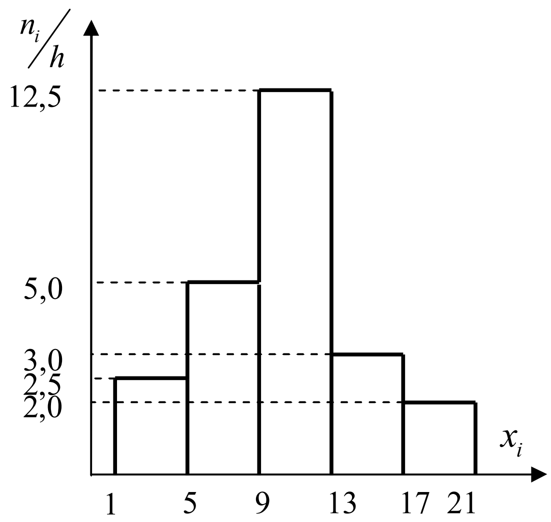

Рис. 17

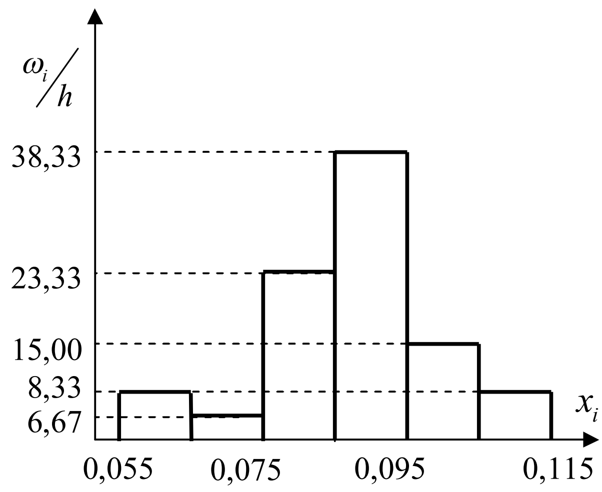

Рис. 18

7. Гістограма частот наведена на рис. 19, графік функції розподілу − рис. 20.

x_i	2	3	4	5	6
n_i	5	8	9	5	3
w_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$

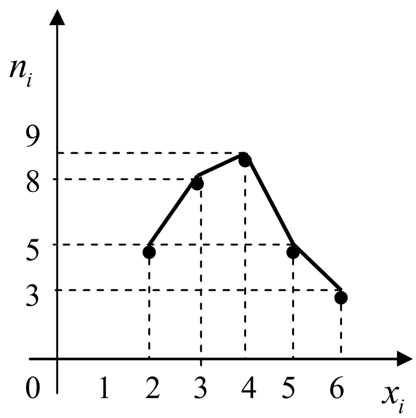

Рис. 19

$$F^*(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ \frac{5}{30}, & 2<x\le 3,\\ \frac{13}{30}, & 3<x\le 4,\\ \frac{22}{30}, & 4<x\le 5,\\ \frac{27}{30}, & 5<x\le 6,\\ 1, & x>6.\end{cases}$$

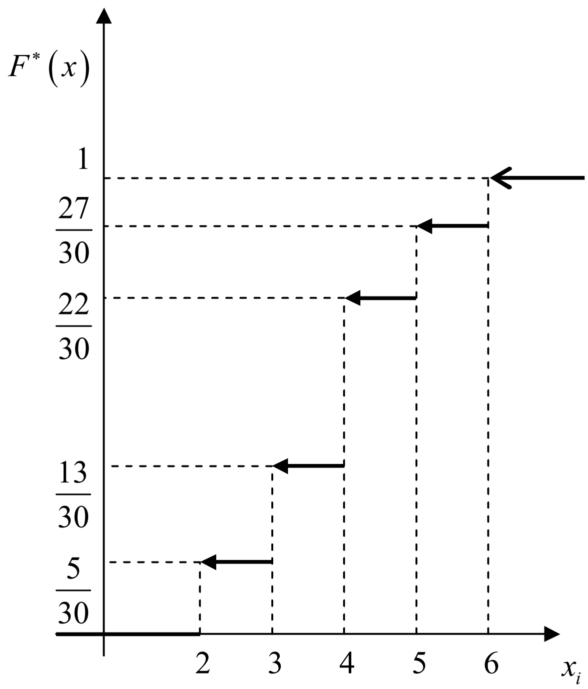

Рис. 20

8. $\overline{x}_B = 4$. **9**. $\overline{x}_B = 2621$. *Вказівка*. Перейти до умовних варіант $u_i = x_i - 2620$.
10. $D_B = 0{,}1336$. *Вказівка*. Перейти до умовних варіант $u_i = 10x_i - 195$, $D(x) = \dfrac{D(u)}{100}$. **11**. $\overline{x}_B = 15\frac{1}{8}$, $D_B = 5\frac{1}{180}$, $\sigma \approx 2{,}24$, $\nu_B \approx 14{,}8\%$. **12**. $\overline{x}_B = 166$, $D_B = 33{,}44$. *Вказівка*. Знайти середини інтервалів і прийняти їх в якості варіант.
13. $s^2 = 3{,}075$. **14**. $\overline{x}_B \approx 0{,}087$ хв, $s^2 \approx 0{,}00017$, $s \approx 0{,}013$ хв. **15**. $\overline{x}_B = 100$, $D_B = 34$, $s^2 = 42{,}5$. **16**. $\overline{x}_B = 4{,}004$ мм, $s^2 \approx 0{,}016$мм^2. **17**. $\overline{x}_B = 7{,}899$ кг/мм^2, $s \approx 2{,}408$ кг/мм^2. **18**. $\overline{x}_B \approx 53{,}57$, $s^2 \approx 7{,}9$, $s \approx 2{,}81$, $\nu_B \approx 4{,}89\%$. **19**. $R = 50$, $\overline{x}_B = 128{,}75$, $s^2 = 310{,}938$, $s \approx 17{,}63$, $\nu_B \approx 13{,}69\%$.

20.

Кількість студентів у групі	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Кількість груп	1	2	2	3	4	2	2	3	1	2	2

$\overline{x}_B = 23$, $s^2 \approx 8{,}53$, $s \approx 2{,}92$, $v_B \approx 12{,}43\%$. **21**. $\lambda = 0{,}9$. **22**. $\lambda \approx 0{,}2$. **23**. $12{,}04 < a < 15{,}96$. **24**. $1964{,}94 < a < 2035{,}06$. **25**. $992{,}16 < a < 1007{,}84$. **26**. $n = 81$. *Вказівка.* Скористатись формулою оцінки математичного сподівання: $\delta = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}$. **27**. $0{,}3 < a < 3{,}7$. **28**. $23{,}8 < a < 27$. **29**. $179{,}2 < a < 265{,}8$. **30**. $0{,}56 < \sigma < 1{,}44$. **31**. $4{,}7524 < D_x < 61{,}1524$. **32**. $0{,}06 < \sigma < 1{,}14$. **33**. $0{,}00021 < D_x < 0{,}00079$. **34**. $4{,}38 < a < 4{,}42$, $0{,}0015 < D_x < 0{,}0051$. **35**. а) $2{,}4987 < a < 3{,}1969$, $1{,}1543 < \sigma < 1{,}6731$, $1{,}3324 < D_x < 2{,}7993$; б) $69{,}9298 < a < 72{,}2442$, $3{,}8291 < \sigma < 5{,}5501$, $14{,}662 < D_x < 30{,}8036$. в) $99{,}0735 < a < 98{,}9265$, $0{,}8197 < \sigma < 1{,}4603$, $0{,}6719 < D_x < 2{,}1325$. **36**. а) $\overline{x} = 3$, $\overline{y} = 17{,}4$, $\sigma_x = 1{,}05$, $\sigma_y = 0{,}8$, $r_В = -0{,}4$; б) $\overline{Y}_{X=5} = 16{,}6$, $\sigma(Y / X = 5) \approx 0{,}49$; $\overline{X}_{Y=18} = 2{,}5$, $\sigma(X / Y = 18) \approx 0{,}87$. **37**. а) $K^*_{xy} = -1{,}6$, $r_B = -0{,}068$; б) $\overline{Y}_{X=20} = 4{,}8$, $\sigma(Y / X = 20) \approx 1{,}33$; $\overline{X}_{Y=8} = 25$, $\sigma(X / Y = 8) \approx 12{,}25$. **38**. **39**. $r_В = 0{,}865$, $\overline{Y}_{X=12,5} = 3{,}32\%$, $\overline{X}_{Y=14} = 50\%$. **40**. $r_B = 0{,}141$, $\overline{Y}_{X=0,03} = 0{,}0047$ мм, $\overline{X}_{Y=0,04} = 0{,}029$ мм. **41**. $r_B \approx -0{,}867$, $\overline{Y}_{X=0,6} \approx 0{,}72$, $\overline{X}_{Y=0,8} = 0{,}54$. **42**. $K^*_{xy} = 252{,}62$; $r_В = 0{,}903$. **43**. $K^*_{xy} = 289{,}23$, $r_В = 0{,}998$. **44**. $K^*_{xy} = -\ 3456{,}9$, $r_В = -\ 0{,}97$. **45**. $K^*_{xy} = -157{,}43$, $r_В = -\ 0{,}98$. **46**. $K^*_{xy} =\ 6{,}945$, $r_В =\ 0{,}681$. **47**. $F_{сп} = 1{,}75$; критична область − правостороння, $F_{кр}(0{,}05;11;14) = 2{,}56$; $F_{сп} < F_{кр}$, немає підстав відхилити нульову гіпотезу. **48**. $F_{сп} = 3$; критична область − двостороння, $F_{кр}(0{,}05;9;17) = 2{,}50$; $F_{сп} > F_{кр}$, нульова гіпотеза відхиляється. **49**. Зробити висновок про точність методів можна по величинам дисперсій. $H_0 : D(X) = D(Y), H_1 : D(X) \neq D(Y)$. $F_{сп} = 1{,}48$; критична область − двостороння, $F_{кр}(0{,}05;4;3) = 9{,}12$; $F_{сп} < F_{кр}$, немає підстав відхилити нульову гіпотезу, обидва методи забезпечують однакову точність вимірювання. **50**. $F_{сп} = 1{,}51$; критична область − двостороння, $F_{кр}(0{,}05;9;7) = 3{,}68$; $F_{сп} < F_{кр}$, немає підстав відхилити нульову гіпотезу, станки забезпечують однакову точність. **51**. а) H_0: ознака X

генеральної сукупності має нормальний розподіл; б) H_0: ознака X генеральної сукупності має експоненціальний розподіл. **52**. Ні. Значення теоретичних частот суттєво відрізняються від значень емпіричних частот. **53**. $\chi^2_{сп} = 14,95$; $k = 7 - 2 - 1 = 4$, $\chi^2_{кр}\left(0,01;4\right) = 13,3$; $\chi^2_{сп} > \chi^2_{кр}$, гіпотеза H_0 відхиляється. **54**. $\chi^2_{сп} = 3,33$, $\chi^2_{кр}\left(0,05;5\right) = 11,07$, $\chi^2_{сп} < \chi^2_{кр}$, немає підстав відхилити гіпотезу H_0. **55**. $\chi^2_{сп} = 2,97$; $k = 7 - 3 = 4$, $\chi^2_{кр}\left(0,05;4\right) = 9,49$; $\chi^2_{сп} < \chi^2_{кр}$, немає підстав відхилити гіпотезу H_0. **56**. $\chi^2_{сп} = 0,9258$; $k = 5 - 2 = 3$, $\chi^2_{кр}\left(0,05;3\right) = 7,81$; $\chi^2_{сп} < \chi^2_{кр}$, немає підстав відхилити гіпотезу H_0. *Вказівка*. Об'єднати малочисельні частоти n_6 і n_7 з частотою n_5. **57**. $\chi^2_{сп} = 10,3681$; $k = 5 - 1 = 4$, $\chi^2_{кр}\left(0,05;4\right) = 9,49$; $\chi^2_{сп} > \chi^2_{кр}$, гіпотеза H_0 відхиляється. **58**. $\chi^2_{сп} = 7,3611$; $k = 6 - 2 = 4$, $\chi^2_{кр}\left(0,05;4\right) = 9,49$; $\chi^2_{сп} < \chi^2_{кр}$, немає підстав відхилити гіпотезу H_0. *Вказівка*. Об'єднати малочисельні частоти n_7 і n_8 з частотою n_6. **59**. H_0: випадкова величина розподілена за нормальним законом; $\chi^2_{сп} = 6,7194$; $\chi^2_{кр}\left(0,05;4\right) = 9,49$; $\chi^2_{сп} < \chi^2_{кр}$, немає підстав відхилити гіпотезу H_0. **60**. $\chi^2_{сп} = 6,7194$; $\chi^2_{кр} = 9,49$; $\chi^2_{сп} < \chi^2_{кр}$, немає підстав відхилити гіпотезу H_0. **61**. $T_{сп} = 6,987$; $t_{кр}\left(0,05;120\right) = 1,98$; $T_{сп} > t_{кр}$, нульова гіпотеза відхиляється, X і $У$ − корельовані випадкові величини. **62**. $T_{сп} = 2,44$; $t_{кр}\left(0,01;60\right) = 2,66$; $T_{сп} < t_{кр}$, немає підстав відхилити нульову гіпотезу, X і $У$ − некорельовані випадкові величини. **63**. $r_Г = 0,817$; $T_{сп} = 14,03$; $t_{кр}\left(0,05;98\right) = 1,99$; $T_{сп} > t_{кр}$, нульова гіпотеза відхиляється, X і $У$ − корельовані випадкові величини. **64**. $r_Г = 0,8$; $T_{сп} = 13,2$; $t_{кр}\left(0,01;98\right) = 2,64$; $T_{сп} > t_{кр}$, нульова гіпотеза відхиляється, X і $У$ − корельовані випадкові величини. *Вказівка.* Перейти до умовних варіант $u_i = \left(x_i - 17\right)/5$. **65**. $r_Г = -0,83$; $T_{сп} = -14,73$; $t_{кр}\left(0,001;98\right) = 3,43$; $\left|T_{сп}\right| > t_{кр}$, нульова гіпотеза відхиляється, X і $У$ − корельовані випадкові величини. *Вказівка*. Перейти до умовних варіант $u_i = \left(x_i - 42\right)/10$, $v_i = \left(y_i - 80\right)/5$. **66**. $r_Г = -0,16$; $T_{сп} = -1,3$; $t_{кр}\left(0,05;98\right) = 1,99$; $\left|T_{сп}\right| < t_{кр}$, немає підстав відхилити нульову гіпотезу, X і $У$ − некорельовані випадкові величини. *Вказівка*. Перейти до умовних варіант $u_i = \left(x_i - 115\right)/5$,

$v_i = (y_i - 45)/10$. **67**. $K^*_{xy} = -0,25$; $r_B = -0,93$, існує тісний зв'язок; $y = 8,48 - 3,97x$, графік див. рис. 21. **68**. $y = 4,336x + 25,306$, графік − рис. 22. **69**. $x = 0,004t - 4,95$; 0,73%. **70**. $y = 31,43 - 0,33x$; 24,83 мм. **71**. 0,5 м. **72**. $y = 0,92x - 2,82$. **73**. $K^*_{xy} = 190$, $r_B = 0,7464$; $\overline{y}_x = 0,59x - 4,66$ (графік − пряма *I* на рис. 23), $\overline{x}_y = 0,95y + 9,76$ (пряма *II* на рис.23). **74**. а) $\overline{y}_x = 1,45x - 10,4$; б) $\overline{y}_x = 3,69x + 66$, $\overline{x}_y = 0,19y - 3,1$; в) $\overline{y}_x = -2,15x + 181,8$, $\overline{x}_y = -0,33y + 65,7$; г) $\overline{y}_x = 0,66x + 12,34$, $\overline{x}_y = 0,55y + 15,93$; д) $\overline{y}_x = 0,42x - 38,3$, $\overline{x}_y = 1,92y + 100,9$. **75**. $\overline{y}_x = 0,63x - 5,41$; 0,89 тис. грн. **76**. $\overline{y}_x = 0,05x + 0,04$; 39,2 мм. **77**. а) $\overline{y}_x = 2,94x^2 + 7,27x - 1,25$, $\eta_{yx} = 0,97$; б) $\overline{y}_x = -1,52x^2 + 121,94x - 576,61$, $\eta_{yx} = 0,91$; в) $\overline{y}_x = 0,66x^2 + 1,23x + 1,07$, $\eta_{yx} = 0,96$. **78**. $\overline{x}_y = 2,8y^2 + 0,02y + 3,18$, $\eta_{xy} = 0,96$. **79**. $y = -1,0872x^3 - 0,1437x^2 + 8,5386x + 0,8471$; $R^2 = 0,9887$.
80. $\overline{y}_x = 1,579 + \dfrac{30,198}{x}$. **81**. $y_x = e^{3,011-0,186x}$.

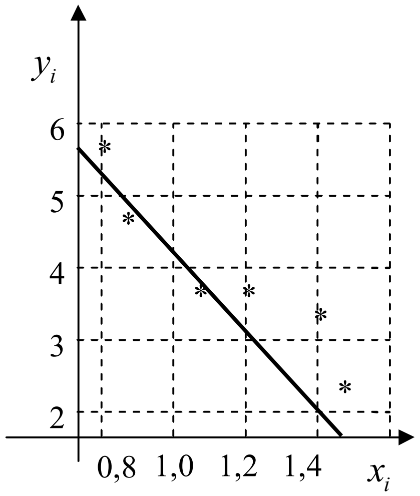

Рис. 21

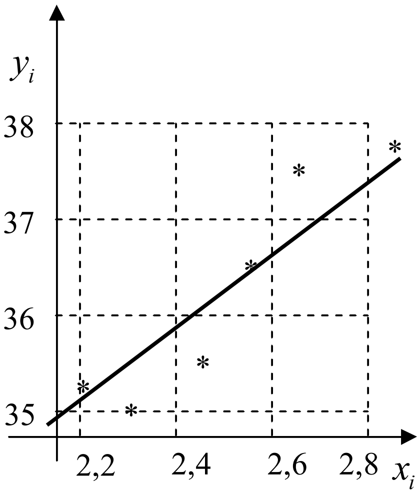

Рис. 22

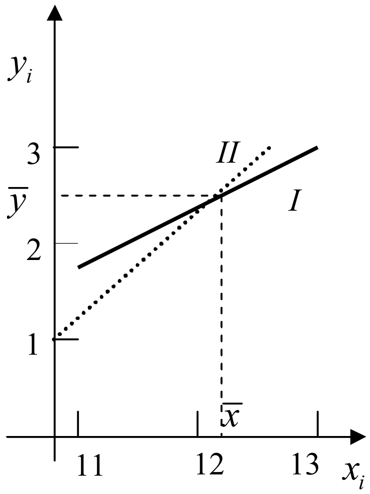

Рис. 23

Тематичні практичні роботи

Практична робота № 1

Тема: Основні поняття математичної статистики. Статистичні розподіли та їх характеристики. Точкове та інтервальне оцінювання параметрів розподілу

З нормально розподіленої генеральної сукупності ознаки X − довжини заготовок, які виробляє підприємство, випадковим чином вилучена вибірка:

40,20	40,31	40,32	40,34	40,29	40,30	40,32	40,33	40,35	40,28
40,30	40,33	40,32	40,29	40,30	40,35	40,32	40,33	40,34	40,29
40,32	40,34	40,31	40,30	40,29	40,31	40,33	40,31	40,32	40,33

Необхідно:

1. Знайти обсяг вибірки. Побудувати дискретний статистичний розподіл вибірки і обчислити відносні частоти.

2. Побудувати полігон частот і відносних частот.

3. Скласти емпіричну функцію розподілу $F^*(x)$ та побудувати її графік.

4. Скласти інтервальний розподіл вибірки з кроком $h = 0,03$, взявши за початок першого інтервалу $x_{\min}$.

5. Побудувати гістограму відносних частот.

6. Знайти оцінку математичного сподівання $\overline{x}$.

7. Обчислити зміщену і виправлену оцінки дисперсії D і s^2 та середнього квадратичного відхилення σ і s.

8. Визначити границі довірчого інтервалу для математичного сподівання при довірчій ймовірності $\gamma = 0,95$.

9. З надійністю $\gamma = 0,95$ побудувати довірчий інтервал для дисперсії та середнього квадратичного відхилення.

Практична робота № 2

Тема: Статистичні гіпотези

Дано емпіричний розподіл випадкової величини X, представлений інтервальним варіаційним рядом:

I_i	$[-4;-2)$	$[-2;0)$	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$
n_i	2	9	12	32	13	8	3	1

Побудувати гістограму частот і за її виглядом визначити, чи можна прийняти у якості нульової гіпотезу: випадкова величина розподілена за нормальним законом. Перевірити висунуту нульову гіпотезу за допомогою критерію Пірсона при рівні значущості $\alpha = 0{,}025$.

Для перевірки гіпотези виконати дії:

1. Обчислити теоретичні частоти, склавши розрахункову таблицю:

Номер інтервалу	x^*_i	x^*_{i+1}	z^*_i	z^*_{i+1}	$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	p_i	n'_i

Для чого:

а) перейти до варіант x^*_i, взявши за їх значення серединні значення i-го інтервалу, а відповідну інтервальну частоту n_i – за частоту цієї варіанти, склавши таким чином дискретний варіаційний ряд;

б) знайти вибіркову середню $\overline{x}^*$ та вибіркове середньоквадратичне відхилення σ^*;

в) пронормувати випадкову величину *X*, перейшовши до величини $Z = \dfrac{x_i - \overline{x}^*}{\sigma^*}$, і обчислити кінці інтервалів $(z_i; z_{i+1})$;

г) обчислити теоретичні ймовірності $p_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$, знайшовши значення функції $\Phi(z)$ в таблиці значень функції Лапласа (див. додаток ---);

д) знайти теоретичні частоти $n'_i = np_i$.

Контроль: $\sum p_i = 1$, $\sum n' = n_i$.

2. Знайти спостережене значення критерію $\chi^2_{сп} = \sum \dfrac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$ за розрахунковою таблицею:

i	n_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$(n_i - n'_i)^2 / n'_i$	n_i^2	n_i^2 / n'_i

Контроль: $\left(\sum \dfrac{n_i^2}{n'_i}\right) - n = \chi^2_{сп}$.

3. За таблицею критичних точок розподілу χ^2 (додаток 5) за рівнем значущості α і числом ступенів свободи $k = s - 1 - r$, де s − число часткових інтервалів вибірки, r − кількість параметрів передбачуваного закону розподілу, знайти $\chi^2_{кр}(\alpha; k)$.

4. Порівняти спостережене $\chi^2_{сп}$ і критичне значення $\chi^2_{кр}(\alpha; k)$. Зробити висновок.

Практична робота № 3

Тема: Елементи кореляційного та регресійного аналізу

За результатами спостережень за ознаками X і Y складено кореляційну таблицю:

Y	X					n_y
	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	
30-70	3	4	−	−	−	
70-110	−	9	8	1	−	
110-150	−	−	5	4	1	
150-190	−	−	4	7	2	
190-230	−	−	−	1	1	
n_x						

Треба:

1. В декартовій системі координат побудувати кореляційне поле і емпіричні ламані регресії, зробити припущення про існування і тип кореляційного зв’язку між ознаками X і Y. Для цього слід виконати наступні кроки:

а) знайти всі умовні середні $\overline{y}_{x=x_i}$ та $\overline{x}_{y=y_i}$ і скласти таблиці, що виражають кореляційну залежність $\overline{y}$ від X та $\overline{x}$ від Y:

X					
$\overline{y}_x$					

Y					
$\overline{x}_y$					

б) в прямокутній системі координат побудувати експериментальні точки, отримавши кореляційне поле;

в) за даними першої таблиці пункту а) в цій же системі координат побудувати точки $A_i\left(x_i;\overline{y}_{x_i}\right)$, з'єднати точки ламаною, отримавши емпіричну лінію регресії Y на X; аналогічно побудувати точки $B_j\left(\overline{x}_{y_j};y_j\right)$ і емпіричну лінію регресії X на Y;

г) за виглядом емпіричних ліній регресії і їх розташування відносно експериментальних точок зробити припущення про існування і вид кореляційного зв'язку між X та Y.

2. Скласти лінійні рівняння регресії Y на X та X на Y за планом:

а) обчислити $\overline{x}$, $\overline{y}$, $\overline{x^2}$, $\overline{y^2}$, $\overline{xy}$, σ_x, σ_y;

б) знайти вибірковий парний коефіцієнт кореляції $r_B=\dfrac{\overline{xy}-\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sigma_x\cdot\sigma_y}$;

в) скласти рівняння прямої регресії Y на X у вигляді : $y-\overline{y}=r_B\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}\left(x-\overline{x}\right)$

та X на Y: $x-\overline{x}=r_B\dfrac{\sigma_x}{\sigma_y}\left(y-\overline{y}\right)$;

3. Оцінити адекватність лінійної моделі регресії:

а) перевірити значущість вибіркового коефіцієнта кореляції (на рівні $\alpha=0{,}01$), висунувши гіпотезу $H_0: r_B=0$ і використавши для її перевірки випадкову величину $T=\dfrac{r_B\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_B^2}}$, яка має розподіл Стьюдента з $k=n-2$ ступенями свободи;

б) оцінити тісноту кореляційного зв'язку за шкалою Чеддока.

4. Побудувати на одній координатній площині графіки отриманих прямих.

Контроль: побудовані прямі перетинаються в точці $\left(\overline{x};\overline{y}\right)$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2003. − 368 с.

2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятности и математической статистике. – М.: Высшая школа, 1979. − 400 с.

3. Зайцев Е.П. Теория вероятностей и математическая статистика. − Кременчуг, 2008. − 484 с.

4. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Збірник задач. – К.: А.С.К., 2003. – 480 с.

5. Дюженкова Л.І., Дюженкова О.Ю., Михалін Г.О. Вища математика. Навчальний посібник. – К.: Видавничий центр «Академія», 2002. – 624 с.

6. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І., Савіна С. С. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. посібник: У 2-х ч. – Ч. І. Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2001. – 303 с.

7. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І., Савіна С. С. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. посібник: У 2-х ч. – Ч. ІІ. Математична статистика. – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с.

8. Овчинников П.Ф., Лисицин Б.М., Михайленко В.М. Вища математика: Підручник. Ч. 2. – К.: Техніка, 2004. – 792 с.

9. Данко Д.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. – М., 2003. − 416 с.

Додаток 1

ТАБЛИЦЯ ЗНАЧЕНЬ ФУНКЦІЇ $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

ТАБЛИЦЯ ЗНАЧЕНЬ ФУНКЦІЇ $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}}dz$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		

x	Ф (x)	x	Ф (x)	x	Ф (x)	x	Ф (x)
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997

Додаток 3

ТАБЛИЦЯ ЗНАЧЕНЬ $t_\gamma = t(\gamma, n)$

n	γ		
	0,95	0,99	0,999
5	2,78	4.60	8,61
6	2,57	4,03	6,86
7	2,45	3,71	5,96
8	2,37	3,50	5,41
9	2,31	3,36	5,04
10	2,26	3,25	4,78
11	2,23	3,17	4,59
12	2,20	3,11	4,44
13	2,18	3,06	4.32
14	2,16	3,01	4,22
15	2,15	2,98	4,14
16	2,13	2,95	4,04
17	2,12	2,92	4,02
18	2,11	2,90	3,97
19	2.10	2,88	3,92
20	2,093	2,861	3,883
25	2,064	2,797	3,745
30	2,045	2,756	3,659
35	2,032	2,720	3,600
40	2,023	2,708	3,558
45	2,016	2,692	3,527
50	2,008	2,679	3,502
60	2,001	2,662	3,464
70	1,996	2,649	3,439
80	1,001	2,640	3,480
90	1,987	2,633	3,403
100	1,984	2,627	3,392
120	1,980	2,617	3,374
∞	1,960	2.576	3,291

Додаток 4

ТАБЛИЦЯ ЗНАЧЕНЬ $q = q(\gamma, n)$

n	γ		
	0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64
6	1,09	2,01	3,88
7	0,92	1,62	2,98
8	0,80	1,38	2,42
9	0,71	1,20	2,06
10	0,65	1,08	1,80
11	0,59	0,98	1,60
12	0,55	0,90	1,45
13	0,52	0,83	1,33
14	0,48	0,78	1,23
15	0,46	0,73	1,15
16	0,44	0,70	1,07
17	0,42	0,66	1,01
18	0,40	0,63	0,96
19	0,39	0,60	0,92
20	0,37	0,58	0,88
25	0,32	0,49	0,73
30	0,28	0,43	0,63
35	0,26	0,38	0,56
40	0,24	0,35	0,50
45	0,22	0,32	0,46
50	0,21	0,30	0,43
60	0,188	0,269	0,38
70	0,174	0,245	0,34
80	0,161	0,226	0,31
90	0,151	0,211	0,29
100	0,143	0,198	0,27
150	0,115	0,160	0,211
200	0,099	0,136	0,185
250	0,089	0,120	0,162

КРИТИЧНІ ТОЧКИ РОЗПОДІЛУ χ^2

Число ступенів свободи *k*	Рівень значущості α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,89
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Додаток 6

КРИТИЧНІ ТОЧКИ РОЗПОДІЛУ СТЬЮДЕНТА

Число ступенів свободи k	Рівень значущості α (двобічна критична область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
	Рівень значущості α (однобічна критична область)					

Додаток 7

КРИТИЧНІ ЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ДЕТЕРМІНАЦІЇ R^2 І КОРЕЛЯЦІЙНОГО ВІДНОШЕННЯ η^2 ДЛЯ РІВНЯ ЗНАЧУЩОСТІ $\alpha = 0{,}05$

k_2	k_1				
	1	2	3	4	5
5	0,569	0, 699	0,764	0,806	0,835
6	0,500	0,632	0,704	0,751	0,785
7	0,444	0,575	0,651	0,702	0,739
8	0,399	0,527	0,604	0,657	0,697
9	0,362	0,488	0,563	0,618	0,659
10	0,332	0,451	0,527	0,582	0,624
11	0,306	0,420	0,495	0,550	0,593
12	0,283	0,394	0,466	0,521	0,564
13	0,264	0,370	0,440	0,494	0,538
14	0,247	0,348	0,417	0,471	0,514
15	0,232	0,330	0,397	0,449	0,492
16	0,219	0,312	0,378	0,429	0,477
17	0,208	0,297	0,361	0,411	0,488
18	0,197	0,283	0,345	0,394	0,435
19	0,187	0,270	0,331	0,379	0,419
20	0,179	0,259	0,318	0,364	0,404
21	0,171	0,248	0,305	0,351	0,390
22	0,164	0,238	0,294	0,339	0,377
23	0,157	0,229	0,283	0,327	0,365
24	0,151	0,221	0,273	0,316	0,353
25	0,145	0,213	0,264	0,306	0,342
26	0,140	0,206	0,256	0,297	0,332
27	0,135	0,199	0,247	0,288	0,323
28	0,130	0,193	0,240	0,279	0,314
29	0,126	0,187	0,233	0,271	0,305
30	0,122	0,182	0,227	0,264	0,297
32	0,115	0,171	0,214	0,250	0,282
34	0,108	0,162	0,203	0,238	0,268
36	0,102	0,153	0,192	0,226	0,256
38	0,097	0,146	0,184	0,218	0,245
40	0,093	0,139	0,176	0,207	0,234
50	0,075	0,113	0,143	0,170	0,194
60	0,063	0,095	0,121	0,144	0,165
80	0,047	0,072	0,093	0,110	0,127
100	0,038	0,058	0,075	0,090	0,103
120	0,032	0,049	0,063	0,075	0,087
200	0,019	0,030	0,038	0,046	0,053
400	0,010	0,015	0,019	0,023	0,027

Додаток 8

КРИТИЧНІ ТОЧКИ РОЗПОДІЛУ ФІШЕРА (*F* - РОЗПОДІЛУ)

Рівень значущості 0,05									
k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	12	24	∞
1	164,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	244,9	249,0	254,3
2	18,5	9,2	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	2,8	2,6	2,4
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,7	2,5	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,6	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,5	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,5	2,3	2,1
16	4,5	3,6	3,2	3,0	2,9	2,7	2,4	2,2	2,0
17	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,4	2,2	2,0
18	4,4	3,6	3,2	2,9	2,8	2,7	2,3	2,1	1,9
19	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,8
20	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,8
22	4,3	3,4	3,1	2,8	2,7	2,6	2,2	2,0	1,8
24	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,2	2,0	1,7
26	4,2	3,4	3,0	2,7	2,6	2,4	2,1	1,9	1,7
28	4,2	3,3	2,9	2,7	2,6	2,4	2,1	1,9	1,6
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,1	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3	2,0	1,8	1,5
60	4,0	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	1,9	1,7	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	1,8	1,6	1,3
∞	3,8	3,0	2,6	2,4	2,2	2,1	1,8	1,5	1,0

Рівень значущості 0,01										
k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5981	6106	6234	6366
2	98,5	99,0	99,2	99,3	99,3	99,4	99,3	99,4	99,5	99,5
3	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,5	27,1	26,6	26,1
4	21,2	18,0	16,7	16,0	15,5	15,2	14,8	14,4	13,9	13,5
5	16,3	13,3	12,1	11,4	11,0	10,7	10,3	9,9	9,5	9,0
6	13,7	10,9	9,8	9,2	8,8	8,5	8,1	7,7	7,3	6,9
7	12,3	9,6	8,5	7,9	7,5	7,2	6,8	6,5	6,1	5,7
8	11,3	8,7	7,6	7,0	6,6	6,4	6,0	5,7	5,3	4,9
9	10,6	8,0	7,0	6,4	6,1	5,8	5,5	5,1	4,7	4,3
10	10,0	7,6	6,6	6,0	5,6	5,4	5,1	4,7	4,3	3,9
11	9,7	7,2	6,2	5,7	5,3	5,1	4,7	4,4	4,0	3,6
12	9,3	6,9	6,0	5,4	5,1	4,8	4,5	4,2	3,8	3,4
13	9,1	6,7	5,7	5,2	4,9	4,6	4,3	4,0	3,6	3,2
14	8,9	6,5	5,6	5,0	4,7	4,5	4,1	3,8	3,4	3,0
15	8,7	6,4	5,4	4,9	4,6	4,3	4,0	3,7	3,3	2,9
16	8,5	6,2	5,3	4,8	4,4	4,2	3,9	3,6	3,2	2,8
17	8,4	6,1	5,2	4,7	4,3	4,1	3,8	3,5	3,1	2,7
18	8,3	6,0	5,1	4,6	4,3	4,0	3,7	3,4	3,0	2,6
19	8,2	5,9	5,0	4,5	4,2	3,9	3,6	3,3	2,9	2,4
20	8,1	5,9	4,9	4,4	4,1	3,9	3,6	3,2	2,9	2,4
22	7,9	5,7	4,8	4,3	4,0	3,8	3,5	3,1	2,8	2,3
24	7,8	5,6	4,7	4,2	3,9	3,7	3,3	3,0	2,7	2,2
26	7,7	5,5	4,6	4,1	3,8	3,6	3,3	3,0	2,6	2,1
28	7,6	5,5	4,6	4,1	3,8	3,5	3,2	2,9	2,5	2,1
30	7,6	5,4	4,5	4,0	3,7	3,5	3,2	2,8	2,5	2,0
40	7,3	5,2	4,3	3,8	3,5	3,3	3,0	2,7	2,3	1,8
60	7,1	5,0	4,1	3,7	3,3	3,1	2,8	2,5	2,1	1,6
120	6,9	4,8	4,0	3,5	3,2	3,0	2,7	2,3	2,0	1,4
∞	6,6	4,6	3,8	3,3	3,0	2,8	2,5	2,2	1,8	1,0

Рівень значущості 0,001										
k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	Змінюється від 400 000 до 600 000									
2	998	999	999	999	999	999	999	999	999	999
3	167	148	141	137	135	133	131	128	126	123
4	74,1	61,3	56,2	53,4	51,7	50,5	49,0	47,4	45,8	44,1
5	47,0	36,6	33,2	31,1	29,8	28,8	27,6	26,4	25,1	23,8
6	35,5	27,0	23,7	21,9	20,8	20,0	19,0	18,0	16,9	15,8
7	29,2	21,7	18,8	17,2	16,2	15,5	14,6	13,7	12,7	11,7
8	25,4	18,5	15,8	14,4	13,5	12,9	12,0	11,2	10,3	9,3
9	22,9	16,4	13,9	12,6	11,7	11,1	10,4	9,6	8,7	7,8
10	21,0	14,9	12,6	11,3	10,5	9,9	9,2	8,5	7,6	6,8
11	19,7	13,8	11 ,6	10,4	9,6	9,1	8,3	7,6	6,9	6,0
12	18,6	13,0	10,8	9,6	8,9	8,4	7,7	7,0	6,3	5,4
13	17,8	12,3	10,2	9,1	8,4	7,9	7,2	6,5	5,8	5,0
14	17,1	11,8	9,7	8,6	7,9	7,4	6,8	6,1	5,4	4,6
15	16,6	11,3	9,3	8,3	7,6	7,1	6,5	5,8	5,1	4,3
16	16,1	11,0	9,0	7,9	7,3	6,8	6,2	5,6	4,9	4,1
17	15,7	10,7	8,7	7,7	7,0	6,6	6,0	5,3	4,6	3,9
18	15.4	10,4	8,5	7,5	6,8	6,4	5,8	5,1	4,5	3,7
19	15,1	10,2	8,3	7,3	6,6	6,2	5,6	5,0	4,3	3,5
20	14,8	10,0	8,1	7,1	6,5	6,0	5,4	4,8	4,2	3,4
22	14,4	9,6	7,8	6,8	6,2	5,8	5,2	4,6	3,9	3,2
24	14,0	9,3	7,6	6,6	6,0	5,6	5,0	4,4	3,7	3,0
26	13,7	9,1	7,4	6,4	5,8	5,4	4,8	4,2	3,6	2,8
28	13,5	8,9	7,2	6,3	5,7	5,2	4,7	4,1	3,5	2,7
30	13,3	8,8	7,1	6,1	5,5	5,1	4,6	4,0	3,4	2,6
40	12,6	8,2	6,6	5,7	5,1	4,7	4,2	3,6	3,0	2,2
60	12,0	7,8	6,2	5,3	4,8	4,4	3,9	3,3	2,7	1,9
120	11,4	7,3	5,8	5,0	4,4	4,0	3,5	3,0	2,4	1,6
∞	10,8	6,9	5,4	4,6	4,1	3,7	3,3	2,7	2,1	1,0

Додаток 9

ШКАЛА ЧЕДДОКА

Показник тісноти зв'язку (значення модуля коефіцієнта кореляції)	0,1-0,3	0,3-0,5	0,5-0,7	0,7-0,9	0,9-0,99
Характеристика сили кореляційного зв'язку	слабка	помірна	помітна	висока	дуже висока

Навчальне видання

Копорулін Володимир Львович
Заєць Ірина Петрівна
Шинковська Ірина Леонідівна
Сушко Лариса Федорівна

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Збірник задач

Частина III

Навчальний посібник

Тем. план 2017, поз.

Підписано до друку 01.02.2017 . Формат 60x84 1/16. Папір друк. Друк плоский.
Облік.-вид. арк. 4,59. Умов. друк. арк. 4,52. Тираж 100 пр. Замовлення № 2.

Національна металургійна академія України
49600, м. Дніпро-5, пр. Гагаріна, 4

Редакційно-видавничий відділ НМетАУ