

## **Работа № 6 Обработка и представление результатов прямых измерений при наличии группы равно рассеянных многократных наблюдений.**

### **1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

Ознакомление с методикой обработки и представления результатов прямых измерений для группы равно рассеянных многократных наблюдений. Получение, применительно к этому случаю, навыков обработки результатов наблюдений и оценивания погрешностей и представления результатов измерений.

### **2 ЗАДАНИЕ ДЛЯ ДОМАШНЕЙ ПОДГОТОВКИ**

Используя рекомендованную литературу, ознакомьтесь со следующими вопросами:

- Понятие и свойствами равно рассеянных групп наблюдений.
- Способы проверки гипотез о равенстве дисперсий и равенстве математических ожиданий, используемые при обработке равно рассеянных групп независимых наблюдений.
- Процедуры обработки и представления результатов прямых измерений для группы равно рассеянных многократных, независимых наблюдений.
- Принцип действия, устройство и характеристики средств измерений, используемых при выполнении настоящей работы.

### **3 СВЕДЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ**

В практике измерений часто встречаются ситуации, когда в процессе измерений многократные наблюдения проводятся несколькими сериями. При этом перед каждой серией наблюдений зачастую приходится заново настраивать измерительную аппаратуру, от серии к серии могут меняться параметры внешней среды и т.д.

В этом случае мы получаем  $k$  групп по  $n_j$  ( $j=1, 2, \dots, k$ ) результатов наблюдений в каждой. Группы наблюдений называются равно рассеянными, если оценки среднего

арифметического  $\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_i x_{ij}$  и оценки дисперсии для ряда наблюдений

$$S_{jx}^2 = \frac{\sum_i (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n_j - 1}$$

во всех группах статистически одинаковы, т.е. являются

оценками одного и того же истинного значения измеряемой величины и одной и той же дисперсии результатов наблюдений для генеральной совокупности.

Если группы результатов наблюдений являются равно-рассеянными, их можно объединить в один ряд и обрабатывать по правилам, описанным в работах № 3,4 и 5, учитывая, что общее количество результатов наблюдений в этом объединенном ряду окажется равным сумме количеств результатов наблюдений в каждой группе.

Равно рассеянность групп наблюдений проверяется методами математической статистики, известными под общим названием дисперсионного анализа.

Для проверки равно рассеянности дисперсий, вычисленных по данным нескольких выборок, выдвигается гипотеза, что эти дисперсии статистически неразличимы, при этом конкурирующая гипотеза состоит в обратном утверждении, т.е. что эти дисперсии статистически значимо отличаются друг от друга.

Для сравнения дисперсий используется F – критерий Фишера. Если при выбранном уровне значимости  $\alpha$  (уровень значимости при проверке гипотезы, выбирается обычно равным 0,05) окажется, что:

$$F_{\alpha, \nu_1, \nu_2} > F = \frac{S_{1x}^2}{S_{2x}^2}, \quad (6.1)$$

где  $S_{1x}^2 > S_{2x}^2$ , а  $\nu_1 = n_1 - 1$  и  $\nu_2 = n_2 - 1$  – число степеней свободы для 1-ой и 2-ой дисперсии соответственно, то дисперсии считаются статистически неразличимыми, т.е. являются независимыми оценками одной и той же дисперсии. В противном случае  $F_{\alpha, \nu_1, \nu_2} \leq F$  гипотезу о равенстве

выборочных дисперсий отвергают. Значения  $F_{\alpha, \nu_1, \nu_2}$  распределения Фишера приведены в Приложении 4. (Таблица П 4.5).

Гипотезу о равнорассеянности результатов наблюдений проверяют в два этапа.

1. Вначале проверяется гипотеза о равенстве дисперсий  $S_{jX}^2$  во всех группах наблюдений. Для этого их располагают в вариационный ряд в порядке возрастания  $S_{1X}^2 < S_{2X}^2 < \dots < S_{kX}^2$  и проверяют значимость отношения  $\frac{S_{kX}^2}{S_{1X}^2}$ .

Если это отношение незначимо, то незначимы и все остальные. Тогда гипотеза о том, что рассеяние результатов наблюдений относительно средних значений во всех группах статистически одинаково принимается. В противном случае признается, что дисперсии  $S_{1X}^2$  и  $S_{kX}^2$  статистически отличны друг от друга и проверяется значимость отношений других дисперсий из вариационного ряда.

2. При равенстве дисперсий в группах проверяется гипотеза о равенстве в них математических ожиданий. Эта гипотеза может быть проверена несколькими методами. В частности, при нормальном распределении результатов наблюдений равенство математических ожиданий можно проверять попарно с помощью критерия Стьюдента.

В этом случае вычисляется величина:

$$t_{1-2} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{(n_1 - 1) \cdot S_1^2 + (n_2 - 1) \cdot S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \quad (1.6.2)$$

Если при выбранном уровне доверительной вероятности  $P_D$  (доверительная вероятность при проверке гипотезы выбирается обычно равной 95%) окажется, что  $|t_{1-2}| < t_P$ , где  $t_P$  выбирается по таблице  $t$  – распределения Стьюдента при числе степеней свободы, равном  $\nu = n_1 + n_2 - 2$ , то гипотеза о равенстве математических ожиданий принимается.

Если имеется более двух групп результатов наблюдений, причем часть из них

равно рассеянные, а часть нет, то совместную обработку проводят только для первой части результатов наблюдений. Методы обработки неравнорассеянных результатов в данной работе не рассматриваются.

#### 4 ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

Лабораторный стенд представляет собой LabVIEW компьютерную модель, располагающуюся на рабочем столе персонального компьютера (рисунок 6.1). Оформление стенда, состав оборудования на нем и порядок работы с ним в основном повторяют вариант, описанный в работе № 3. Отличие заключается в наличии у цифрового устройства обработки измерительной информации двух индикаторов.

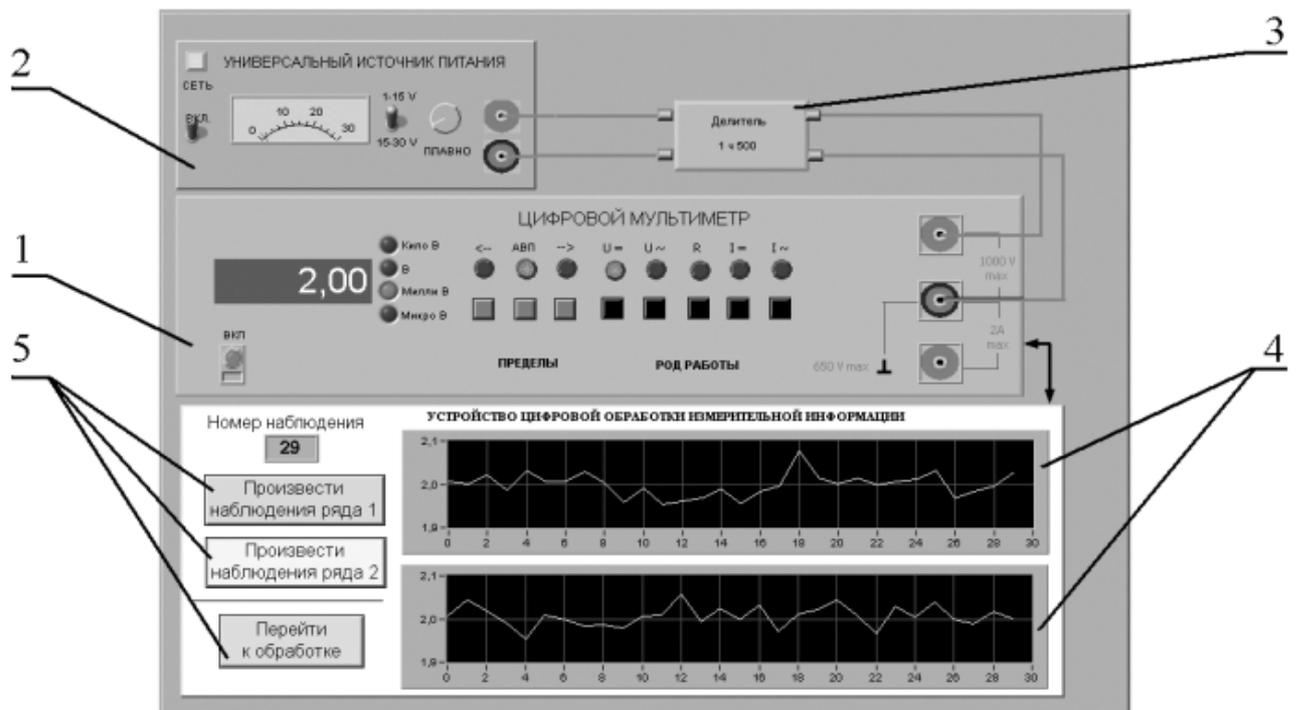


Рисунок 6.1. Вид модели лабораторного стенда на рабочем столе компьютера при выполнении лабораторной работы № 6 (1-электронный цифровой мультиметр, 2-универсальный источник питания, 3-делитель напряжения, 4-графические индикаторы устройства обработки измерительной информации, 5-элементы управления устройством цифровой обработки измерительной информации).

## 5 РАБОЧЕЕ ЗАДАНИЕ

5.1 Изучите описание работы и рекомендованную литературу. Продумайте свои действия за компьютером.

5.2 Запустите программу лабораторного практикума и выберите лабораторную работу RL 1\_6. На рабочем столе автоматически появится страница для выбора числа наблюдений. Самостоятельно или по указанию преподавателя выберите в интервале от 15 до 30 число наблюдений в 1 и во 2 ряде наблюдений и установите выбранные значения в соответствующем окне (рисунок 6.2). После этого нажмите кнопку «Продолжить». На экране компьютера появится лабораторный стенд со средствами измерений и вспомогательными устройствами (Рисунок 6.1) Создайте окно лабораторного журнала в среде MS Excel. Журнал служит для формирования отчета по результатам выполнения лабораторной работы.

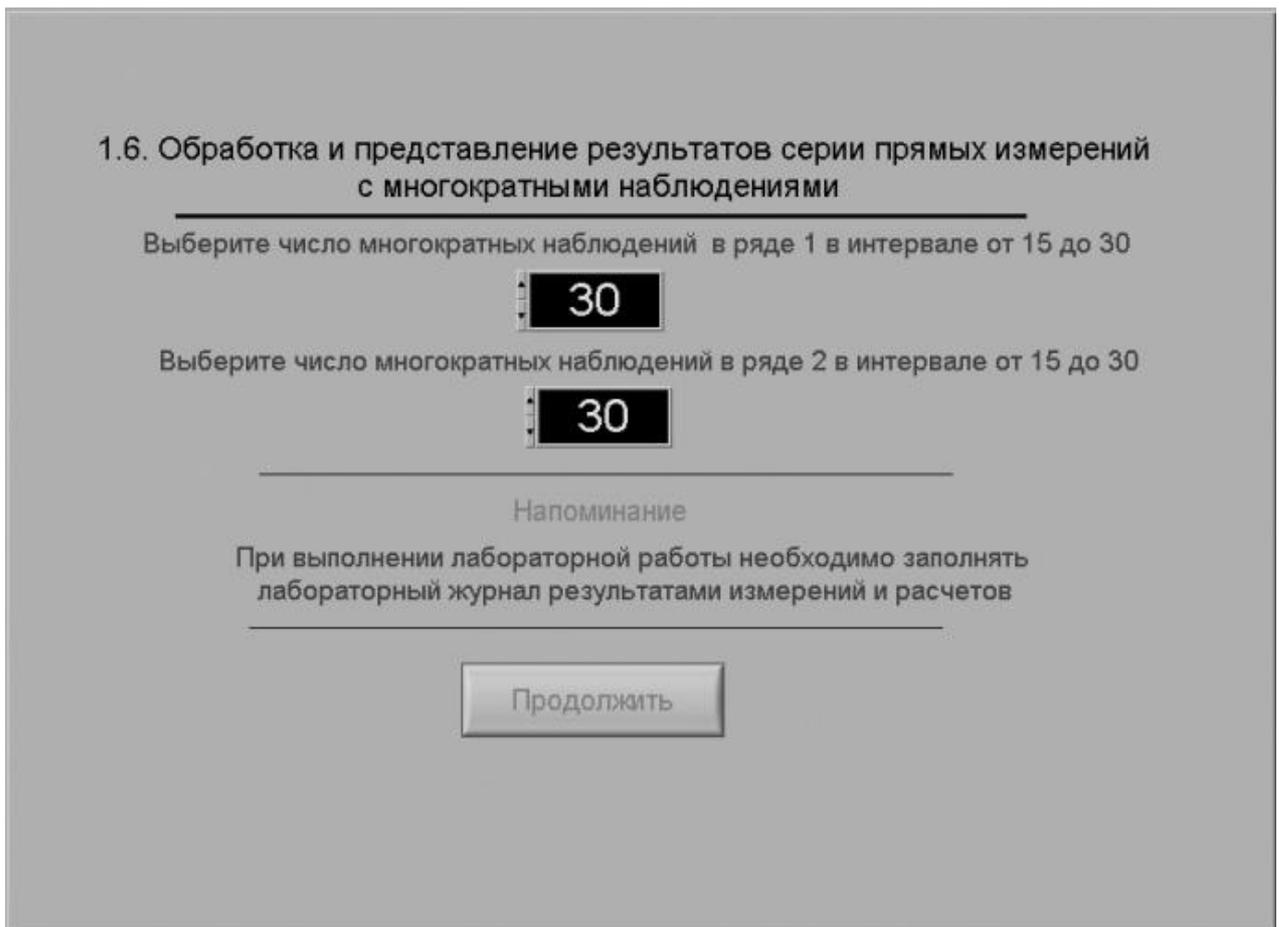


Рисунок 6.2 Вид рабочего стола при выборе числа многократных наблюдений

5.3 Ознакомьтесь с расположением моделей отдельных средств измерений и других устройств на рабочем столе.

5.4 Приступите к выполнению лабораторной работы.

**Задание 1 Выполнение многократных независимых наблюдений в автоматическом режиме.**

а. С помощью регулятора выходного напряжения УИП установите на его выходе напряжение в диапазоне от 1 В до 15 В. Напряжение на выходе делителя напряжения будет, соответственно, в пятьсот раз меньше.

б. Последовательным нажатием на расположенные на лицевой панели устройства кнопки «Произвести наблюдения ряда 1» и «Произвести наблюдения ряда 2», запустите режим сбора данных. УЦОИИ начнет получение измерительной информации от цифрового мультиметра, причем, результаты будут, по мере поступления, отображаться на графических индикаторах устройства.

с. После окончания сбора данных изучите результаты наблюдений, представленные на графических индикаторах.

**Задание 2 Проверка гипотезы о равномерности результатов многократных независимых наблюдений.**

а. Проверьте гипотезу о равно рассеянности полученных результатов при уровне значимости 0,05 ( рисунок 6.3):

- Запустите, нажав на кнопку «Перейти к обработке», режим автоматической упрощенной обработки 2 рядов наблюдений (обработка проводится в точном соответствии с методикой, описанной в разделе 3 настоящей работы).
- Используя дисперсионное отношение (6.1) и статистику  $t_{1-2}$  (6.2) проверьте гипотезу о равно рассеянности результатов
- Внесите полученные результаты в отчет.

**Задание 3 Обработка объединенных результатов многократных независимых наблюдений.**

Проверка гипотезы о равнорассеянности двух рядов  
при доверительной вероятности 0,95

Среднее арифметическое ряда наблюдений 1, мВ	Среднее арифметическое ряда наблюдений 2, мВ
1,9995	2,0063
Оценка среднеквадратического отклонения ряда 1, мВ	Оценка среднеквадратического отклонения ряда 2, мВ
0,0270	0,0243
Дисперсионное отношение	Значение критерия Фишера
1,2295	1,8608
Статистика $t_{1-2}$	Значение критерия Стьюдента
1,0257	1,6725
<	<
$t_{\alpha}$	$t_{\alpha}$
●	
Объединить ряды	
Продолжить	

Рисунок 6.3 Вид рабочего стола при проверке гипотезы о равно рассеянности двух рядов наблюдений

- а. В случае подтверждения гипотезы о равно рассеянности результатов, полученных при выполнении Задания 1, объедините их в один ряд (для этого следует нажать кнопку «Объединить ряды»). Далее обработка ведется для объединенного ряда. Если гипотеза о равно рассеянности не подтверждается обработка ведется для первого ряда.
- б. Нажмите кнопку «Продолжить» и проведите стандартную обработку ряда наблюдений, которая подробно описана в лабораторной работе № 1.3, задание 2, в соответствии с которым выполните все действия.
- с. Аналогично проделайте данную лабораторную работу дважды.

5.6 После сохранения результатов закройте приложение LabVIEW и, при необходимости, выключите компьютер.

## 6 ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать:

- Сведения о цели и порядке выполнения работы.
- Сведения об использованных методах измерений.

- Сведения о характеристиках использованных средств измерений.
- Необходимые электрические схемы.
- Данные, на основании которых выбирались средства измерений для выполнения каждого из пунктов задания.
- Экспериментальные данные.
- Полностью заполненные таблицы отчета (таблица 6.1), а также примеры расчетов, выполнявшихся при заполнении таблиц.
- Анализ полученных данных и вывод об особенностях и качестве проведенных измерений и результатах проделанной работы.

Таблица 6.1.

Обработка результатов прямых измерений с многократными наблюдениями при наличии группы равнорассеянных результатов		
Наименование	Значение	Примечание
Число многократных наблюдений ряда 1		
Число многократных наблюдений ряда 2		
<b>Проверка гипотезы о равнорассеянности двух рядов при доверительной вероятности 0,95</b>		
Среднее арифметическое ряда наблюдений 1, мВ		
Оценка среднеквадратического отклонения ряда 1, мВ		
Среднее арифметическое ряда наблюдений 2, мВ		
Оценка среднеквадратического отклонения ряда 2, мВ		
Дисперсионное отношение		
Значение критерия Фишера		
Величина $t_{1-2}$		
Значение критерия Стьюдента		
Вывод о возможности объединения двух рядов наблюдений		
<b>Стандартная обработка ряда наблюдений</b>		
Среднее арифметическое результатов наблюдений		
Оценка среднего квадратического отклонения ряда наблюдений		
Оценка среднего квадратического отклонения ряда результата измерения		
<b>Проверка гипотезы о нормальном распределении ряда наблюдений</b>		
Уровень значимости		
Значение критерия согласия Хи-квадрат		
Вывод		
<b>Вычисление доверительных границ погрешности результата измерения</b>		
Критическое значение критерия согласия		
Доверительная вероятность		
Квантиль распределения Стьюдента		
Доверительные границы случайной погрешности, мВ		
Границы неисключенной систематической погрешности, мВ		
Отношение неисключенной систематической погрешности к оценке среднеквадратического отклонения ряда наблюдений		
Доверительные границы результата измерений, мВ		
Результат измерений, мВ		

## 7 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

7.1 Что такое равно рассеянность результатов наблюдений?

7.2 Чем отличается дисперсия ряда наблюдений от дисперсии результата измерений? Какие формулы используются для их оценки?

7.3 Какие критерии согласия используются при обработке результатов прямых измерений с многократными наблюдениями? Опишите методику их использования.

7.4 В каких случаях для повышения точности результата измерений полезно совместно обрабатывать результаты нескольких серий независимых многократных наблюдений? Как это делается?

7.5 Всегда ли для повышения точности результата измерений стоит проводить многократные наблюдения? Как оценить желательное количество наблюдений в отдельно взятой серии?

7.6 Выполнено несколько серий независимых наблюдений. Как выявить среди них те, что принадлежат к одной генеральной совокупности?

7.7 Как представить результаты прямых измерений при наличии группы равно рассеянных результатов многократных наблюдений? От чего зависит выбор способа представления результатов?