

Вступ

Наука відіграє вирішальну роль у розвитку продуктивних сил суспільства. Великі відкриття фундаментальних наук забезпечують успішний розвиток прикладних наук, що обумовлює поновлення знарядь виробництва та суттєве підвищення продуктивності праці. Ці тенденції поклали початок у 40-і роки ХХ ст. науково-технічній революції. Наука перетворилася у виробничу силу. Базою НТР є: отримання нових наукових знань; опанування знань працівниками сфери матеріального виробництва; впровадження результатів наукових досліджень у виробництво.

Тому світова спільнота інвестує в наукові дослідження великі кошти. Так, в 1990 р. СРСР на потреби науки інвестував 1,9% ВВП; а в 2000/2001 (у % ВВП) країни світу інвестували: Ізраїль – 4,7; Швеція – 4,23; Фінляндія – 3,49; Японія – 3,2; Південна Корея – 2,96; США – 2,6; Німеччина – 2,49; Україна – 1,6; Китай – 1,3. Дані країни отримують і відповідне нарощування економічного потенціалу.

Створення нових та удосконалення існуючих технологічних систем сільськогосподарського призначення, пошук оптимальних методів їх експлуатації здійснюються інженерними кадрами, які повинні володіти сучасними методами їх аналізу та синтезу систем. Формування потрібних знань і покликана, дисципліна «Теорія і технологія наукових досліджень», передбачена навчальним планом. Фундаментом для даної дисципліни є математика, планування експерименту, дисципліни природничо-наукової та професійної і практичної підготовки магістра.

Теорія і технологія наукових досліджень навчає методології пошуку актуальних задач (проблем), постановки, проведення та інтерпретації досліджень в області механізації процесів с.-г. виробництва. Вона навчає методу системного аналізу технологічних систем та їх синтезу.

Сучасні методи дослідження дозволяють майбутньому фахівцеві розширити коло задач, які він здатний вирішити. Завдяки ним він зможе: спроектувати та удосконалити технологічні системи; вишукати шляхи оптимізації режимів і параметрів роботи технічних систем; виявити ефективні та технологічні рішення та ліквідувати «вузькі» місця в механізації с.-г. виробництва; створити і ефективно використовувати системи автоматичного керування машинами та технологічними процесами.

Основними завданнями цієї дисципліни є, подати: основну термінологію цього предмету, методику теоретичних та експериментальних досліджень, сутність найбільш поширених методів оптимізації об'єктів дослідження та практику оформлення результатів дослідження.

Автори вдячні співробітникам кафедри процесів, машин і обладнання, зокрема Горкуші А.М., Панасюк О.Л., Ковалику О.М., за надану допомогу при підготовці даної праці до видання.

1. Основні поняття наукових досліджень

1.1. Наука та наукове дослідження

Поняття «наука» має декілька означень, по-перше – це сфера людської діяльності, яка забезпечує вироблення та систематизування нових знань про природу, суспільство, мислення та пізнання навколишнього світу. По-друге – це є система отримання знань людиною в результаті її наукової діяльності. По-третє – це форма суспільної свідомості людства. Отже, наука це система знань про закони та закономірності перетворення одних форм матерії в інші.

А стосовно до науки в області механізації с.-г. виробництва, то, це система знань про закони і закономірності, за якими виконуються механізовані виробничі процеси в сільському господарстві та функціонують робочі і енергетичні с.-г. машини та обладнання.

Наука складає собою цілий комплекс наукових дисциплін, які поділяються на дві групи: фундаментальні і прикладні.

Фундаментальні дисципліни – це наукові дисципліни, які вивчають найбільш загальні закони природи, що відкривають і описують нові, невідомі явища та процеси природи; розкривають їхні механізми та закономірності у відповідності з якими ці явища проходять; обґрунтовують нові напрямки та синтезують нові наукові дисципліни. До фундаментальних наук відносять: математику, фізику, біологію, механіку, хімію тощо.

Прикладні дисципліни – це наукові дисципліни, які націлені на розроблення явищ та процесів в окремих галузях виробничої діяльності людини. Вони забезпечують втілення законів та закономірностей фундаментальних наук для вирішення конкретних задач і проблем, які постають перед суспільством і націлені на пошук технічних можливостей підвищення продуктивності виробництва. До прикладних наук відносять ґрунтознавство, механізація процесів у рослинництві, зоотехнія, механізація у тваринництві тощо. Кожна наукова дисципліна започатковується накопиченням фактів та результатів, встановленням причинно-наслідкових зв'язків між факторами, які впливають на результати вимірювання.

Синтез накопичених закономірностей дозволяє створити загальні теоретичні основи нової наукової дисципліни.

Мета науки – пізнання законів розвитку природи та суспільства і використання їх для задоволення потреб людини.

Завдання науки – пізнання (установлення і пояснення суті) законів та закономірностей об'єктивного світу і розкривання шляхів використання нових знань на практиці.

Наукове дослідження – це процес установлення (виробництва) нових наукових знань.

Наукові знання створюються, коли поставлена мета дослідження та сформовані методи і засоби дослідження, за допомогою яких досягається мета (ціль) дослідження.

В загальному, всі задачі наукових досліджень з механізації с.-г. виробництва, можна поділити на дві групи.

Задачі першої групи характеризують явище, процес з кількісної сторони, тобто мають за мету встановити вигляд та тісноту зв'язку між факторами предмету дослідження.

Форма зв'язку може бути записана в аналітичному чи графічному вигляді.

Задачі другої групи характеризують явище, процес не тільки з кількісної сторони, а й із якісної, тобто вивчають та пояснюють причини, які обумовлюють ті чи інші зв'язки. Вони установлюють сутність явища чи процесу.

Так для прикладу: встановлення рівномірності ступеня подрібнення грубого корму залежить від частоти обертання різального апарату та подачі матеріалу. Це задача першої групи. Встановлення фізичної суті різання грубого корму, як різання лезом сумісно з руйнуванням матеріалу, в зв'язку з його пружно-пластичними властивостями. Це задача другої групи. Рішення задачі першої групи забезпечує удосконалення окремих робочих органів машини (різального апарату), а рішення задач другої групи дозволяє удосконалити чи синтезувати подрібнювач, всю техніку чи технологічну систему. Наукове дослідження, як творчий процес, не завжди алгоритмізується, тобто може бути подано у вигляді інструкції, опису. Проте основні вимоги дослідження мають бути дотриманими.

1.2. Проблема, тема, предмет та об'єкт дослідження

Проблемою є сукупність взаємозалежних теоретичних або практичних задач, які необхідно виявити, сформулювати та вирішити. Проблема виникає як наслідок загострення об'єктивних суперечностей між досягнутим обсягом і рівнем наукових знань та необхідністю вирішення науково-дослідницьких та народно-господарських задач. Вирішення проблеми вимагає суттєвого поглиблення та уточнення теоретичних посилок та уявлень, застосування нових технічних засобів і теоретичних передумов для її розробки.

Проблема має бути сформульована з мінімальної кількості задач, які мають рішення лише у комплексі задач проблеми, а не кожна окремо. Вирішення задач проблеми пов'язана з науковими дослідженнями. Задача, зокрема передбачає формулювання умов та визначеність цілей рішення задачі. Типові задачі вирішуються за етапами: постановка задачі; пошук варіантів рішення; аналіз варіантів рішення; оцінка варіантів та вибір рішення. Проблема вирішується силами науково-дослідних чи дослідно-конструкторських організацій та може бути об'єктом докторської дисертації.

Проблема вирішується через виконання окремих науково-дослідних тем. Темою наукового дослідження є розділ проблеми, який в певній мірі може розроблятися на певних етапах розробки проблеми, залежно від стану розробок

з других тем проблеми. Поділ проблеми на теми дає можливість паралельно її вирішувати різними колективами дослідників, чи окремими дисертантами. Тема має бути стислою і чітко сформульованою та відобразити суттєвий зміст задач проблеми. Результати дослідження теми повинні бути значимими, економічно ефективними та здійсненими і впроваджуваними у виробництво.

Темі дослідження, частіше всього визначає предмет дослідження. Предмет дослідження є частиною об'єкту дослідження. Об'єкт дослідження визначає та описує технологічну систему об'єктивної реальності, а предмет дослідження є підсистемою технологічної системи.

Таким чином, об'єкт дослідження є процесом чи технологічною (технічною) системою, які породжують проблемну ситуацію і вибираються дослідником для дослідження. Об'єкт дослідження це закінчений елемент, який виконує певні функції. Об'єкт дослідження має бути: перспективним, типовим та доступним.

Перспективність об'єкту дослідження передбачає, що він та результати дослідження можуть бути використанні в даний час й на майбутнє.

Так, досліджуючи витрати енергії при різній завантаженості доїльної установки УДЕ-16, ми повинні знати, що використовувати ці результати тепер і на майбутнє неможливо тому, що нині експлуатуються доїльні установки автоматизовані, типу УДА-16 тощо. Як виняток, УДЕ-16 може бути об'єктом дослідження, при теоретичних дослідженнях або для перевіряння загальних методів. Проте і в даних випадках, доцільно вибирати перспективні об'єкти дослідження.

Типовість об'єкту дослідження передбачає наявність властивостей, характеристик, які часто зустрічаються серед інших та мають широке розповсюдження.

Так, якщо проводяться дослідження впливу висоти стеблостою льону-довгунця на технологічні та енергетичні показники льонозбирального агрегату, і в зв'язку з агропогодніми умовами ми маємо льон-довгунець вегетаційного періоду висотою 0,5 м, то ми ризикуємо отримати показники, які будуть характеризувати не загальну, а окрему тенденцію, закономірності. Типовою висотою льону-довгунця для зони Полісся є 0,80...1,0 м, на цьому агрофоні і повинні виконуватись дослідження.

Доступність передбачає, що об'єкт дослідження доступний для проведення експерименту та не вимагає вартісного обладнання, складного обслуговування та безпечний у використанні.

Частиною об'єкту дослідження є предмет дослідження. Предмет дослідження визначається метою (ціллю) дослідження. Він установлює між якими факторами та функцією відгуку необхідно визначити кількісний чи якісний зв'язок – що означає і встановлює предмет дослідження. Отже, предмет дослідження – це те, що знаходиться в межах об'єкту дослідження, це той аспект проблеми за яким, ми пізнаємо об'єкт, виділяючи його головні, найбільш суттєві ознаки. Частіше всього предмет дослідження співпадає з темою дослідження.

Таким чином, об'єкт дослідження є первинним, а вторинним є предмет дослідження.

Приклад:

Тема дисертаційної роботи аспіранта Пуць В.С.: «Обґрунтування технологічного процесу та параметрів пристроїв для підрівнювання стрічки стебел льону».

Об'єкт дослідження: «Технологічний процес підрівнювання стрічки стебел льону та пристрій для його здійснення».

Предмет дослідження: «Закономірності перебігу процесу підрівнювання стебел стрічки льону та вплив параметрів роботи пристрою для підрівнювання на показники оцінки якості збиральних робіт».

В даному випадку предмет дослідження розкриває в певній частині або й повністю тему дослідження та є частиною об'єкту дослідження.

1.3. Гіпотеза, закономірність, закон

Вивчення складних явищ (процесів) не завжди піддається вимірюванню, оцінці. Особливо це стосується процесів, які проходять всередині об'єкту. Так, при вивченні процесу руйнування пласта ґрунту при оранці, ми можемо замірювати вплив на руйнування пласта швидкості агрегату, форми робочого органу, вологості ґрунту тощо. Тобто замірювати зовнішні проявлення процесу руйнування. Проте необхідно зрозуміти сутність процесу руйнування. Для цього формують гіпотезу.

Гіпотеза – це наукове припущення про сутність явища (процесу), яке проявляє себе зовні або припущення про вигляд кількісного зв'язку між об'єктами, які вивчаються, між їхніми параметрами і характеристиками, що не підтверджені емпірично.

До наукових гіпотез проявляються такі вимоги:

- узгодженість з накопиченим досвідом, з усіма відомими фактами;
- можливість експериментальної перевірки гіпотези;
- інформативність гіпотези або універсальність гіпотези;
- простота (вишуканість) гіпотези;
- узгодженість гіпотези з існуючими законами, теоріями;
- логічність гіпотези.

Гіпотеза – методологічний інструмент дослідження, який організовує процес наукового пошуку визначає його логіку, шлях розробки. Вона забезпечує вибір методів, способів та об'єктів дослідження і визначає мету дослідження. Помилкова гіпотеза не завжди дає помилкові результати (теорія повітроплавання братів Монгольфє ґрунтувалась на електричних властивостях, теорія геоцентризму забезпечила успіхи в навігації, в астрономії тощо), але отримавши помилкові результати, дослідник має можливість сформулювати правильну гіпотезу. В процесі постановки задачі, при проведенні дослідження,

гіпотеза змінюється, удосконалюється. Велике значення у формулюванні гіпотези має наукова інтуїція дослідника, рис. 1.

Інтуїтивне пізнання – сфера людської діяльності стосовна до області як наукового так і позанаукового пізнання. Результатом інтуїтивного пізнання є інсайт. Інсайт є неодмінною ознакою творчої особистості. Схильність до творчості непрямо оцінюють критерієм креативності (IC). В процесі пізнання оточуючого світу, набування досвіду, людина підвищує свій інтелект, який оцінюють критерієм інтелектуальності (IQ). Залежність, або точніше співвідношення креативних та інтелектуальних властивостей людини визначають її ділові якості.

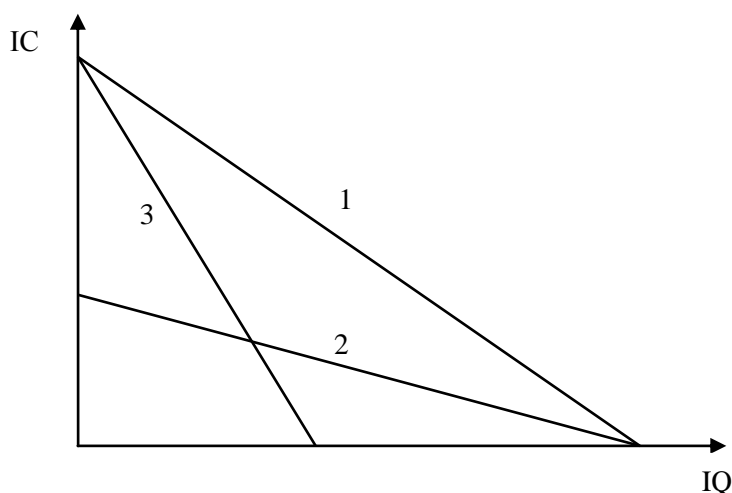


Рис. 1. Співвідношення інтелектуальності та креативності людини:

1. людина творець-аналітик.
2. людина з високим інтелектом (IQ), схильна до логічного аналізу;
3. людина з високим рівнем креативності (IC), схильна до творчості;

Гіпотеза може виступати в трьох формах [21]:

- припущення про сутність явища, яке зводиться до відомої теорії-аналога. Так, при вивченні дії тракторного агрегату на тракториста, в якості гіпотези можна взяти теорію обмолоту. В основі теорії обмолоту зернових культур відома теорія колювання мас.
- при встановленні кількісного зв'язку між параметрами та показниками, можуть використовувати відому залежність. Так, при відомій залежності, яка описує потрібну потужність зернозбирального агрегату (N) від подачі (g):

$$N=N_0+vg,$$

де N_0 і v – постійні величини, можна використати гіпотезу про залежність вантажопідйомності причіпа (Q) від маси трактора (M):

$$M= M_0+CQ,$$

де M_0 і C – постійні величини.

- припущення про фактори, які визначають явище (процес). Так, при вивченні питомого опору ґрунту, можна в загальному вигляді записати гіпотезу:

$$R = f(\rho, v_p, \omega, \dots),$$

де ρ – щільність ґрунту;
 v_p – робоча швидкість;
 ω – вологість ґрунту, тощо.

Гіпотеза подається у графічній, аналітичній чи в описовій формі, в якій легше її аналізувати та критикувати. Гіпотеза перетворюється в теорію двома шляхами:

1. Якщо гіпотеза стосується сутності явищ, то дослідник повинен порівняти наслідки, які випливають із гіпотези та факти, які він отримує в результаті виконання експериментів. Співставляючи факти з наслідками, маємо перший шлях перетворення гіпотези у теорію. Так, наприклад в умовах с.-г. виробництва, створюють гіпотезу (для обмолоту зернових) припускаючи, що обмолот зерна забезпечується пружними коливаннями молотильної системи. При цьому запозичають математичну модель коливання з урахуванням особливостей технологічної системи обмолоту і на основі аналізу рівнянь, встановлюють наслідки. Проводять експеримент та накопичують факти. Якщо факти співпадають з наслідками, то гіпотеза вірна і вона стає теорією.

2. Якщо гіпотеза стосується, встановлення кількісного зв'язку, то висувають припущення про вигляд математичної моделі. Потім виконують експеримент і визначають значення коефіцієнтів моделі. Порівнюють експериментальні моделі з теоретичними, визначають міру їх узгодженості. Якщо теоретичні моделі не співпадають з експериментальними, то гіпотезу змінюють, а коли співпадають – то гіпотеза стає теорією.

Об'єкти дослідження є багатограними та мінливими. Задачею дослідження є встановлення сутності мінливості та який вона має характер і як цією мінливістю необхідно керувати для користі людини. Мінливість об'єкта дослідження залежить від факторів, між якими діє причинно – наслідковий зв'язок. В результаті теоретичних та експериментальних досліджень між факторами встановлюють зв'язок, який називається закономірністю. Закономірність має детермінований або стохастичний характер.

Детермінована закономірність передбачає залежність між факторами, на основі якої можна, з високою точністю, встановити взаємозв'язок між факторами на даний час і на майбутнє.

Стохастична закономірність передбачає залежність між факторами в даний час і на майбутнє з певною ймовірністю.

Таким чином, закономірність описує залежність між факторами з певною ймовірністю для конкретного, окремого випадку.

Закон – це залежність факторів, яка має загальну форму та здатна описувати природні явища і процеси. Характерними ознаками закону є:

- постійність відношень між змінними факторами, які вибрані кількісними характеристиками властивостей або ознаками реальних об'єктів чи процесів;

- відображення об'єктивних закономірностей, які описують процеси чи явища природи та носять всезагальну форму;
- охоплення нескінченної кількості об'єктів, які даний закон описує;
- установлення характеру зв'язків між ознаками реальних об'єктів або явищ;
- для випадків механізації с.-г. виробництва, поняття закон використовується лише в тих випадках, коли установлювані закономірності будуються на фундаментальних законах фізики, механіки тощо.

Поряд з використанням у наукових дослідженнях понять: гіпотеза, закономірність, закон, використовують також поняття принцип і постулат. Принцип – це вихідні положення встановлення законів, у відповідності до яких проходять ті чи інші явища, процеси. Так, для прикладу принцип Даламбера, варіаційні принципи механіки тощо. Постулат – це судження чи ствердження, які не відрізняються самотійністю, але які приймаються без доказів.

1.4. Методи наукових досліджень

Метод це система правил та прийомів підходу до вивчення явищ і закономірностей природи, суспільства, мислення це планомірний шлях, спосіб досягнення певних результатів у науковому пізнанні й практичній діяльності; взагалі це прийом, спосіб або спосіб дії.

Методи мають бути прості, якісні та доступні. Вони є загальними, загально-науковими та конкретними (окремими).

Для вибору потрібного методу необхідно виходити із загальності методу, його особливостей та відповідності до поставленої задачі дослідження. Після цього детально вивчають даний метод, техніку його використання. Найбільш загальні методи підпорядковані законам діалектичного розвитку природи: закон переходу кількісних змін в якісні; закон єдності та боротьби суперечностей; закон заперечення заперечень.

До загально-наукових відносять методи: дедукції; індукції, аналізу, синтезу та системного підходу, абстрагування, конкретизації та аналогії. Частіше всього в механізації с.-г. виробництва застосовують теоретичні та експериментальні методи дослідження. Теоретичні повинні досконально досліджувати прийнятну гіпотезу, а експериментальні (емпіричні) повинні підтвердити результати теоретичного дослідження.

Експериментальні та теоретичні дослідження реалізуються через методи: спостереження, порівняння, узагальнення, вимірювання, експертних оцінок, статистичного аналізу (регресійний, кореляційний та факторний), імплікаційних шкал тощо.

Спостереження передбачає цілеспрямоване, спеціально організоване сприймання предметів та об'єктивної дійсності, які виступають як об'єкти дослідження. Спостереження повинні відповідати: передбачуваності, планомірності, цілеспрямованості, вибіркості, системності.

Порівняння – це процес зіставлення предметів або явищ дійсності з метою установлення схожості чи відмінності між ними, а також знаходження загального, притаманного, що може бути властивим двом або більше об'єктам дослідження. Порівняння повинні здійснюватися при умові: порівнюватися можуть об'єкти – аналоги; порівнюються лише об'єкти за найважливішими та найсуттєвішими ознаками. Порівняння є передумовою узагальнення. Узагальнення це процес переходу від одиничного до загального, це продукт розумової діяльності, форма відображення загальних ознак і якостей об'єктивних явищ. Найпростіші узагальнення полягають у об'єднанні, групуванні об'єктів на основі окремої ознаки. Узагальнення здійснюється шляхом абстрагування від специфічних та виявлення загальних ознак.

Окремим випадком порівняння є отримання кількісних характеристик, тобто вимірювання. Вимірювання – це процедура визначення числового значення певної величини за допомогою одиниці виміру. Дана процедура дає точні, кількісно визначенні відомості про об'єкт.

Часто використовуються, у дослідженнях з якісними факторами, методи експертних оцінок. Методи експертних оцінок передбачають отримати змінні емпіричні дані, через опитування групи експертів, підібраних за критеріями формального професійного статусу, з наступним статистичним обробленням отриманих балів.

При цьому слід відзначити, що кожний метод є доцільним для вирішення конкретної задачі. Вивчити детально всі існуючі методи для початківця-дослідника складно. Тому рекомендуємо: на першому етапі ознайомитися з методами, виходячи із особливостей типових задач з механізації с.-г. виробництва. На цій основі, можна умовно виділити такі задачі:

1. Дослідження технологічних процесів у металургії (агломерації сировини, виробництва якісної сталі, феросплавів).

Другим етапом для вибору методу дослідження під задачу, є детальне вивчення та використання вибраних методів, їх оцінка та конкретне дослідження.

Для вирішення задач дослідження, розробляють окремі методики: методика досліджень, методика вимірювань тощо.

Таким чином, методика досліджень передбачає сукупність способів та прийомів вирішення задач досліджень. Перелік задач досліджень, науковець оформляє у вигляді програми досліджень. Тут наводяться питання, які відносяться до досліджень в цілому. Зокрема це задачі дослідження, перелік об'єктів та предметів досліджень, характеристика умов для яких готуються дослідження, обсяг робіт і машин та обладнання пілотної установки тощо.

Як правило, задачі досліджень викладаються у програмі, а способи та прийоми вирішення задач програми, у методиці досліджень.

Загальна методика досліджень має відповідати поставленим у програмі задачам та сучасному рівню інженерних наук, бути простою, якісною та доступною, пройти апробацію та мати можливість реалізації в умовах с.-г. виробництва.

При цьому слід пам'ятати, що методики можуть бути орієнтовані на вирішення задач конкретних, загально-наукових та наднаукових. Методика повинна системно вирішувати задачі, в зв'язку з ускладненням технічних і технологічних систем (об'єктів чи предметів дослідження) та трудностю реалізувати безпомилкове дослідження. Системний підхід є загальнонауковою методологічною основою для дослідження систем будь-якої фізичної природи, [3]. Зокрема системний підхід сприяє безпомилковому аналізу та синтезу технологічних (технічних) систем. При цьому слід мати на увазі, що методи системного аналізу в меншій мірі стосуються розгляду властивостей і закономірностей функціонування окремих елементів, а націлені на вибір оптимальної структури об'єкту, раціональної взаємодії його елементів та отримання максимального кінцевого результату. Для правильного складання методики, при системному підході, доцільно досліднику опанувати теорію систем.

Таким чином, основним вирішенням наукової проблеми чи задачі, є встановлення законів (закономірностей) об'єктивно існуючих явищ, процесів у природі, біотехносфері чи техносфері або в технічній системі. В процесі наукового пошуку дослідник може випадково відкрити нове явище, процес, закономірність та дати їм якісне пояснення. В іншому випадку дослідник в результаті копіткої роботи, може дати кількісне співвідношення між факторами досліджуваного явища (процесу).

Це два нині існуючих шляхів відкриття нових об'єктивно існуючих законів чи закономірностей у природі.

Так відкриття К. Рентгеном X-променів є випадковим натиканням академіка на це явище. Відкриття А. Ейнштейном явища фотоефекту чи теорії відносності є результатом копіткої роботи, креативної діяльності дослідника.

При цьому, в процесі дослідження обов'язково необхідно звертати увагу на так звані «аномальні» явища (процеси), які досліднику відомі, але мають певні особливості. Окрім того, дослідник не повинен ігнорувати не вивчені, не зрозумілі явища та процеси, так звані «білі плями» в межах об'єкту дослідження. Допомагає рішенню задачі також нова трактовка, нетрадиційне

пояснення відомого явища чи процесу, а також знаходження суперечливих фактів, процесів та явищ. Наукове дослідження завершується відкриттями або технічними рішеннями на рівні винаходів, які повинні бути впроваджені у виробництво і задовольняти певну потребу суспільства.

1.5. Постановка задачі в наукових дослідженнях

...Ці ідеї вижили і тепер можна вважати, що вони знаходяться у відповідності з розумом. Вони вижили за рахунок забобонів, пристрастей, самовпевненості, помилок, тупої впертості – коротше, за рахунок тих елементів, які характеризують контекст відкриття та суперечать диктату розуму, а також завдяки тому, що ці ірраціональні елементи отримали свободу дії. Іншими словами, коперніканство та інші «раціональні» концепції сьогодні існують тільки тому, що в їхньому минулому розвитку розум на деякий час був знехтуваний... доцільно дати можливість уподобанням йти проти розуму при любих обставинах, так як це для науки може виявитися корисним. **(Фейерабенд П. Избранные труды по методологии науки. – М., Прогресс, 1986. – с. 297, 298).**

В загальнометодологічному визначенні задача передбачає визначеність мети (цілей) та умов (обмежень). При зазначених у задачі умовах, ми маємо не задачу, а лише ситуацію. Коли ж у задачі сформульована лише мета, ми маємо проблему. Отже, ситуація чи проблема є неповною задачею. Мета дослідження формулюється завчасно, а уточнюється в процесі дослідження. При цьому, чим чіткіше сформульована мета, тим виразнішими будуть завдання, вирішення яких забезпечить реалізацію мети. Метою досліджень з питань механізації с.-г. виробництва може бути: підвищення екологічності механізованих робіт; зниження експлуатаційних затрат у процесі машиновикористання; поліпшення функціональних показників технічних систем тощо. Мета в інженерних задачах, доцільно щоб мала кількісне визначення (числове значення). Мета оцінюється критеріями. Критерій – це показник за допомогою якого вимірюється рівень досягнення цілі (мети). Він, повинен бути кількісним, єдиним, загальним та відображати найбільш суттєві сторони результатів досягнення цілі. Проте задовільнити вищезазначені вимоги вдається досить рідко. Критерії можуть бути оптимізаційні або обмежувальні. Оптимізаційні критерії мають екстремум значень (мінімум чи максимум), а обмежувальні – гранично допустимі значення.

Єдиним критерієм, оптимізаційним чи обмежувальним, зручно користуватися тому що він оцінює ціль однозначно.

В разі оцінки за трьома різновекторними критеріями. Рішення ми отримуємо неоднозначне, отже користуватися декількома критеріями складно. Для уникнення неоднозначності, використаємо узагальнений критерій питомих приведених затрат. Таким чином, в цьому разі, ми отримуємо єдину відповідь, єдине рішення. Цього ж можна досягти за спеціальною методикою

отримання критеріїв в адитивній, мультиплікаційній чи комбінованій формах або використати метод Парето [17].

Мета має націлювати дослідника на принципіальні сторони об'єкту дослідження, це в свою чергу, дозволить виконати цілеспрямовано процес дослідження, з отриманням глибоких та більш загальних результатів. Чим більше об'єкт дослідження обдумується, уточнюється, тим конкретнішим є вибір теми дослідження та звільнення дослідника від зайвої роботи з вирішення завдань. Завдання в процесі дослідження можуть уточнятися, змінюватися. Проте чітко поставлені тема та мета, не поліпшать результатів вирішення задач дослідження, при невдалому виборі предмета дослідження. Не дивлячись на обмеженість умовами задачі, дослідник в процесі вирішення задачі має достатню творчу свободу. Тому важливим є правильна оцінка факторів, які впливають на правильність формулювання теми. Задача дослідження може бути уточнена вже при виконаному дослідженні: це дає можливість досліднику усвідомити та правильно інтерпретувати отриманні результати. Тема дослідницької роботи має бути актуальною та націленою на вирішення конкретних і корисних задач виробництва. Для вибирання актуальної теми необхідно провести інформаційний пошук та виконати його ретроспективний аналіз. Відомі історичні казуси з практичним використанням результатів наукових досліджень та відкриттів самих авторів. Так, Ернест Резерфорд який відкрив планетарну модель атома, заперечував використання атомної енергії у виробництві, а Г. Герц, який відкрив електромагнітні хвилі, вважав занадто складним впровадження у практику зв'язку електромагнітних хвиль тощо. Тобто автори цих досліджень не завжди правильно прогнозували використання їх результатів у виробництві. Тому для вибирання теми надаємо декілька рекомендацій, які засвідчують про її актуальність. Перша з них націлює дослідника на вивчення предмета дослідження і використання методики наукометрії.

Наукометрія – наука, яка займається кількісною оцінкою результатів наукових досліджень. Вона засвідчує, що в процесі вивчення об'єкту дослідження, кількість публікацій змінюється за логістичною (S - подібною) кривою:

$$y = \frac{v}{1 + ae^{-kt}}, \quad (1.1)$$

де y – кількість публікацій з даної проблеми (теми), шт.;

t – час вивчення проблеми, років;

a, v, k – константи, які знаходяться емпірично.

На початковий період логістична крива, рис. 2., залежність (1.1), коли відсутнє накопичення інформації і $y \ll v$, а потім кількість публікацій зростає експоненціально (I та II період). Це засвідчує підвищений інтерес світової наукової спільноти до цієї проблеми. Отже, дана тема (проблема) є перспективною.

Зростання кількості публікацій до $y=v$ засвідчує про максимальну кількість публікацій, а отже логістичний закон прогнозує, що за цим, (III – й період)

через певний час, повинен бути спад кількості публікацій, а отже, потенціальні можливості прогресу в даній області вичерпані, актуальність теми зменшується.

Інформаційний пошук обов'язково повинен включати і патентний пошук.

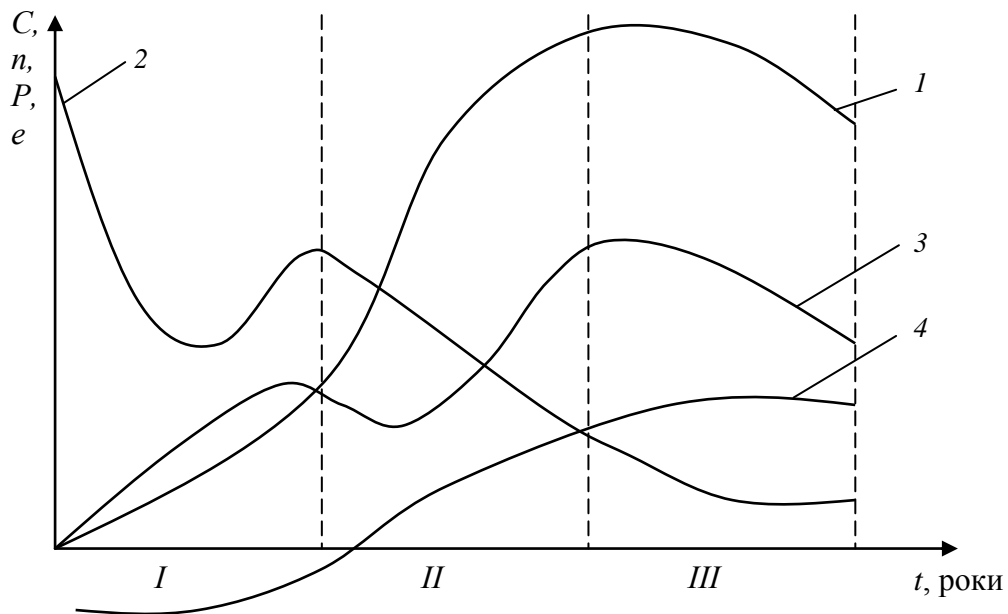


Рис. 2. Залежність якості функцій технічної системи (логістична залежність – 1), рівня винаходів (2), кількості винаходів (3) і економічності технічної системи (4) в часі життя ТС.

Патентний пошук дає можливість (рис. 2) оцінити кількість патентів (3), їхній рівень (2), та економічну ефективність технічної системи (4), яка створена за аналізованими патентами у часі розвитку та стагнації технічної системи, залежність 1. Логістична залежність (1) є законом, що описує кількість публікацій та розвитку ТС. Якщо, за показниками 2,3 і 4 ТС знаходиться в першому чи на початку другого періоду, то робота над удосконаленням ТС є перспективною, тема дослідження є актуальною. Якщо система знаходиться в кінці II та у III періоді, робота з використанням чи удосконаленням даної ТС є неперспективною. У III-й період розвитку ТС є застарілою, тому необхідно розробляти чи винаходити нову ТС, з новим принципом дії. Таким чином, за залежностями 2,3,4 визначаємо стан ТС на логістичній кривій (1) та приймаємо рішення щодо формулювання теми наукового дослідження.

При цьому науковцю необхідно мати на увазі, що у конкурентному середовищі НТП є також публікації та патенти, які націлюють інженерів на уявні (фальшиві) шляхи технічного прогресу. Це так звані інформаційні «пастки». Отже, тут має бути твереза оцінка науковцем інформації, яку він аналізує, та на цій основі, приймає рішення і формулює тему дослідження.

Другою рекомендацією є: необхідно вивчити теоретичні передумови, а при можливості виконати теоретичні розрахунки на різних рівнях. Доцільно виконати розрахунки масштабування, при перенесенні результатів лабораторних досліджень (моделювання) у виробничі умови. Це дає можливість уточнити тему та задачі дослідження.

Третьою рекомендацією є оцінити матеріальну базу дослідження. Пам'ятаючи, що застарілі машини та обладнання мають меншу надійність та точність, в порівнянні з ймовірними конкурентами при дослідженнях цього об'єкту. Проте завжди є важливі задачі, які можна розв'язати за допомогою простої техніки та невеликих затрат.

Нарешті, при вибиранні та уточненні теми, важливими є точність виконуваних досліджень, терміни їх виконання рис. 3, власний досвід та напрацювання дослідника і його схильність до даної теми, можливість отримати кваліфіковану консультацію тощо.

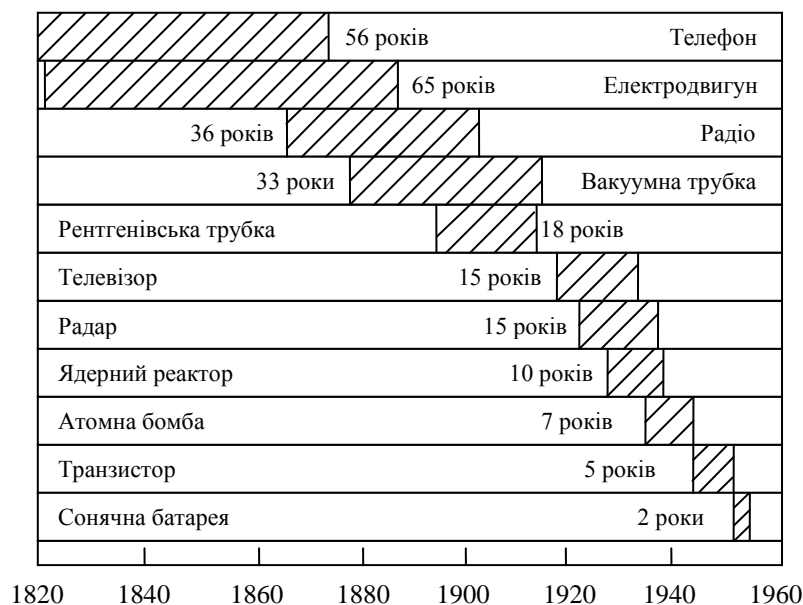


Рис. 3. Зміна лагів в процесі НТП [6].

Як засвідчують результати ретроспективного аналізу [6,10,11] технічних систем з різним принципом дії, швидкість впровадження нових технічних рішень зростає (рис. 3.). Тому термін розроблення нових ТС скорочується, що викликає стислість строків виконання наукових досліджень.

І останнє, дослідник має спрогнозувати, як легко впровадити у виробництво в майбутньому отримані результати. Перед остаточним формулюванням теми, необхідно окреслити коло зацікавлених осіб та організацій, які в змозі забезпечити впровадження результатів у виробництво. Не зайве буде досліднику обговорити тему із зацікавленими сторонами, колегами тощо.

Другою складовою задачі є наявність умов. Умови це обмеження, які накладаються на вирішення задач. Зокрема до умов можна віднести ресурси, вимоги та зовнішні умови.

Для механізації с.-г. процесів, важливим є виробничі зовнішні умови. Якщо виробничі умови є у певній мірі визначеними, то природні умови є не визначеними, ймовірними. До природних умов належать метеорологічні (наявність опадів, опромінення сонцем, наявність і швидкість вітру тощо), які суттєво впливають на фізико-механічні властивості матеріалів (грунт, с.-г. матеріали тощо). Невизначеність умов дуже ускладнює рішення дослідницьких

задач. Невизначеність факторів, які мало впливають на рішення, повинні бути вилучені. Випадкові фактори, що обумовлюють невизначеність, задають законами розподілу ймовірностей або статистичними характеристиками.

Наступний вид умов це вимоги: агротехнічні, зоотехнічні, технологічні. Вони розробляються с.-г. науковими установами, затверджуються компетентними органами і є обов'язковими у дотриманні.

Ресурси також є визначальними умовами задачі і можуть бути готовими або похідними. Ресурси можуть бути: енергетичними, інформаційними, просторовими, речовими, часовими, функціональними та системними [4]. Раціональне використання ресурсів є невичерпною проблемою світової технічної спільноти, тому дослідження цього ТС є завжди актуальним.

Таким чином, ретельний вибір та обґрунтування теми дослідження, її актуальність та потреба суспільства в результатах вирішення задач теми, визначає також рівень трудності впровадження рішень задач у виробництво.

2. Теоретичні дослідження

2.1. Методологія теоретичних досліджень

Теоретичні дослідження повинні забезпечувати отримання нової потрібної інформації. Результати теоретичних досліджень спростовують стару або закладають нову гіпотезу, пояснюють процеси (явища) які є незрозумілими або недостатньо вивченими, забезпечують оригінальні рішення.

Так, Р. Дизель, завдяки теоретичним дослідженням, обґрунтував процес роботи двигуна свого імені, а А. Ейнштейн на «кінчику пера» відкрив теорію відносності.

Теоретичні дослідження виконують у декілька стадій [13]: вибір проблеми; знайомство з існуючими рішеннями; обґрунтована відмова від існуючих рішень; перебирання різних варіантів рішень і, нарешті рішення. Успіх теоретичного дослідження залежить від рівня володіння науковцем вибраними ним методами та способами. Відомий математик П. Лаплас зазначав: «знання методу, що користувався вчений, роблячи геніальне відкриття, не менш важливо для науки, чим саме відкриття».

Метод пізнання дисциплінує хід пізнання, він служить компасом ученому, економить час і ресурси при пошуку істини. В процесі, вчений використовує методи: діалектико-матеріалістичний, аналітичний та синтетичний, ймовірно-статистичний, системного параметру, індуктивний та дедуктивний, формальної логіки, аналогії та кореляційного аналізу.

Діалектично-матеріалістичний метод розкривається через закони: переходу кількісних накопичень у якісні зміни об'єкту дослідження; єдності та боротьби суперечностей; заперечення заперечень.

Аналітичний метод дослідження передбачає розкладання цілого на складові, з розкриванням об'єктивно існуючих зв'язків між складовими. За допомогою синтетичного методу розкриває дослідник роль і місце кожного елемента в системі єдиного цілого, пізнає їхні проявлення у предметі дослідження, як єдності різноманітного.

Аналізом та синтезом користуються не окремо, а у співвідношенні, яке диктує специфіка об'єкту дослідження.

Ймовірно-статистичний метод використовують для вивчення дослідження стохастичних процесів, які є притаманними с.-г. виробництву. Вони досліджують зв'язки між аргументами та відповідною множиною значень функції на відміну від детермінованого процесу, де досліджується причинно-наслідкова залежність. Для дослідження складних процесів імовірного характеру використовують метод Монте-Карло або як його називають, «теоретичний експеримент».

Метод системного параметру (метод системного аналізу) передбачає визначення об'єкту, мети та задач дослідження, визначення критеріїв та окреслення границі досліджуваної системи та її структури, складання її математичної моделі.

Індуктивний метод дослідження полягає в тому, що загальні ознаки роблять на підставі окремих посилок, окремих властивостей об'єкту дослідження при індивідуальному підході. Дедуктивний підхід передбачає міркування від загального до окремого, конкретного. Отримані знання, при цьому, характеризуються певною визначеністю й знаходять широке застосування у науці і техніці. Індуктивно-дедуктивний метод дає можливість робити обґрунтовані висновки про зв'язки і закономірності та явища, які безпосередньо не сприймаються і які не можна бачити, відчувати тощо. Індукція та дедукція не застосовується ізольовано, вони діалектично пов'язані одна з одною. Кожна із них використовується на певному етапі пізнання.

Метод формальної логіки передбачає в процесі пізнання дотримання законів формальної логіки: тотожності, протиріччя, виключеного третього та достатньої підстави.

Метод аналогії (модельний експеримент) є досить розповсюдженим у дослідницькій практиці та базується на умовах :

- наявність зальних вхідних ознак у порівнюваних явищ, процесів, (предметів дослідження);
- достатня кількість знайдених загальних, подібних ознак, щоб можна було ототожнити порівнювані предмети дослідження;
- з'ясування властивостей, якими відрізняються порівнювані предмети дослідження та на скільки вони істотні;
- дослідження об'єктивного взаємозв'язку і взаємозалежності подібних ознак предметів дослідження.

Метод кореляційного аналізу зводиться: до встановлення рівняння регресії між випадковими величинами; до оцінки форми тісноти зв'язків та вірогідності результатів вимірів.

Теоретичні дослідження, як правило, базуються на аксіомах, законах, постулатах, теоремах тощо, на логічній основі, яка є результатом багатовікового досвіду людської спільноти. Теоретичні дослідження знімають необхідність повторення досвіду та експериментальних досліджень на підставі яких встановлені аксіоми, закони, постулати, теореми, які описують об'єкт дослідження. Це скорочує терміни та затрати на дослідження. Для реалізації теоретичних досліджень дослідник повинен володіти знаннями фундаментальних та прикладних наук і, зокрема, методами математичної формалізації явищ (процесів) з достатньою точністю. Для формалізації використовують також: описання процесу (явищ); креслення; графічні залежності; математичне описання. Найдосконалішим є математичне описання процесу (явище) у вигляді математичної моделі. В процесі формалізації описують мовою та засобами математики деталізовані процеси функціонування технологічних систем.

Змістом теоретичних досліджень є: вивчення фізичної природи об'єктів дослідження; побудова принципальних схем об'єктів дослідження; побудова еквівалентних схем об'єкту дослідження, побудова розрахункових моделей функціонування об'єктів дослідження; вирішення задач аналізу та оптимізації параметрів і режимів роботи технологічної системи.

Методи теоретичних досліджень механізації процесів с.-г. виробництва вибирають виходячи з особливостей процесу. При створенні і удосконаленні машин та обладнання інженер повинен пам'ятати, що вони будуть контактувати з новим об'єктом (рослиною, твариною, птахами). Сільськогосподарське виробництво має різноманітні та стислі в часі операції і процеси. Зокрема в рослинництві певні операції є сезонними і зміщенню в часі не підлягають. Звідси особливість використання машин: короткотерміновість дії, часте переналагоджування ПТЛ (потоків технологічних ліній). Окрім цього, на хід механізації процесів накладають обмеження погодні умови, обсяг робіт тощо.

Нестабільність с.-г. виробництва вимагає повторності досліджень протягом декількох років, значний обсяг збірно-транспортних і розподільно-транспортних операцій процесів ускладнює створення машин та обладнання. При цьому доцільно критерієм ефективності машин чи її робочих органів вибрати якість виконуваних операційних процесів.

Таким чином, кожний із множини існуючих методів теоретичних досліджень є оптимальним при врахуванні особливостей об'єкту та предмету дослідження.

2.2 Методи класичних наук

При дослідженні питань механізації с.-г. виробництва, інженер вирішує питання динаміки технічної системи (ТС), яка реагує на зовнішні вхідні дії і повинна забезпечувати потрібні вихідні параметри, рис. 4.

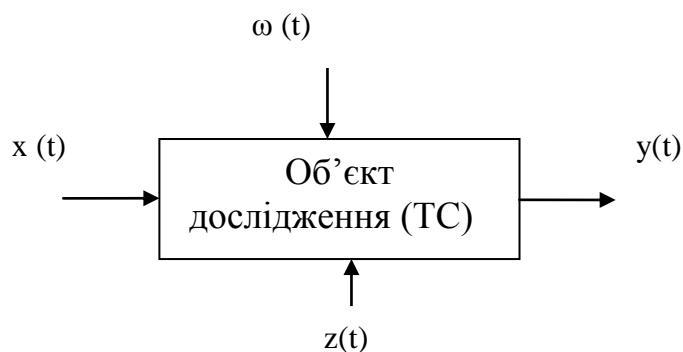


Рис. 4 Спрощена модель ТС: $x(t)$ – керовані вхідні фактори; $z(t)$ – некеровані контрольовані вхідні фактори; $\omega(t)$ – некеровані та неконтрольовані (випадкові) вхідні фактори; $y(t)$ – вихідні параметри (критерії оптимізації моделі або цільова функція).

Вибір вхідних факторів, визначається рівнем ідеалізації ТС та вихідними параметрами, які цікавлять дослідника. Вхідні фактори можуть бути детермінованими, тобто з певною точністю можна знайти за ними значення вихідного параметра в часі:

$$R(t_i) = R_0 \sin \omega_0 t_i \quad (2.1)$$

де R_0 , ω_0 – постійні величини або змінюються вони за відомим законом.

При детермінованих діях на об'єкт дослідження поведінку його можна описати диференціальними рівняннями динаміки.

Вихідним є другий закон Ньютона для вільної матеріальної точки:

$$m \frac{d\bar{g}}{dt} = \bar{F}, \quad (2.2)$$

для зв'язаної матеріальної точки

$$m \frac{d\bar{g}}{dt} = \bar{F} + \bar{R}, \quad (2.3)$$

де m – маса матеріальної точки;

$\frac{d\bar{g}}{dt}$ – вектор прискорення точки;

\bar{F} – результуюча активних сил;

\bar{R} – результуюча реакції зв'язку.

Для описування складних ТС частіше всього доцільно використовувати рівняння Лагранжа другого роду. Систему зі зв'язками, накладеними на точки системи, які обмежують переміщення (голономні системи) описують рівнянням Лагранжа другого роду:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial q_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} = - \frac{\partial U}{\partial q_j} - \frac{\partial R}{\partial q_j} + Q_j, \quad (2.4)$$

Для ТС зі зв'язками, накладеними на точки системи, які обмежують не тільки переміщення, а й швидкість напрямку деяких переміщень, (неголономних систем) рівняння Лагранжа запишеться:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial q_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} = - \frac{\partial U}{\partial q_j} - \frac{\partial R}{\partial q_j} + Q_j + \sum \lambda_i A_{ij}, \quad (2.5)$$

де T – кінетична енергія ТС;

q_j – узагальнені координати;

U – потенціальна енергія

R – дисипативна функція (енергія, яка залежить від швидкості);

Q_j – проекція узагальненої сили;

λ_j – невизначений множник Лагранжа;

A_{ij} – коефіцієнти при швидкості у неголономних рівностях.

Таким чином, послідовність застосування рівнянь Лагранже до вирішення задач стосовно до ТС така:

- визначення кількості ступенів свободи і вибір системи узагальнених координат;
- пошук узагальнених сил;
- визначення кінетичної енергії, як функції узагальнених координат і узагальнених швидкостей;
- складання рівняння Лагранжа другого роду;
- інтегрування рівнянь і визначення довільних постійних інтегрувань за початковими умовами задачі;
- визначення реакції зв'язку;

- дослідження знайденого рішення і його технічна інтерпретація.

Деталізуючи вищенаведене необхідно зазначити, що функціонування простих (стаціонарні машини, поводкові механізми тощо) ТС першого порядку можна описати рівнянням:

$$\frac{dx}{dt} = ax(t) + bu(t), \quad (2.6)$$

якщо, $a, b - \text{const}$;
та рівнянням

$$\frac{dx}{dt} = a(t)x(t) + b(t)u(t), \quad (2.7)$$

де $\frac{dx}{dt}$ – змінна стану системи;

$u(t)$ – вхідна дія;

$a(t)$ і $b(t)$ – змінні коефіцієнти.

Якщо маємо нелінійну ТС зі змінними коефіцієнтами, то її функціонування описується диференціальними рівняннями:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f[x(t), u(t), t,] \\ y(t) &= q[x(t), u(t), t,] \end{aligned} \right\}, \quad (2.8)$$

а при наявності більше одного входу, рівняння запишуться:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f[x_1(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t), t] \\ y(t) &= q[x_1(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t), t] \end{aligned} \right\}, \quad (2.9)$$

а при наявності декількох входів:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f[x(t), U_1(t), U_2(t), \dots, U_n(t), t] \\ y_1(t) &= q_1[x(t), U_1(t), U_2(t), \dots, U_n(t), t] \\ y_2(t) &= q_2[x(t), U_2(t), U_2(t), \dots, U_n(t), t] \\ y_n(t) &= q_n[x(t), U_1(t), U_2(t), \dots, U_n(t), t] \end{aligned} \right\}, \quad (2.10)$$

Дослідження: розв'язування рівнянь (2.8, 2.9) або в загальному вигляді (2.10) є базою для аналізу та синтезу параметрів систем першого порядку.

ТС в яких маса переміщується з прискоренням та в яких має місце інерція, відносяться до систем другого порядку, і їх функціонування можна описати рівнянням другого порядку з постійними коефіцієнтами та вхідні дії яких $dU(t)$ а вихідні дії $y(t)$:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 U(t) + b_1 \frac{dU(t)}{dt} + b_2 \frac{d^2 U(t)}{dt^2}, \quad (2.11)$$

або системою диференціальних рівнянь першого порядку:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + b_1 U(t) \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + b_2 U(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

і рівнянням $y(t) = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) + du(t)$

Окрім цього, розрахункові моделі функціонування багатомасових детермінованих технічних систем, при наявності (та без них) зовнішніх дій та із застосуванням передаточних функцій, наводяться в методиках, зокрема [3].

При теоретичному дослідженні поведінки матеріалів вони можуть бути об'єктом переробки ТС чи матеріалом самої ТС. Так, матеріали знаходяться під дією об'ємних сил прикладених зовні. В результаті матеріали піддаються різному виду деформації (пружної, пластичної, крихкої тощо). В залежності від співвідношення між напругами та значеннями деформацій, матеріали представляються як середовища: лінійно-пружні, пружно-пластичні, пластичні, в'язкі, рідкі, сипкі, газові та дисперсійні системи (суспензія, розчин, емульсія тощо). Стосовно до середовища, в яких знаходиться матеріал, використовують рівняння з відповідних дисциплін: механіки матеріалів, механіки сипких середовищ, гідравліки, аеродинаміки тощо.

Так, для лінійно-пружних систем формалізованим описом стану середовища є закон Гука:

$$\delta = E_E \cdot e, \quad (2.13)$$

де δ - напруга;

E - модуль пружності;

e - відносна деформація.

Для в'язкого середовища розрахункова модель :

$$\delta = K \frac{d\varepsilon}{dt}, \quad (2.14)$$

де K – коефіцієнт динамічної щільності;

$\frac{d\varepsilon}{dt}$ – швидкість деформування середовища.

Слід відзначити, що для більш складних умов, використовують диференціальні рівняння більш високого порядку. При цьому рівняння більш високого порядку важче розв'язуються. Складність рівняння зростає при збільшенні кількості в'язких ланок, які описують середовище. Допустимою є 1...3 в'язких ланок, які складають модель середовища, яке дослідник описує. Для спрощення моделі приймають деформацію ідеалізованих матеріалів (ідеально-пружне тіло Гука, ідеально-в'язке тіло Ньютона, ідеально-пластичне тіло Сен-Венана тощо). Для кожної із цих груп матеріалів створені рівняння навантаженого стану, на основі яких і записують розрахункові моделі напруженого стану конкретних суцільних середовищ або їх комбінації.

Таким чином, для формалізації функції ТС, останню ідеалізують з тим, щоб з найбільшою точністю описати їх за допомогою відомих математичних залежностей.

2.3 Теорія подібності та аналізу розмірностей

Методом, який не допускає втрати точності експерименту і інформації є метод аналізу розмірностей.

Якщо всі змінні відомі експериментатору, то їх можна перетворити, спираючись на теорему Букінгема [1,5,12]: «Якщо будь-яке рівняння однорідне відносно розмірностей, то його можна перетворити в співвідношення, яке має набір безрозмірних комбінацій величин. При цьому: однорідним відносно розмірностей є рівняння, форма якого не залежить від вибору основних одиниць; безрозмірні комбінації представляють собою добутки або відношення величин, які складені таким чином, що в кожній комбінації розмірності скорочуються».

Так, при визначенні коефіцієнта тертя рідини об стінки трубопроводу, ми маємо залежність в загальному вигляді:

$$f = \varphi(L, D, V, \rho, \mu, e, g) \quad (2.15),$$

то відповідно до теореми Букінгема, залежність буде мати вигляд:

$$\frac{f \cdot 2g}{v^2} = \varphi\left(\frac{L}{D}, \frac{vD\rho}{\mu}, \frac{e}{D}\right). \quad (2.16)$$

Звичайно, знайти залежність між трьома факторами в формулі (2.16) простіше, ніж між сімома в (2.15).

Таким чином, як стверджує Пі-теорема: «Якщо існує однозначне співвідношення $\varphi(A_1, A_2, \dots, A_n) = 0$ між n фізичними величинами, для опису яких використовується k основних одиниць, то існує таке співвідношення:

$$\varphi(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-k}) \quad (2.17)$$

між $(n-k)$ безрозмірними комбінаціями, складеними із цих фізичних величин.»

Слід пам'ятати, що метод аналізу розмірностей не дозволяє визначити тип функції, яка зв'язує одну безрозмірну комбінацію з другою. Тип функції визначають лише після виконання експерименту та статистичної обробки отриманих експериментальних даних.

Таким чином, методика використання методу аналізу розмірностей передбачає [24]:

- вибір незалежних змінних, які впливають на досліджуваний об'єкт. При цьому враховують розмірні коефіцієнти і фізичні константи;
- вибрати систему основних розмірностей, через яку можна виразити одиниці всіх змінних. Для задач механіки твердих тіл і рідин використовують систему розмірностей – MLT , теплотехніки – $MLT\Theta$; електротехніки – $MLTK$ (K – діелектрична постійна, Θ – температура, M – маса, L – довжина, T – час);
- записати розмірності вибраних незалежних змінних і скласти безрозмірні комбінації.

Рішення буде правильним, коли:

- 1) кожна комбінація буде безрозмірною;
 - 2) кількість комбінації має бути не більше $(n-k)$;
 - 3) кожна змінна зустрічається в комбінаціях хоча би один раз;
- вивчити отримані комбінації з точки зору наявності в них фізичного змісту та концентрації невизначеності в одній комбінації.

Якщо комбінації не задовольняють даних вимог, то необхідно:

- а) отримати друге рішення рівнянь для показників степенів, щоб знайти кращий набір комбінацій;
 - б) вибрати другу систему розмірностей і проробити всю роботу з початку;
 - в) перевірити правильність вибору незалежних змінних;
- коли буде отримано позитивний набір безрозмірних комбінацій, дослідник складає план зміни комбінації, варіюючи значенням вибраних змінних.

Після цього складають матрицю плану повного факторного експерименту на двох рівнях, для визначення напрямку до оптимуму.

Приклад: Визначити лобовий опір (D) лопаток насоса діаметром (d) у процесі перекачування рідких компонентів з швидкістю (v), об'ємною масою (ρ), та динамічною в'язкістю (μ).

Записуємо лобовий опір лопатки в загальному вигляді:

$$D = f(v, d, \rho, \mu) \quad (2.18)$$

Вибираємо за основні величини v, ρ, d , які в системі СІ мають розмірність:

$$[v] = LT^{-1}, \quad [d] = L, \quad [\rho] = ML^{-3}.$$

Прологарифмуємо основні величини:

$$\begin{cases} \lg D = \lg L - \lg T \\ \lg d = \lg L, \\ \lg \rho = -3 \lg L + \lg M \end{cases}$$

Тоді визначник цієї системи рівнянь з трьома невідомими складатиме:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 0 + 0 - 1 - 0 + 0 + 0 = -1.$$

Визначник системи рівнянь не рівний нулю, отже система має розв'язок.

Виразимо всі величини залежності (2.18) через основні параметри.

Отримаємо:

$$\frac{D}{v^a \rho^c d^b} = \frac{f(v, \rho, \mu, d)}{v^a \rho^c d^b}. \quad (2.19)$$

Залежність (2.19) виражається безрозмірними комплексами, коли показники степенів a, b, c приймуть певне значення.

Для цього використовуємо метод нульових розмірностей і визначаємо значення a, b, c для лівої частини залежності (2.19) при умові вираження її безрозмірним комплексом величин:

$$\frac{D}{v^a \rho^c d^b} = \frac{MLT^{-2}}{(LT^{-1})^a (L)^b (L^{-3}M)^c}, \quad (2.20).$$

Записуємо показники при однакових розмірностях, дотримуючись умови їх однорідності:

$$(M)^{1-c} (L)^{1-a-b+3c} (T)^{-2+a} = 1;$$

Ця рівність буде справедливою, коли

$$\begin{cases} 1 - c = 0, \\ 1 - a - b + 3c = 0, \\ -2 + a = 0 \end{cases}$$

Розв'язуємо систему трьох рівнянь з трьома невідомими a, b, c і знаходимо значення: $a=2, b=2, c=1$.

Тоді ліва частина залежності (2.19) запишеться:

$$\frac{D}{v^2 d^2 \rho} \cdot \quad (2.21)$$

Визначаємо значення a_1, b_1, c_1 для правої частини рівняння (2.19)

Права частина залежності (2.19) матиме вигляд:

$$\frac{\mu}{v^{a_1} d^{b_1} \rho^{c_1}} = \frac{MT^{-1}L^{-1}}{(LT^{-1})^{a_1} (L)^{b_1} (ML^{-3})^{c_1}} \cdot \quad (2.22)$$

Записуємо показники при однакових розмірностях, дотримуючись умови їх однорідності:

$$M^{1-c_1} L^{-1-a_1-b_1+3c_1} T^{-1+a_1} = 1;$$

тоді будемо мати систему рівнянь:

$$\begin{cases} 1 - c_1 = 0 \\ -1 - a_1 - b_1 + 3c_1 = 0 \\ -1 + a_1 = 0 \end{cases}$$

Значення a_1, b_1, c_1 , визначимо:

$$c_1=1; a_1=1; b_1 = 1$$

і права частина залежності (2.19) запишеться:

$$\mu/vd\rho,$$

а в цілому вираз (2.19) матиме вигляд (2.23):

$$\frac{D}{v^2 d^2 \rho} = f \cdot \left(\frac{\mu}{vd\rho} \right). \quad (2.23)$$

Функціональна залежність (2.23) визначається лише після проведення експерименту. Експеримент з дослідженням залежності (2.23) має вигляд:

$$y = f(x),$$

яким є безперечно більш простим аніж залежність (2.15) загального виду:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, x_4).$$

Тобто повний факторний експеримент ПФЕ типу 2^k для залежності (2.23) матиме два досліди $2^1=2$, а для залежності (2.15) $2^4=16$.

Матрицю плану експерименту в першому випадку складають для комплексного змінного $\mu/vd\rho$, а в другому для простих змінних μ, v, ρ, d . Рівні змінних встановлюють, виходячи із їх меж визначення (див. методику розділу 3).

2.4 Статистична динаміка

Процеси, в яких вхідні фактори можна оцінити високим рівнем точності та вірогідності, які впливають на значення вихідних параметрів, з високим рівнем вірогідності є детермінованими.

Детерміновані залежності, які описують дані процеси, та методи їх установлення в достатній мірі відпрацьовані класичною фізикою та механікою.

Друга група процесів (явищ) в яких суттєву роль грають випадковості. Процеси, в яких значення вхідних факторів та вихідних параметрів є змінними та випадковими з певним рівнем вірогідності є імовірнісними (стохастичними). Таким чином, випадковими є такі процеси, в яких фактори і параметри змінюються в часі.

Всі технологічні, енергетичні та експлуатаційні параметри ТС мають випадковий характер і ступінь їх детермінованості виражена слабо. Тому аналітично (графічно) описати ці процеси складно. Для описання властивостей випадкових процесів, використовують статистичні характеристики. За допомогою статистичних характеристик, з певною вірогідністю, виконують розрахунки та мають можливість прогнозувати процес, [8,14,16].

Випадкові процеси бувають: стаціонарні і не стаціонарні.

Стаціонарні це такі випадкові процеси, статистичні характеристики яких не залежать від початку відліку часу. Стаціонарні випадкові процеси називають ще нормальними (гаусівськими). Стаціонарні випадкові процеси поділяються на ергодичні та неергодичні. Ергодичні стаціонарні випадкові процеси мають статистичні характеристики, що отримують усередненням за достатньо великим інтервалом часу і можуть служити оцінками статистичних характеристик, які отримали за достатньо великою сукупністю реалізацій.

Нестаціонарні випадкові процеси це такі у яких хоча б одна статистична характеристика залежить від часу.

Більшість задач аналізу ТС пов'язані з вивченням одномірних стаціонарних ергодичних випадкових процесів. Для даного випадку і приводимо залежності статистичних характеристик процесів:

$$\text{математичне очікування } m_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt, \quad (2.24)$$

$$\text{дисперсія } (\vec{D}_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [\dot{x}(t)]^2 dt,)$$

$$\text{кореляційна функція } R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \dot{x}(t) \dot{x}(t + \tau) dt, \quad (2.25)$$

$$T \rightarrow \infty$$

$$\text{нормована кореляційна функція } \rho_x(\tau) = \frac{R_x(\tau)}{\delta_x(t_1) \delta_x(t_2)}, \quad (2.26)$$

$$\text{взаємна кореляційна функція } R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \dot{x}(t) \dot{y}(t + \tau) dt, \quad (2.27)$$

$$\text{нормована взаємна кореляційна функція } \rho_{xy}(\tau) = \frac{R_{xy}(\tau)}{\delta_x(t_1) \delta_y(t_2)}, \quad (2.28)$$

Характеристику розсіювання значень випадкового процесу оцінюють середньоквадратичним відхиленням:

$$\sigma_x(t) = \sqrt{D_x(t)}, \quad \sigma_y(t) = \sqrt{D_y(t)} \quad (2.29)$$

Спектральна щільність випадкових процесів, які мають місце при роботі машин та обладнання:

$$S_x(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R_x \cos \omega \tau d\tau, \quad (2.30)$$

$$R_x(\tau) = \int_0^{\infty} S_x(\omega) \cos \omega \tau d\omega, \quad (2.31)$$

де $\omega = 2\pi f$ – кутова частота коливань;

T – часовий параметр тривалість оцінки процесу;

τ – час затримки (зміщення) реалізації випадкового процесу;

$x(t)$ – реалізація випадкового процесу;

$\dot{x}(t) = x(t) - m_x$ – центрована величина випадкового процесу.

Нормована спектральна щільність випадкового процесу

$$\delta_x(\omega) = \frac{S_x(\omega)}{D_x}. \quad (2.32)$$

Основні властивості кореляційної функції та спектральної щільності:

кореляційна функція симетрична відносно часу t_1 і t_2

$$R(t_1, t_2) = R(t_2, t_1), \quad (2.33)$$

кореляційна функція є парною, що впливає із її симетричності, тому достатньо її подавати в області $0 \leq \tau \leq \infty$.

$$R_x(\tau) = R_x(-\tau). \quad (2.34)$$

Окрім того, має місце нерівність кореляційних функцій випадкових процесів, тобто значення кореляційної функції завжди менше або рівне дисперсії процесу.

$$R_x(0) = D_x \geq R_x(\tau), \quad (2.35)$$

Нормована кореляційна функція стаціонарного процесу завжди задовольняє нерівність $\rho(\tau) \leq 1$.

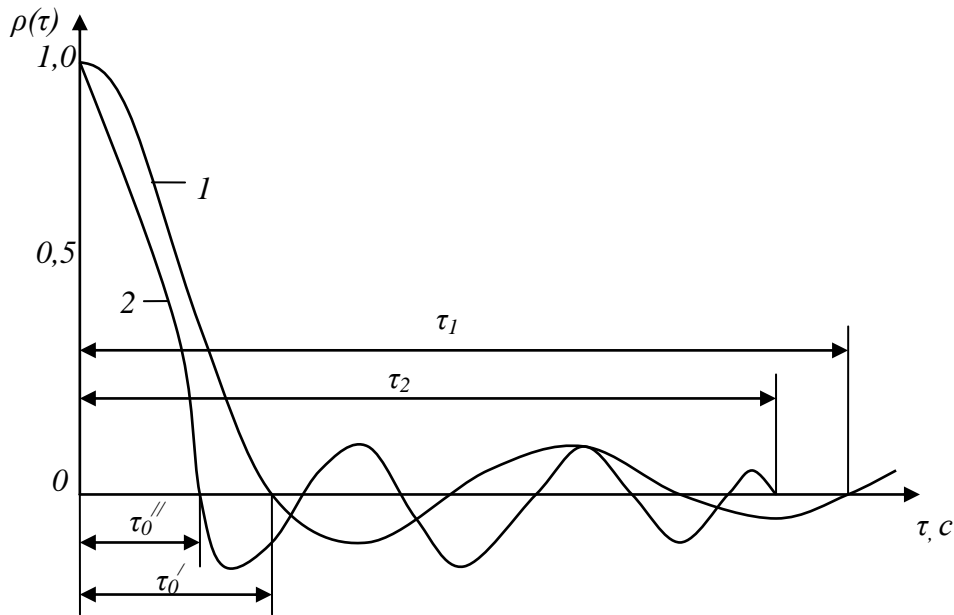


Рис. 5 Нормовані кореляційні функції $\rho(\tau_1)$ і $\rho(\tau_2)$.

Аналіз та оцінку випадкових процесів виконують за залежностями 2.24 - 2.37. Перетинання кореляційних залежностей $\rho(\tau_1)$ і $\rho(\tau_2)$ з віссю часу і з подальшим затуханням, свідчить про наявність у випадковому процесі скритих неоднорідних складових. Якщо процес має гармонічну складову з амплітудою A та частотою ω , то починаючи з деякого часу τ , кореляційна функція $\rho(\tau)$ не затухає. Коли $\rho(\tau)$ немає періодичних складових, то вона не перетинає вісь часу (τ). Окрім цього визначають інтервал (час) кореляції, який рівний часу затухання чи зникнення кореляції:

$$\tau_0 = \int_0^{\infty} \rho(\tau) d\tau. \quad (2.36)$$

Середній період коливань:

$$T_\rho = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{i=n} (\tau_{i+1} - \tau_i), \quad (2.37)$$

де τ_i – послідовне значення абсцис точок перетину кривої $\rho(\tau)$ з віссю τ ;
 n – число реалізації випадкових функцій.

Спектральна щільність є спектральним розкладанням кореляційної функції $R(\tau)$ і відображає частотний склад і спектр дисперсії випадкового процесу.

При цьому, необхідно пам'ятати, що $S(\omega) = S(-\omega)$. Зв'язок між спектральною щільністю та кореляційною функцією забезпечується перетворенням Фур'є, тому чим ширший спектр дисперсії, тим менший інтервал кореляційного зв'язку і навпаки.

Основними параметрами оцінки спектральної щільності випадкового процесу є частота зрізу (ω_3), ширина спектру ($\Delta\omega$), частота максимальної щільності спектру (ω_0), значення спектральної щільності при $\omega=0$, відносна ширина спектра (ε_c) тощо.

Таким чином, кореляційна функція та спектральна щільність є найбільш інформативними статистичними характеристиками випадкових процесів, тому вони частіше всього використовуються дослідниками для аналізу процесу.

2.5. Теорія масового обслуговування

Теорія масового обслуговування (ТМО) це теорія про пропускну здатність технологічної системи або теорія черг. Дана теорія передбачає оптимізацію складових технологічної системи, яка забезпечує її функціонування без додаткових ресурсів (часу, матеріалів, енергії тощо).

Так доїльний блок повинен мати доїльні установки, які б забезпечили обслуговування молочного стада корів у відповідності до зоотехнічних вимог та при допустимих затратах ресурсів.

Робота системи масового обслуговування (СМО) (корів – доїльними установками; обслуговування транспортними засобами – зернозбиральних комбайнів; автомобілів – станцією технічного обслуговування; АЗС – автомобілів, тракторів та комбайнів тощо) зводиться до обслуговування заявок (вимог), які поступають одна за одною через випадкові інтервали часу. Обслуговуючі одиниці (доїльна установка, зернозбиральний комбайн, СТО, АЗС тощо) називаються каналами обслуговування. Канали обслуговування приймають заявки та виконують їх. Інтервали між надходженнями двох суміжних заявок та тривалість обслуговування заявок є непостійними, випадковими. Система масового обслуговування має певну пропускну здатність, яка залежить від кількості каналів та їх продуктивності.

В ТМО установлюють залежність між потоком заявок, пропускну здатністю системи масового обслуговування. Ефективність системи масового обслуговування (СМО) визначається часом простоювання обладнання, витратою коштів, енергії та використанням робочої сили.

СМО буває розімкнутою і замкнутою. Розімкнуті СМО – це такі, в яких заявки обслуговуються без повернення їх у систему (СТО, АЗС тощо). Замкнуті СМО – це такі, в яких обслужені заявки через певний інтервал часу повертаються у систему (доїльний блок, зерно-транспортний комплекс, посівний комплекс тощо). Характерна особливість замкнутих систем – обмеженість та сталість заявок (вимог). СМО також поділяють: за кількістю каналів – на одноканальні або багатоканальні; за поведінкою заявок – з відмовою або з чеканням. Показники функціонування СМО [18,22] можна визначити, якщо задано: її склад та функціональні зав'язки; вхідний потік заявок (інтенсивність та ймовірність їх надходження); режим обслуговування (кількість заявок, які обслуговуються одночасно); середня тривалість обслуговування (ймовірність тривалості обслуговування); режим чекання (спосіб вибору обслуговування однієї заявки з усіх, що чекають). Оцінка інтенсивності надходження заявок, тривалість обслуговування заявок, середня тривалість чекання в черзі, інтенсивність станів досліджуваної технологічної системи тощо, ґрунтуються на масових даних тобто на статистичній інформації. Статистичну інформацію про функціонування технологічної системи

добувають шляхом фотохронометражних або хронометражних спостережень. Фотохронометражні спостереження виконують при попередньому обстеженні СМО, вимірюючи всі операції процесу в їх технологічній послідовності. Хронометражні спостереження – це основне джерело додаткової статистичної інформації при детальних дослідженнях СМО. При спостереженнях визначають фіксовані точки, які дають можливість точно визначити кінець і початок кінцевої операції функціонування технологічної системи.

Так, фіксованою точкою початку доїння є надівання доїльних стаканів на дійки тварини, а кінцем – знімання їх. Фіксованою точкою початку навантаження є зупинка транспортного засобу в місці подачі вантажу, а кінцем – момент зрушення транспортного засобу з місця після завантаження.

В результаті спостережень отримуємо вибірку сукупність затрат часу, яка тим точніше описує генеральну сукупність, чим більшою є вибірка. Кількість вимірювань, що забезпечує при спостереженні потрібну точність, визначень за залежністю:

$$n = \frac{(k_c - 1)^2}{(k_c + 1)^2 \delta^2}, \quad (2.38)$$

де δ – допустима величина відносної похибки результатів спостережень. В інженерних спостереженнях, $\delta = 0,05$;

k_c – відношення максимального значення замірів до мінімального,

$$k_c = \frac{t_{\max}}{t_{\min}}.$$

Для досліджуваної СМО співвідношення повинно бути: $k_c \leq k_{ca}$, де $k_{ca} \approx 10$ – коефіцієнт для аналогічного елемента аналогічної технологічної системи.

Для СМО с.-г. призначення задана точність досягається при кількості заявок $M \geq 100$. При встановленні законів розподілу заявок вхідного потоку і часу обслуговування їх, потрібної точності досягають при обсязі вибірових спостережень не менше $M > 1000$.

Таким чином, якщо за мету ставиться встановлення законів розподілу параметрів (режимів) функціонування СМО, то для цього вимагається ретельна підготовка та суттєві затрати праці і коштів. Для спостереження готують спеціальні хронометражні листи.

Отримана інформація опрацьовується методами математичної статистики.

Визначають інтенсивність потоку заявок та тривалість (інтенсивність) обслуговування їх. Для цього потрібна інформація про закон розподілу цих параметрів СМО. При пуассонівському та експоненціальному законах ($M > 100$), поступають таким чином. Підраховують кількість заявок (M), що надійшли за час спостережень (T), та кількість заявок, які за цей час обслужили (M') та визначають час зайнятості каналів обслуговування. Тоді дають оцінку інтенсивності вхідного потоку (заявок) в установленому режимі для замкнених СМО за залежністю:

$$\lambda = \frac{M}{T}, \quad (2.39)$$

Оцінку інтенсивності обслуговування здійснюють за залежністю:

$$v = \frac{M^1}{\sum t_3}, \quad (2.40)$$

де $\sum t_3$ – сума всіх тривалостей обслуговування за час спостереження T , оцінюють за даними листів спостережень.

Середній час очікування в черзі:

$$\bar{t}_{чк} = \frac{\sum t_{чк}}{M}, \quad (2.41)$$

де $\sum t_{чк}$ – час очікування за час спостереження.

Середній час відсутності черги:

$$\bar{t}_{во} = \frac{\sum t_{во}}{M - m}, \quad (2.42)$$

де $\sum t_{во}$ – час відсутності черг за час спостережень.

m – кількість систем, які необхідно обслуговувати (корів, автомобілів тощо).

Імовірність станів системи розраховують:

$$P_i = \frac{T_i}{T}, \quad (2.43)$$

де T_i – час протягом якого у СМО перебувало i -х заявок.

Таким чином, можна виконати оцінку параметрів (режимів) функціонування СМО за вхідним потоком, який описується пуассоновським чи експоненціальним законами розподілу.

У більш складних випадках дослідники використовують можливості марківської теорії масового обслуговування.

Частіше всього в механізації с.-г. виробництва даний метод використовують для:

- оптимізації програми і потрібного обладнання об'єктів технічного сервісу (склади, ремонтні майстерні, станції технічного обслуговування тощо);
- оптимізації програми, працівників та обладнання цехів механізації процесів в рослинництві, в тваринництві та переробній галузі;
- розрахунку простоїв та продуктивності машин і обладнання в окремих ланках механізованого виробничого процесу;
- оптимізації місткості накопичувальних місткостей (компенсатори робочої рідини, зерна тощо).

2.6. Методи моделювання

Моделювання – це метод, який дозволяє прискорити науково-технічний прогрес, скоротити терміни опанування та впровадження передових механізованих процесів у с.-г. виробництвах. При моделюванні досліджують модель замість оригіналу, результати кількісно розповсюджують на оригінал.

Моделювання супроводжується дотриманням таких вимог: дослідження повинно бути дешевшим, швидшим та безпечнішим; повинно мати місце співвідношення (масштаб) чи правило, за яким можна виконувати розрахунок параметрів (режимів) оригіналу за результатами досліджень моделі.

Моделі бувають матеріальні та уявні. Уявна модель передбачає схему об'єкту (явища), яка відображає його суттєві сторони, що виникають у свідомості людини в процесі пізнання. Уявна фізична модель – це сукупність наочно-фізичних понять про явища (процеси). Уявна математична модель – сукупність математичних структур (рівняння, нерівності, таблиці, графіки тощо), які на підставі фізичних подань кількісно описують явище (процес). Модель може розвиватись з фізичної до математичної та навпаки.

Модель не відображає оригінал всебічно та повністю. Для практики використовують модель, яка відображає потрібні (критеріальні) риси оригіналу. Інколи доцільно використовувати різні моделі одного і того ж оригіналу в залежності від поставленої цілі.

Так, моделлю стола може бути:

- якщо стіл має сприймати динамічні навантаження, це міцний, масивний каркас;
- якщо стіл має бути корозієстійким, то моделлю може бути кусочок матеріалу, який ми випробовуємо у різних агресивних середовищах;
- якщо стіл ми повинні оптимально розмістити у тісній лабораторії, то моделлю може бути лист ДВП певних розмірів, який ми рухаємо по лабораторії чи плану лабораторії.

Отже, при різних критеріях (цілях), різними будуть моделі. При моделюванні використовують апарат теорії подібності та аналогії. Окрім цього використовують для моделювання ЕОМ.

Для створення математичної моделі та проведення на ній досліджень виконують такі етапи:

- постановка задачі – визначення цілі та області використання результатів моделювання. Зокрема, при моделюванні механізованого технологічного процесу, метою може бути оптимізація певного параметру (режиму) чи структури. В залежності від цілі вирішуються питання спрощення моделі системи;
- описання системи, яку ми моделюємо. Технологічний процес (технологічна система - ТС), який моделюється, описується системою диференціальних чи алгебраїчних рівнянь. За основу беруть рівняння матеріального та енергетичного балансів, які будують з урахуванням теорії процесів, закономірностей, емпіричних чи критеріальних залежностей, кореляційних зв'язків між окремими параметрами тощо;
- вибираємо метод розв'язування задачі та підготовки її до рішення. Розробляють алгоритм рішення та налагоджують програми. Уточнюють модель та установлюють помилки, які з'явилися;
- виконують розрахункове дослідження. Попереднє дослідження, в ході якого встановлюють адекватність моделі об'єкту моделювання та основне

дослідження, коли вирішують задачу. Модель удосконалюють доти, поки не буде досягнуто співвідношення результатів.

- аналіз результатів – заключний етап моделювання. Отримані дані подають у вигляді графічної або аналітичної залежності. За результатами, розробляють рекомендації з впровадження або прогнозують подальші дослідження.

Так, нехай маємо об'єкт дослідження процес механізованого збирання льону-довгунця комбайном ,[16].

Льонозбиральний комбайновий комплекс представляє собою складну керовану технологічну систему рис.6 з векторами:

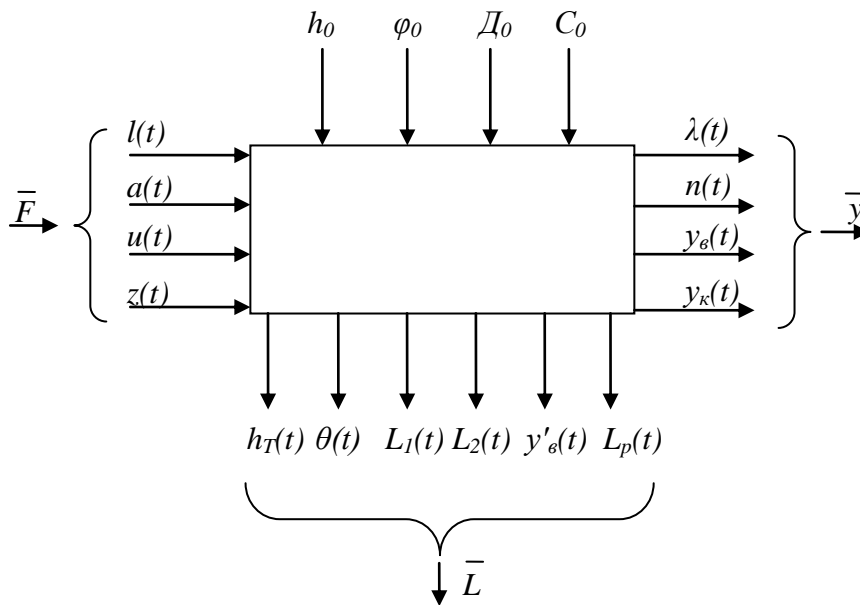


Рис.6. Блок-схема льонозбирального комбайну.

умов функціонування \bar{F} , та вихідним вектором \bar{y} та вектором \bar{L} , що відображає динаміку потоку льону всередині льонокомбайну та робочих органів. До умов функціонування відносять: $l(t)$ – довжина стеблестою в часі роботи комбайну; $z(t)$ – профіль поля на якому збирається льон; $u(t)$ - густота стеблестою; $a(t)$ – висота розміщення головок льону; фактори технологічного налагодження: h_0 , φ_0 , D_0 , C_0 – відповідно, положення налагодження робочих органів льонокомбайна перед початком збирання, зокрема висота брання льону, кут нахилу зубів, діаметр та довжина зубів обчисувального апарату.

Фактори динаміки льонозбирального комбайну: $h_T(t)$ - висота брання льону у часі; $\theta(t)$ - коливання комбайну у поздовжньо-вертикальній площині; $L_p(t)$ – товщина стрічки льону у бральній секції; $L_1(t)$ і $L_2(t)$ – товщина стрічки до і після обчисування апаратом; $y'_e(t)$ – розміщення верхівки стрічки перед обчисувальним апаратом.

Вихідними параметрами є: $\lambda(t)$ – розтягнутість стрічки льону; $n(t)$ – чистота обчисування; $y'_e(t)$ і $y_k(t)$ – розміщення верхівок та корінців стрічки.

При моделюванні враховують умови збирання льону-довгунця, вибирають швидкісні режими, габарити та компоновку робочих органів, задають режими АСУ.

Так, із умов збирання вибирають найбільш суттєві: $l(t), u(t), a(t)$ та $z(t)$.

Необхідним є також і аналіз проміжних змінних процесів, які свідчать про поведінку системи в нормальних умовах, що важливо для вибору параметрів управління та інформаційних параметрів систем сигналізації та контролю. Контроль проміжних факторів дає можливість вибрати оптимальну робочу швидкість системи (ρ) та ширину захвату (B). Для підвищення продуктивності та технологічної надійності системи є безперервний контроль за проміжними змінними та подання інформації для регулювання ТС. Підтримання оптимальних режимів дозволяє скоротити простої агрегату, підвищує його технологічну надійність та є резервом підвищення коефіцієнта використання часу зміни (τ).

Таким чином, для дослідження та синтезу АСУ ТС необхідні проміжні показники технологічного процесу збирання льону-довгунця. Зокрема такими показниками є $L_1(t), L_2(t) \dots L_n(t), h_T(t), \theta(t_1)$ та B .

Точність технологічного процесу збирання льону-довгунця визначається точністю оцінки: $\lambda(t), y_k(t)$ і $y_e(t)$ та $n(t)$.

Для моделювання процесу важливим є накопичення статистичної інформації про процес роботи ТС, табл. 1.

Таблиця 1

Статистичні характеристики
вхідних та вихідних факторів процесу
збирання льону-довгунця комбайном, [16]

Фактори процесу	Математичне очікування, m	Середньоквадратичне відхилення, σ	Коефіцієнт варіації, $v, \%$	Характерна частота, ω_0, c^{-1}	Частота зрізування, $\omega_{зр}, c^{-1}$
$l(t)$	78,3...89,6 см	5,4...7,6 см	6,9...8,5	0,9...1,1	4,0
$a(t)$	19,4...22,00 см	4,8...5,3 см	24...24,8	1,0...4,5	6,0
$z(t)$	-	1,3...2,4 см	-	1,9...2,5	6,0
$u(t)$	850...1390 $\frac{um}{m^2}$	405 $\frac{um}{m^2}$	29...47,6	1,0...5,0	8,0
$L_p(t)$	1,6...2 мм	0,8...1,1 мм	50,3...54	1,2...5,1	12,0
$L_1(t)$	3,7...7 мм	0,6...3,6 мм	17,3...51	1,8...2,4	6,0
$L_2(t)$	2,6...4,3 мм	0,6...2,0 мм	23...45	1,7...2,5	6,0
$y_B(t)$	-	6,5...7,8 см	-	0,9...1,6	10,0
$h(t)$	-	0,8...0,9 см	-	1,8...2,5	4,0
$\theta(t)$	-	1,1...1,2%	-	0,8...1,2	3,0
$n(t)$	98...88%	20...30%	21...29	0,9...1,3	3,0
$\lambda(t)$	1,2...1,5	0,3...0,6	26...40	1,5...4,0	10,0
$y_B(t)$	-	7,1...12 см	-	0,9...1,2	3,0
$y_k(t)$	-	5,4...8,3 см	-	1,2...4,5	3,0

Таким чином, наведені в таблиці 1 статистичні характеристики: математичне очікування (m), середнє квадратичне відхилення (σ); коефіцієнт варіації (v), частота зрізування ($\omega_{зр}$) та характерна частота (ω_0).

Випадковий характер вхідних факторів $l(t)$ і $z(t)$ призводить до значних коливань вихідних параметрів. Так, $\lambda(t)$ не відповідає агротехнічним. Ефективна ширина спектру вхідних факторів $\Delta\omega_{зр} = 4...6 \text{ с}^{-1}$ розширяється комбайном, як динамічною системою до $\Delta\omega_{зр} = 3...10$ і вихідних параметрів.

Розподіл висоти стеблестою $l(t)$ та довжини зони головок $a(t)$ близькі до нормального розподілення. При цьому $l_{min} = 55...65 \text{ см}$ і $l_{max} = 97...108 \text{ см}$, $a_{min} = 5...12 \text{ см}$ і $a_{max} = 40...47 \text{ см}$. Ширина спектру вхідних процесів знаходиться в межах $\omega_{зр} = 8,0 \text{ с}^{-1}$. Характер кривих нормованих спектральних щільностей $\delta(\omega)$ свідчить, що процес $l(t)$ є низькочастотним з максимумом дисперсії на частоті $\omega_0 = 0,9...1,1 \text{ с}^{-1}$, а частота зрізування процесу $l(t)$ досягає $\omega_{зр} = 4,0 \text{ с}^{-1}$. Зміни $a(t)$ має збільшену ширину спектру до $\omega_{зр} = 6,0 \text{ с}^{-1}$. У процесу $z(t)$, його середнє квадратичне відхилення коливається в межах $1,3...2,4 \text{ см}$, а $\omega_{зр} = 6...7 \text{ с}^{-1}$. Максимум дисперсії процесу знаходиться на частоті $\omega_0 = 1,9...2,5 \text{ с}^{-1}$. Складові вектора \bar{L}_k свідчать, що $u(t)$ є нерівномірною і тим самим викликає зміну товщини стрічки льону. Товщина стрічки у бральному апараті $l(t)$ змінюється в межах $1,6...2,0 \text{ мм}$ та має велику ширину спектру $\omega_{зр} = 12 \text{ с}^{-1}$. Середня товщина шару льону на вході у обчисувальний апарат складає $m_L = 3,7...7,0 \text{ мм}$, а $\omega_{зр} = 6...8 \text{ с}^{-1}$. Таким чином, поперечний транспортер гасить високочастотні, а підсилює низькочастотні складові процесу, а затискний транспортер не змінює структуру процесу. Внутрішня структура зони обчисування $B_{cmp}(t)$ головок льону-довгунця є своєрідною. Коливання верхівкової частини $y'_6(t)$ перед обчисувальним апаратом складає $\sigma = 6,5...7,8 \text{ см}$, та свідчить, що ширина стрічки B_{cmp} є змінною, та визначається шириною розміщення головок:

$$B_{cmp} = a + \Delta l, \quad (2.44)$$

Отже, в реальних умовах ширина зони обчисування є випадковою функцією, яка залежить від умов збирання та динамічних властивостей льонозбирального комбайну:

$$B_{cmp}(t) = v_a(t) + v_\lambda(t) + l'(t), \quad (2.45)$$

де $v_a(t)$ – ширина зони обчисування, яку обумовлює ширина розміщення головок;

$v_\lambda(t)$ – ширина зони обчисування, яка обумовлена розтягнутістю стрічки;

$l'(t)$ – коливання зони обчисування, яке обумовлене висотою стеблестою.

Середнє значення зони обчисування складає:

$$m_e = m_a + m_{e\lambda}, \quad (2.46)$$

де m_a – середнє значення зони розміщення головок льону-довгунця,

$$m_a = 19,4...22,0 \text{ см};$$

$$m_{e\lambda} = (m_\lambda - 1)m_l, \quad (2.47)$$

де m_λ – середнє значення розтягнутості стрічки, $m_\lambda = 1,2...1,5$ см;

$$m_l$$
 – середнє значення стеблестою, $m_l = 78,3...89,6 \text{ см};$

тоді $m_6 = 35 \dots 56$ см.

Таким чином, якість обчисування визначається узгодженістю випадкового процесу $B_{cmp}(t)$ з конструктивною шириною зони обчисування ($B_k=0,4$ м), яка обумовлена діаметром D_o обчисувального барабану. Збільшення D_o недоцільно, так як це викликає збільшення виходу плутанини у воросі. Тому для забезпечення чистоти обчисування необхідний постійний контроль зони обчисування та регулювання висоти брання, кута нахилу зубів обчисувального апарату і його положення відносно стрічки льону. Висота брання $h(t)$ залежить від профіля поля $z(t)$. Фактор $\theta(t)$ мало впливає на $h(t)$, що пояснюється дією причіпного візка, який згладжує вплив $\theta(t)$ на $h(t)$. Обробка вихідних реалізацій випадкових процесів свідчить, що льонозбиральний агрегат (технологічна система) не повністю забезпечує агротехнічні вимоги.

Так, при робочій швидкості агрегату $v_p = 1,0 \dots 1,8$ м/с, середнє значення чистоти обчисування складає $m_n = 88 \dots 98\%$, а розтягнутості стрічки – $m_\lambda = 1,2 \dots 1,5$ при $\delta_\lambda = 0,3 \dots 0,6$. Тобто, на розтягнутість стрічки впливає також, окрім $z(t)$ та $h(t)$ і динамічні властивості льонозбирального агрегату. Розтягнутість стрічки затрудняє наступні операції з підготовки трести. За результатами обробки накопиченої статистичної інформації отримано передаточні функції:

$$W_{z\theta(s)} = \frac{1.6}{0.2S^2 + 0.65S + 1}, \quad (2.48)$$

$$W_{zy(s)} = \frac{2.24(0.12S + 1)l^{-1.04S}}{0.012S^2 + 0.17S + 1}, \quad (2.49)$$

$$W_{ly(s)} = 1,37l^{-1,04S}, \quad (2.50)$$

де $z(t)$, $l(t)$ – вхідні змінні;
 $\theta_k(t)$, $y_a(t)$ – вихідні змінні.

Подаючи льонозбиральний агрегат як систему, що складається з робочого органу та виконавчого гідроциліндра і допускаючи спрощення при виведенні рівняння руху, отримаємо об'єкт у вигляді одномірної лінійної динамічної моделі:

$$\left| m_{np} \frac{d^2 y}{dt^2} + f_g \frac{dy}{dt} + R = P_u F_n, \quad (2.51) \right.$$

де m_{np} – приведена маса рухомої частини комбайна;

y – переміщення комбайна;

P_u – тиск на поршень гідроциліндра;

F_n – площа поперечного перетину поршня циліндру.

Після додаткових перетворень та спрощень отримуємо математичну модель:

$$W_{\varrho(s)} = \frac{K_0}{S(T \cdot S + 1)}, \quad (2.52)$$

де S – комплексна змінна, $S = \alpha + i\omega$;

K_0 і T – коефіцієнти, для даного випадку $K_0 = 100 \text{ с}^{-1}$ і $T = 0,17 \text{ с}$.

Аналогічно на основі статистичного матеріалу, здійснюють моделювання роботи АСУ льонозбирального комбайна. АСУ представляє з себе датчик (фотоелектричний чи ємнісний), який відслідковує $l(t)$. Отриманий сигнал з датчика подається на електрогідравлічний відстежуючий привід, який забезпечує оптимальний кут нахилу гребеню обчисувального апарату. АСУ дозволяє узгодити зону обчисування апарату комбайна з зоною розміщення головок льону-довгунця, поліпшувати якість обчисування та зменшувати розтягнутість стрічки. Таким чином, моделювання забезпечує аналіз роботи технологічної системи, результати якого дають можливість суттєво поліпшити якість її роботи.

2.7. Задачі в області дослідження механізації сільського господарства

Задачею є проблемна ситуація з явно заданою ціллю. В основі проблемної ситуації є певна суперечність. Подолання її і є вирішенням задачі.

Задачі дослідження мають за ціль виявити найбільш значимі (суттєві) фактори та встановити зв'язок між ними та критерієм (функцією цілі, функцією відгуку) прямо чи посереднє, тобто встановити закон (закономірність) досліджуваного явища (процесу). Досліднику необхідно визначитися з предметом дослідження. Постановка задач дослідження передуює постановка питання, що передбачає аналіз наявної інформації про предмет дослідження; встановлення причин, які визначають неповноту інформації про предмет дослідження; оцінку вищезазначеного з позиції досягнення цілі; формулювання висновків про відоме та обґрунтування необхідності виконати дане дослідження.

Постановка питань є відповідальним і важким етапом у формулюванні задач. Постановка питання повинна конкретизувати цілі дослідження, конкретизувати предмет дослідження та обмежити його від прилеглих (суміжних) предметів, лише об'єктами дослідження.

Задачі дослідження це перелік конкретних взаємозв'язків (законів, закономірностей), які необхідно встановити та розкрити їхню сутність і практичне використання в умовах с.-г. виробництва. Задачі повинні бути конкретними, кількісно обмежені та їх результати впровадженими у с.-г. виробництво.

Задачі дослідження в області механізації с.-г. виробництва та технічному сервісі повинні впливати з таких напрямків:

- створення та розвиток наукових основ механізації с.-г. виробництва;
- створення та розвиток наукових основ експлуатації машин та обладнання в землеробстві, в тваринництві та переробній галузі;

- створення та розвиток наукових основ технологічного та технічного сервісу;
- дослідження та розробка механізованих ресурсозберігаючих процесів в рослинництві, тваринництві та переробній галузі;
- створення, дослідження та впровадження у виробництво нових технічних (технологічних) систем.

3. Експериментальні дослідження

3.1 Концепції методології і планування експерименту

Науковий експеримент – поняття, що є, на даний час, остаточно не визначеним. Найбільш точним є: експеримент (лат. experimentum – проба, дослід) – це науково поставлене дослідження (спостереження) явища, яке досліджується, в точно визначених умовах, які дозволяють слідкувати за ходом явища та повторити їх потрібну кількість разів.

Відомий вчений Кюв'є, так визначив задачі експерименту: «Спостерігач слухає природу, а експериментатор запитує і примушує її розкриватися».

Експерименти поділяють:

- а) за структурою: натуральні, модельні та модельно-кібернетичні;
- б) за стадією дослідження: лабораторні, стендові та виробничі;
- в) за організацією – звичайні, спеціальні, унікальні та змішані;
- г) за способом виконання – активні, пасивні, активні з програмним управлінням та активні зі зворотнім зв'язком;
- д) за схемою виконання – традиційні (класичні), багатофакторні.

Метою будь-якого експерименту є оцінка якості технічної (технологічної) системи, її динамічних та статистичних якостей. Якість ТС ще називають ефективністю. Результатами будь-якого експерименту є функціональні та економічні показники (параметри) ТС. Таким чином, коли відомі задачі дослідження, гіпотеза та її теоретичні розробки, експериментатор має підстави скласти програму експерименту. Для виконання програми експерименту готують методика. Методика передбачає сукупність способів та прийомів отримання залежностей (законів, закономірностей тощо) та значень параметрів (показників) записаних у програмі і методи розрахунку їх. Методика, таким чином наводить «технологію» досліджень. Тут же дослідник встановлює:

основні фактори, контрольовані параметри; обслуговує точність вимірювань; вибирає способи вимірювання, фіксування, нейтралізації та зміни параметрів; обґрунтовує границі та інтервали змінювання параметрів; установлює порядок виконання (планування) дослідів; розробляє заходи підготування пілотної установки до дослідів; вибирає способи контролю за ходом експерименту. Окрім того, експериментатор апріорно передбачає способи обробки результатів досліджень, які вплинуть на структуру методики, зокрема на способи вимірювання. Питання програми та методики експериментальних досліджень взаємопов'язані. В залежності від задач дослідження, матеріальної бази та термінів дослідження, вони можуть виконуватись послідовно, паралельно чи змішано. Інженерні задачі вирішуються, частіше всього, методом послідовних наближень. Тому деякі питання програми та методики можуть повторюватися. Важливо пам'ятати, що ряд методик вже стандартизовані, передбачені ГОСТами, ДЕСТами. Це спрощує роботу досліднику, він повинен використовувати типову методику, але це не обмежує його в творчості, в реалізації своєї оригінальної методики. При цьому, необхідно пам'ятати, що за будь-якою методикою отримані результати досліджень, мають бути інваріантними, а тому повинні бути порівнюваними.

Таким чином, в процесі дослідження експериментатор може використовувати положення і вимоги загальних методик та складати і дотримуватись окремих методик.

Вузловим питанням в складанні програм і методики досліджень, є визначення факторів та контрольованих параметрів (показників). Виявлення основних факторів дослідник розпочинає ще на стадії вивчення апріорної інформації (стадія постановки питання), потім продовжується на етапі розробки гіпотези та теоретичних передумов, де досліджуваний процес (явище) ідеалізується. Якщо, вищезазначена робота не дає або дає неоднозначні результати, то дослідник виконує спостереження (пасивний експеримент), де і виконує оцінку значимості факторів. При наявності залежності з фактором, який цікавить дослідника, його значимість перевіряє дослідник розрахунком. При цьому оцінюється значимість складових, в які входить даний фактор. Значимість фактора можна визначити шляхом моделювання на ЕОМ з наступною перевіркою на натурі в наукових дослідях. Коли не ефективно все вищенаведене, то використовують методику планування експерименту.

Для зменшення, а отже і скорочення кількості вимірів не значимі фактори нейтралізують. Основним шляхом нейтралізації факторів є вибір умов проведення дослідів: лабораторні, лабораторно-польові та польові. Лабораторні виключають вплив більшості факторів, які формують зовнішній вплив (грунт, мікрорельєф, тощо).

Польові досліді, виконують для перевірки висновків у виробничих умовах, коли впливають всі фактори. Лабораторно-польові є проміжними, де частину факторів фіксують (стабілізують). Окрім цього, є ще метод рандомізації, який нейтралізує основні та додаткові фактори, зокрема, які мають випадковий або старіючий характер (технічний стан ТС, кваліфікація механізатора, мікрорельєф, старіння електроліту тощо). Використовують ще, для зменшення

кількості факторів, метод різкої зміни вибраного фактора при відносно малій зміні інших. Цей метод є загальним, в усіх експериментах, при встановленні залежностей за результатами досліджень.

Метод контрольних дослідів, передбачає зміну дії всіх факторів на вибраний, так щоб вони діяли на даний фактор на всіх його рівнях. Так, на динамометричний плуг ставлять для замірів опорів на кожному з корпусів, всі досліджувані варіанти конструкцій корпусів. Таким чином виключаються фактори властивостей ґрунту. Їх можна не враховувати або враховувати як постійний фактор. Окрім цього, можна використовувати метод різних знаків, що передбачає надання фактору, який контролюємо спочатку позитивного, а потім – негативного значення, а при розрахунках середнього, його вплив зводять до нуля.

Так, для компенсації фактора ухилу горизонту, замірюють дані при рухові агрегату «туди» і «назад».

Всі вищенаведені методи бажано використовувати сумісно.

Параметри (фактори), які контролюються, поділяють на: керовані, вихідні (параметри, показники, критерії), незалежні, необхідні для розрахункових залежностей, та які залежать від керованих (корельовані).

Окрім того, дослідник вибирає та обґрунтовує точність результатів вимірів, в залежності від цього виконує планування експерименту. Точність вимірів, в кожному конкретному випадку впливає, виходячи: з досвіду вимірювання аналогічних параметрів (показників); можливостями вимірювальної техніки; подальшим використанням результатів вимірювання; властивістю предмета дослідження; вартістю вимірів. Так, дослідницька практика стверджує [7], що в експлуатаційно-технологічних дослідженнях тракторів допускаються такі граничні помилки вимірів: тягового зусилля і крутного моменту двигуна – 3%; частоти обертання вала двигуна – 0,5%; вала відбору потужності і ходових коліс – 1%; витрати пального – 1%; часу – 0,2с; температури – 2°C; хронометражу – 5с; виконаної роботи (в га) – 1% тощо. При непрямих замірах точність окремого параметру розраховується, на підставі помилки результату.

При замірах однієї і тієї ж величини прагнуть до рівноточності вимірів, що суттєво спрощує обробку результатів. Для зменшення впливу помилок при прямих вимірюваннях, вимірювання даної величини виконують декілька разів. В результаті вимірювань величини x ми отримуємо значення:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n. \quad (3.1)$$

Цей ряд значень, мовою математичної статистики називається вибіркою. Лише, маючи таку вибірку, ми можемо дати оцінку результатам вимірювань. Значення величини, яка оцінює вибірку записуємо:

$$\mu = \bar{x} \pm \Delta x. \quad (3.2)$$

Оскільки оцінка величини \bar{x} та помилка Δx не є точними, то запис (3.2) вимірювань, повинні супроводжуватися вказуванням на їхню надійність (P). Під надійністю (вірогідною ймовірністю) розуміють ймовірність того, що істинне значення вимірюваної величини знаходиться в інтервалі, який записано в залежності (3.2), сам інтервал називають вірогідним. Тоді повністю значення величини, яка оцінює вибірку записується:

$$\mu = \bar{x} \pm \Delta x, (P = 0,95). \quad (3.3)$$

Таким чином задача полягає в тому, що маючи вибірку (3.1), знайти оцінку результату x , його помилку та надійність P . Ця задача вирішується методами математичної статистики та теорії ймовірностей. Випадкові помилки підлягають нормальному розподілу:

$$y = \frac{I}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}}, \quad (3.4)$$

де Δx – відхилення від величини істинного значення;

σ – істинна середньоквадратична помилка;

σ^2 – дисперсія, величина якої характеризує розкид випадкових величин.

На цій основі, оцінкою результатів вимірювань беремо середнє значення:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (3.5)$$

де n – кількість вимірювань.

Таким чином,

$$\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x}. \quad (3.6)$$

Середньоквадратичною помилкою (СКП) окремого результату вимірювань є:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}. \quad (3.7)$$

При $n \rightarrow \infty$ $\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} S$, тобто S прагне до постійного значення σ , яке називають квадратичним відхиленням.

Середньоквадратичною помилкою середнього значення вимірювань є:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}} = \frac{S}{\sqrt{n}}, \quad (3.8)$$

і ця величина характеризує точність отримання середньоарифметичного \bar{x} .

Дана методика дає добрі результати при $n \geq 30 \dots 50$ вимірювань. При меншій кількості вимірювань, для розрахунків абсолютної помилки даної вірогідної ймовірності, вводиться спеціальний критерій Стюдента:

$$\Delta x = S' \cdot \bar{x} \cdot t = \frac{t \cdot S}{\sqrt{n}}, \quad (3.9)$$

де t – критерій Стюдента, який залежить від кількості вимірювань та заданої вірогідної ймовірності (береться за таблицями, додаток А).

Таким чином, плануванню експерименту передують визначення помилки вимірювань дослідження (спостереження). Для цього необхідно помилкою (точністю дослідів) задатися на підставі досвіду або провести попереднє спостереження з вимірюванням критерію, отримати вибірку 3.1 та розрахувати помилку, згідно викладеної методики (3.1 – 3.9).

Так, нехай для вимірювання певної величини виконано $n=15$ замірів. За залежністю (3.5) знаходимо $\bar{x} = 1,27$, а за залежністю (3.7) $S \approx \sigma = 0.032$. Вірогідному інтервалу, куди попадає 98% результатів, відповідає вірогідна ймовірність $\alpha = 0,98$.

Значення $\sigma=0,032$ дає можливість визначити величину вірогідного інтервалу для вірогідної ймовірності P . Розрахунки здійснюємо використовуючи таблицю 1 [9], де Δx виражається в долях σ .

Таблиця 1

Значення відхилення Δx в залежності від α

$\theta = \frac{\Delta x}{\sigma}$	3,9	2,6	2,4	2,0	1,65	0,7	0,30	0,15	0,05
α	0,999	0,990	0,984	0,950	0,900	0,51	0,24	0,12	0,04

Тобто $\theta = \frac{\Delta x}{\sigma}$. При відомій $P=0,98$, $\theta=2,4$, тоді $\Delta x = 2,4 \cdot 0,032 = 0,08$.

Таким чином, вказаній вірогідній ймовірності $P=0,98$ відповідає інтервал:

$$\bar{x} - 0,08 \leq x \leq \bar{x} + 0,08,$$

$$\text{або } 1,19 \leq x \leq 1,35$$

$$\text{або } 1,27 \pm 0,08 \text{ при } P = 0,98.$$

Допустиме відхилення Δx середнього арифметичного \bar{x} від істинного значення x , розраховуємо за залежністю (3.9). При цьому критерій Стюдента є статистичною характеристикою аналогічною θ . Значення критерія Стюдента при різних α і n вибираємо з додатку А. Тоді оцінка інтервалів результатів невеликої кількості вимірюваної величини, визначається:

$$P\left(\bar{x} - \frac{ts}{\sqrt{n}} \leq x \leq \bar{x} + \frac{ts}{\sqrt{n}}\right) = \alpha. \quad (3.10)$$

Якщо необхідно визначити потрібну кількість вимірювань, які нейтралізували б випадкові помилки, при відомій вірогідній ймовірності P , для різних вірогідних інтервалів Δx , виражених у долях σ або S , використовують таблицю 2, [23]:

Таблиця 2

Визначення кількості вимірювань

$\frac{\Delta x}{s}$	Необхідна кількість вимірювань при α , рівному			
	0,90	0,95	0,99	0,999
1,0	5	7	11	17
0,5	13	18	31	50
0,4	19	27	46	74
0,3	32	46	78	127
0,2	70	99	171	277

Якщо для зменшення випадкової помилки необхідна значна кількість вимірювань, то шукають шляхи зниження випадкової помилки, шляхом

підвищення точності вимірювань (зниження S) через поліпшення методики вимірювання або використання більш досконалої вимірювальної апаратури. Кількість вимірювань, для відповідних умов, можна розрахувати із залежності (3.9).

Слід відзначити, що дана методика може використовуватись лише при виконанні двох умов:

- вибірка 3.1 підлягає вимогам нормального розподілу (3.4);
- дисперсії, які обумовлені помилками дослідів (вимірювань) є однорідними для всіх серій дослідів.

Однорідність передбачає, що всі вимірювання даної сукупності можна розглядати як значення однієї і тієї випадкової величини. Однорідність дисперсії розраховують за критеріями Бартлетта, Кохрена, F – критерія.

Розраховують дисперсію в паралельних спостереженнях за залежністю:

$$S_i^2 \approx \sigma_i^2 = \frac{\sum (y_{in} - \bar{y}_n)^2}{m-1}, \quad (3.11)$$

де m – кількість повторностей (паралельних) спостережень (вимірювань);
 \bar{y}_n – середнє значення критерію в n -ім рядку матриці планування при m повторностях;
 y_{in} – поточне i -те значення критерію.

Дисперсію одиночного виміру розраховують за залежністю:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_1^N \sum_1^m (y_{in} - \bar{y}_n)^2}{n(m-1)}, \quad (3.12)$$

де n – число рядків плану.

Дисперсія середнього значення критерія:

$$\sigma_{\bar{y}}^2 = \frac{\sigma_y^2}{m}, \quad (3.13)$$

а помилка середнього арифметичного

$$\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{\sigma_{\bar{y}}^2}. \quad (3.14)$$

Умова однорідності дисперсії, для дослідів з однаковим числом повторностей, перевіряється за значенням критерія Кохрена:

$$G_p = \frac{\sigma_{i \max}^2}{\sum_1^n \sigma_i^2}, \quad (3.15)$$

де $\sigma_{i \max}^2$ – максимальне значення рядкової дисперсії;

$\sum_1^n \sigma_i^2$ – сума рядкових дисперсій.

Якщо $G_p < G_{табл.}$ то дисперсії однорідні, а при $G_p > G_{табл.}$ є потреба підвищити точність вимірювань, або стабілізувати процес шляхом зменшення інтервалів вимірювання факторів, або збільшити повторність вимірювань.

Таким чином, спочатку дослідник планує експеримент та оцінює помилку (точність) спостережень (вимірювань). Будь-який експеримент має декілька спостережень, а кожне спостереження має декілька вимірювань.

Отже, як визначити помилку вимірювань, нами викладено у вищенаведеному матеріалі. Помилки дослідів і експерименту визначають для перевірки значимості коефіцієнтів рівнянь (моделей) та оцінки адекватності отриманих моделей. Як правило, цю роботу виконують при статистичному аналізі результатів експерименту. При визначенні помилок дослідів ми враховуємо повторність спостережень дослідів. А при визначенні помилок експерименту необхідно знати повторність дослідів. Для визначення помилки дослідів оцінюють дисперсію дослідів, а для розрахунків помилок експерименту враховують дисперсію відтворюваності. Знову ж таки, кожен раз необхідно оцінювати однорідність дисперсій. Тільки з однорідними дисперсіями можливі операції з ними.

При цьому слід зазначити, що в найбільш загальному випадку, експеримент складається із групи дослідів, а окремий дослід має декілька повторностей (спостережень), а кожна повторність має декілька вимірювань. Тому розрізняють: помилку експерименту, помилку дослідів і вимірювань. Помилки експериментів та дослідів експериментатор використовує для правильного вирішення задачі, яка пов'язана з оцінкою точності і надійності результатів роботи, визначенням значимості коефіцієнтів рівнянь та перевіркою адекватності отриманих математичних моделей.

Узагальнюючи вище наведене, успіх експериментування пов'язаний з дотриманням ряду методологічних концепцій.

Зокрема, концепція рандомізації передбачає, систематично діючі фактори, які важко піддаються обліку і контролю спланувати таким чином, щоб вони стали випадковими величинами і мали бути враховані статистично.

По-друге концепція математичного моделювання, як метод кібернетики, дозволяє описувати технологічну систему у вигляді математичної залежності чи рівняння з метою пошуку умов (екстремуму) її функціонування.

Нарешті, концепція послідовного експерименту передбачає виконання експерименту послідовними етапами. Після кожного етапу, отримані результати аналізуються, залучається нова додаткова вірогідна інформація та приймається рішення про продовження експерименту. При цьому, етапи супроводжуються зміною методів отримання деяких результатів, зміною кількості факторів тощо.

І останнє, концепція оптимального використання факторного простору є самою розповсюдженою ідеєю теорії експерименту, яка передбачає повне використання факторного простору, шляхом реалізації багатфакторного експерименту.

Окрім цього, використовується широко концепція згортання інформації, апріорної інформації та апроксимації математичних моделей і широкого використання можливостей ЕОМ.

3.2 Попереднє експериментальне дослідження

Експериментальні дослідження можна поділити на попередні та основні дослідження. До попередніх відносять дослідження, які стосуються використання апріорної інформації (інформація про об'єкт дослідження, яку накопичило людство до моменту постановки задач дослідження), а також експерименти для відсіювання факторів, або для поліпшення організації експерименту. Основною задачею попередніх експериментальних досліджень є вибір факторів та змінних стану, (функції, відгуки або критерії), які будуть використанні при реалізації основного експерименту.

Критерій є функцією мети та повинен бути кількісною характеристикою параметру оптимізації. Це випадковий змінний параметр, який за передбаченням, залежить від факторів.

Він повинен задовольняти таким вимогам:

- бути кількісним, тобто вимірюватися;
- однозначно вимірювати ефективність об'єкта дослідження;
- бути статистично ефективним, фізично визначеним та мати мінімальну дисперсію.

Слід відзначити, що не завжди є можливість обмежитися одним критерієм. При наявності декількох критеріїв використовують різні способи для їх зменшення [15,23] шляхом зміни формулювання цілі дослідження; розділенням об'єкту дослідження на підоб'єкти; оцінкою наявності кореляційного зв'язку між критеріями; використовують також серії окремих або узагальнених критеріїв тощо. Правильний вибір критерію оптимізації є важливим етапом в експериментальному дослідженні.

Наступним етапом є вибирання факторів, незалежних змінних величин, які за передбаченням впливають на критерій оптимізації (результат експерименту).

При вибиранні факторів дотримуються таких вимог:

- фактори повинні бути сумісними, керованими та здатними за волею експериментатора змінювати своє значення;
- фактори не повинні бути корельованими та бути функціями інших факторів;
- точність вимірювання і управління факторів повинна бути відомою та достатньо високою.

Фактори і критерії оптимізації повинні мати свої області визначення, при цьому області визначення мають бути такими, щоб при їх різній комбінації, області визначення критеріїв не виходили за свої границі. Між факторами і критеріями повинні існувати однозначна відповідність, яка дозволяє в основному експерименті побудувати математичну модель об'єкту дослідження та вирішити задачу експерименту. Важливо в експеримент включити всі фактори. Вважають, що краще включити «зайвий» фактор, аніж пропустити фактор.

Важливим є вибирання нульової точки факторів. Нульову точку (нульовий рівень фактора) вибирають в області оптимуму критерію. При виконаних попередніх чи аналогічних експериментах або в результаті формалізації

апріорної інформації за нульові рівні факторів вибирають їх значення, співвідношення яких відповідає оптимуму критерію.

Фактори мають інтервали варіювання, які повинні суттєво відрізнятись від нульового рівня. Рекомендовано, щоб інтервал фактора був більшим подвійної квадратичної похибки вимірювання даного фактора.

При великому інтервалі варіювання фактора, знижується ефективність пошуку оптимуму, так як оптимальну область можна «проскочити». При малому інтервалі варіювання фактора, зростають затрати на пошук оптимуму.

Попередні експерименти, в числі інших задач, вирішують і задачу уточнення інтервалу варіювання факторів. Кількість дослідів N при вибраних $p = const$ рівнях для k факторів визначаються за залежністю:

$$N = p^k . \quad (3.16)$$

Залежність (3.16) справедлива при рівній кількості рівнів кожного із k факторів. Збільшуючи кількість рівнів, ми підвищуємо чутливість експерименту, але збільшуємо обсяг експериментальної роботи. Мінімальна кількість рівнів $p=2$, коли ставиться задача визначити напрям оптимуму на поверхні відгуку. Для цього достатньо поверхню апроксимувати лінійною моделлю:

$$y = \epsilon_0 + \epsilon_1 x_1 + \epsilon_2 x_2 + \dots + \epsilon_n x_n. \quad (3.17)$$

Лінійна модель має невелику кількість коефіцієнтів, аналіз моделі підказує напрямок найшвидшого поліпшення параметра оптимізації.

3.2.1. Апріорне ранжування факторів (метод рангової кореляції)

Сільськогосподарські процеси визначаються великою кількістю факторів контрольованих та неконтрольованих, рис. 6. Частина факторів є малозначимими, які не значно впливають на параметри оптимізації досліджуваного об'єкту. Проте в процесі дослідження неконтрольовані фактори можуть викликати розкид значень параметрів оптимізації досліджуваного об'єкту, тобто результати дослідів різних повторностей, при фіксованих значеннях контрольованих факторів будуть відрізнятись один від одного. Окрім цього, на результати впливають також взаємодія контрольованих і не контрольованих факторів. Тому в процесі дослідження виникає потреба відсіяти незначимі та виявити значимі фактори, які суттєво впливають на параметри оптимізації (критерії) досліджуваного об'єкту. В процесі оцінки ефективності технологічних систем є потреба в багатофакторних дослідженнях з великим обсягом експериментальної роботи. Для зменшення її, необхідно скорочувати кількість факторів, що є ризикованим заходом, тому що помилкове відсіювання значимого фактора приводить до помилкових результатів. Отже, при відсіюванні факторів експериментатор, повинен вивчити та проаналізувати апріорну інформацію, яка опублікована в літературних джерелах, звітах тощо та узагальнити і оцінити досвід наукових шкіл досліджуваного напрямку.

Суть апріорного ранжування полягає в тому що:

- аналізують апріорну інформацію та складають список факторів, які впливають на вибраний критерій;

- обґрунтовують область визначення факторів і критеріїв (параметрів оптимізації);
- заготовляють анкети для опитування експертів, де передбачена можливість виранжовування, кожним із експертів факторів за значимістю їх впливу на критерії. Надається можливість експертам уточнити область визначення, інтервали варіювання кожного із факторів та вказати їхню розмірність;
- експертів вибирають з представників наукових шкіл, які займаються задачами досліджуваного напрямку;
- ранг кожного із факторів експерт визначає суб'єктивно, за власного припущення. При цьому фактори з меншим номером рангу є більш значимими від факторів з вищим номером. Коли експерт утрудняється у виборі рангів факторів, тоді цим факторам присвоюються однакові ранги, значення яких є середнім арифметичним із суми їх рангів, таблиця 3.

В процесі ранжування експерту дозволяється добавляти чи відкидати фактори, а факторам, які не мають кількісної оцінки також присвоювати певний ранг значимості.

Після збирання анкет, складають таблицю 3, де основним елементом її є a_{ij} , ранг j – того фактора, яким його оцінює i – тий експерт. Узгодженість думок експертів по кожному фактору оцінюють коефіцієнтом узгодженості W , який може приймати значення у межах від 0 до 1. При $W=0$, узгодженість думок експертів, про оцінку даного фактора, відсутня, а при $W=1$ – має місце повна узгодженість думок експертів. Склавши таблицю 3 у вигляді матриці, з розмірністю $m \times k$, ми спрощуємо розрахунок W .

При цьому кількість i - тих експертів $i = m$, а кількість j - тих факторів $j = k$.

Сума за рядком рівна сумі чисел натурального ряду від 1 до k , який експерт розміщує у певному порядку.

Середнє по рядках всієї таблиці розраховують:

$$a = 0,5 \cdot m (k + 1), \quad (3.18)$$

Сума квадратів відхилення рангів від середньої суми рангів:

$$S = \sum_{j=1}^k \left(\sum_{i=1}^m a_{ij} - a \right)^2. \quad (3.19)$$

Тоді коефіцієнт узгодженості (коефіцієнт конкордації), при наявності цілочисельних рангів:

$$W = \frac{S}{\frac{1}{12} m^2 (k^3 - k)}, \quad (3.20)$$

а при дробових рангах:

$$W = \frac{S}{\frac{1}{12} m^2 (n^3 - n) - m \sum_{\dot{y}} T_i}, \quad (3.21)$$

де T_i – показник, який враховує дробові ранги для рівних рангів у рядку.

При цьому

$$T_i = 1/12 \sum_{v=1}^7 (t_v^3 - t_v) , \quad (3.22)$$

де t_v – кількість рівних рангів у рядку.

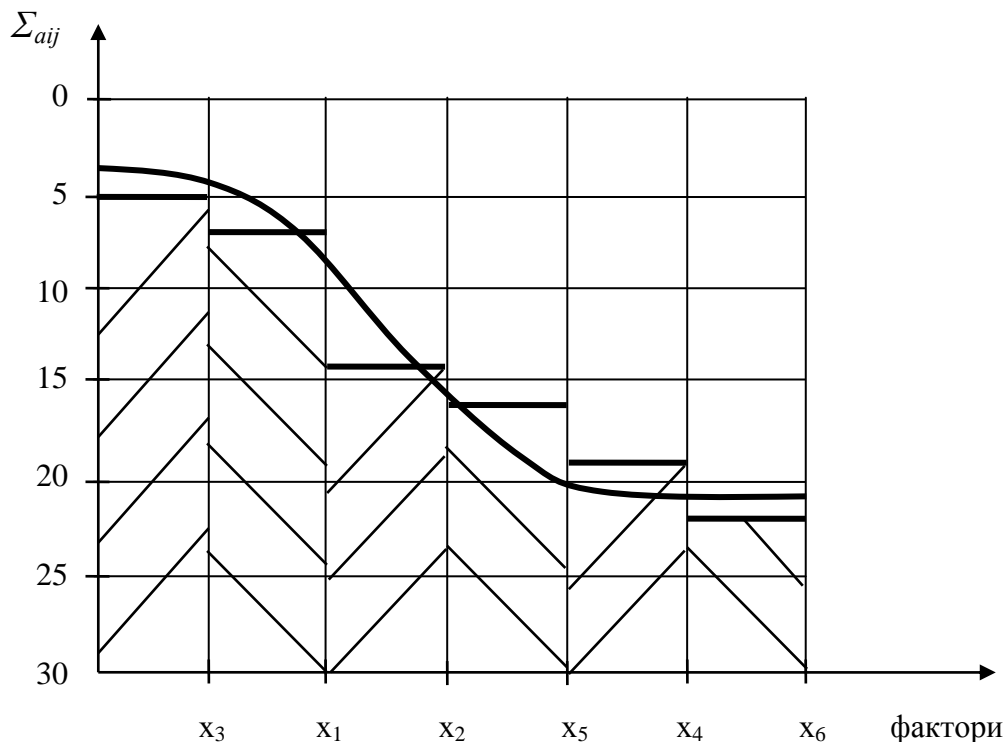


Рис.7. Ранжувальна гістограма

Таблиця 3

Матриця ранжування факторів

Експерти	a_{ij}						T_i
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
1	1,5	5	1,5	4	3	6	$2^3 - 2 = 6$
2	2	3	1	4,5	4,5	6	$2^3 - 2 = 6$
3	2	3	1	5,5	5,5	4	$2^3 - 2 = 6$
4	1,5	3,5	1,5	5	3,5	6	$2^3 - 2 + 2^3 - 2 = 12$
$\sum a_{ij}$	7	14,5	5	19	16,5	22	$\sum T_i = \frac{30}{12} = 2,5$
d_j	-7	0,5	-9	5	2,5	8	
d_j^2	49	0,25	81	25	6,25	64	$\sum_1^6 d_j^2 = 225,5$

Для прикладу, табл. 3, визначаємо за залежністю 3.21, $W=0,805$ та оцінюємо значимість коефіцієнта узгодженості за критерієм Пірсона (χ^2). Гіпотезу про значимість W і наявність узгодженості думок експертів встановлюємо за співвідношеннями значень:

$$\chi_p^2 \geq \chi_T^2, \quad (3.23)$$

де χ_T^2 - табличне значення критерія Пірсона, при ступені свободи $f = k - 1 = 5$.

$$\chi_T^2 = 11,07.$$

а розрахункове вираховується за залежністю:

$$\chi_p^2 = m(k-1)W = 16,1, \quad (3.24)$$

тобто $\chi_p^2 > \chi_T^2$ при $q = 5\%$, означає, що $W = 0,805$ є значимим і думки експертів є узгодженими.

Після цього будують ранжувальну діаграму. Для цього на осі ординат відкладають суму рангів по кожному із факторів у зворотньому порядку, а по осі абсцис – фактори, рис.7.

Гістограма, рис.7, свідчить, що вона є нерівномірною і рішення має бути, в залежності від цілей та задач дослідження, а саме:

I-й варіант – до плану експерименту необхідно включати найбільш значимі фактори x_3 і x_1 ;

II-й варіант – до плану експерименту включати, щоб уникнути ризику отримати неправильний результат, фактори x_3 і x_1 та x_2 і x_5 ;

III-й варіант – фактори x_4 і x_6 відсіяти. При цьому слід пам'ятати, що значення рангів суб'єктивні.

Отже, для отримання лінійної моделі, експериментатору необхідно виконати повний факторний експеримент (ПФЕ) типу 2^k , з

$2^2 = 4$ дослідями в першому варіанті;

або $2^4 = 16$ дослідями в другому варіанті;

або нарешті, $2^6 = 64$ дослідів, в варіанті ПФЕ.

Апріорне ранжування використовують при нелінійній гістограмі ранжування, а при лінійній та експоненціальній, необхідно використати інші методи, зокрема метод випадкового балансу тощо.

3.2.2. Метод випадкового балансу

Метод апріорного ранжування (метод рангової кореляції) використовують лише у випадках, коли гістограма ранжування є нелінійною. При лінійній та експоненціальній ранжувальних гістограмах, рис. 8 і при кількості факторів $k \geq 7$, використовують метод випадкового балансу.

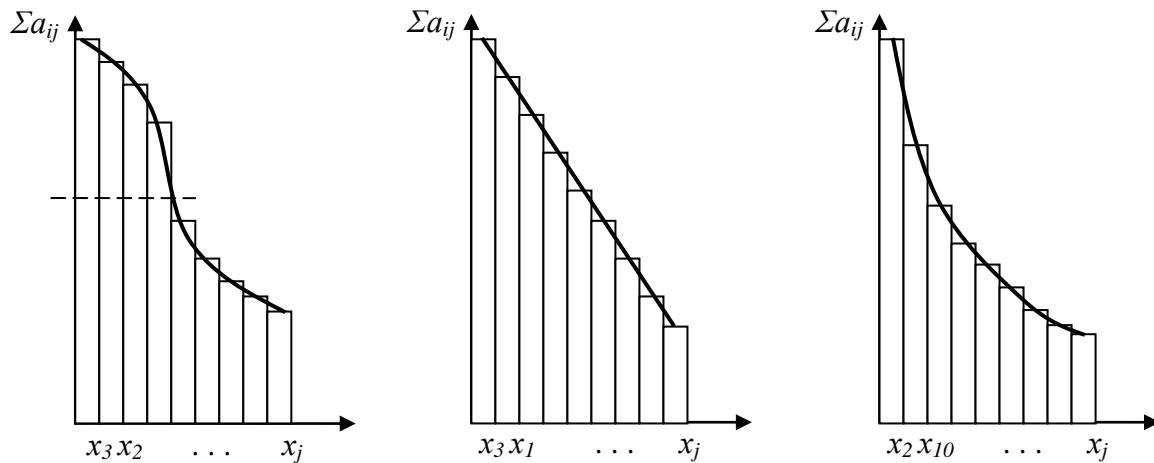


Рис.8 Типи ранжування гістограм при нелінійному, лінійному та експоненціальному розподіленні суми рангів.

Сутність методу полягає в постановці експерименту за складеним планом та виділення певної кількості лінійних факторів та факторів взаємодії (x_i, x_j) на основі значимих ефектів. При цьому відомо, якщо всі ефекти розмістити в порядку зменшення внеску, який вони забезпечують в дисперсію критерію (параметра) оптимізації, то отримаємо виранжований ряд, зі зменшенням експоненціального типу. В разі відтворення цього ряду за допомогою невеликої кількості дослідів, можна виділити ефекти, які відносять до шумового поля, а значимі ефекти використовують в подальшому плануванні експерименту.

Для цього складають плани експериментів з умовою:

$$k > N - 1, \quad (3.25)$$

де k – кількість факторів, які плануємо оцінювати;

N – загальна кількість дослідів.

Таким чином, в такому експерименті ступінь свободи f є від'ємною, а чутливість цього методу є невисокою, тому він не може бути використаний для побудови математичної моделі. Його призначення: оцінити значимість факторів і не значимі фактори відкинути, тим самим спростити математичну модель, скоротити трудомісткість експерименту.

Метод отримав назву із-за побудови матриці з використанням випадкового методу змішування напівреплік (рівні в стовпчиках плану вибирають за таблицею випадкових чисел). При цьому фактори змінюються на двох рівнях «+» та «-». Всі фактори на підставі апріорного ранжування поділяють на дві групи, кожна з яких повинна бути не чисельнішою $K_p \leq 6$.

Для кожної групи будують матрицю, (табл.4) кількість дослідів в яких є кратним 2^k , тобто 8, 16, 32 тощо, та перевищувало $N > k + 1$.

В першу групу відносять більш значимі фактори. Один із можливих планів експерименту подано на таблиці

Приклад плану експерименту за методом випадкового балансу

Номер досліду	І частина					ІІ частина					
	x_1	x_3	x_4	x_2	x_5	x_8	x_7	x_9	x_6	x_{10}	y
1	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	y_1
2	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	y_2
3	+	-	+	+	+	+	-	+	-	-	y_3
4	-	+	+	+	+	-	-	-	-	-	y_4
5	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	y_5
6	-	+	+	-	-	+	+	+	-	+	y_6
7	-	-	-	+	+	+	-	-	-	+	y_7
8	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+	y_8
9	+	-	-	-	+	-	+	+	-	-	y_9
10	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	y_{10}
11	-	-	+	+	-	-	+	+	+	+	y_{11}
12	+	+	+	+	-	-	-	+	-	+	y_{12}
13	+	-	-	+	-	+	+	-	+	+	y_{13}
14	-	+	-	+	-	-	-	+	+	-	y_{14}
15	-	-	+	-	+	-	+	-	-	+	y_{15}
16	+	+	+	-	+	+	+	+	+	-	y_{16}

Матрицю плану експерименту, за методом випадкового балансу, можна будувати двома шляхами:

- випадкове розподілення рівнів по стовпчиках за допомогою таблиці випадкових чисел (це частий випадковий баланс);
- випадкове змішування регулярних дробових реплік факторного (див. підрозділ 3.3.) експерименту.

Другий шлях є більш розповсюдженим, а перший є менш ефективним і використовують його рідше, зокрема, коли кількість рівнів факторів більше 2. При змішуванні дробових реплік використовують напіврепліки. Для однієї половини факторів, більш значимих, напіврепліка використовується безпосередньо, а для других факторів – рівні розподіляються випадковим вибором рядків (за таблицею випадкових чисел) із тієї же напіврепліки. Фактори розподіляють по стовпчиках, щоб у першій половині матриці вони були значимі, на підставі раніше виконаного апріорного ранжування. Такий підхід скорочує наступний експеримент, так як дозволяє після аналізу результатів попереднього експерименту переходити до методу крутого сходження.

Матриця експерименту придатна, коли:

- в ній відсутні корельовані фактори (стовпчики), тобто знаки у двох стовпчиках співпадають;
- в матриці не повинно бути стовпчиків, скалярний добуток яких дає стовпчики з одними «+» чи «-» знаками.

Після реалізації дослідів в останній стовпчик матриці вписують їхні результати кожної повторності та середній результат.

Аналіз отриманих результатів розпочинають із побудови діаграм розсіювання. Для цього на осі абсцис наносять всі фактори з їхніми рівнями, а на осі ординат – дослідні значення критерія (параметра) оптимізації.

Кожний фактор аналізують незалежно від інших, і якщо фактор варіювали на двох рівнях (+ і -) то точки поділяються на дві групи, рис. 9.

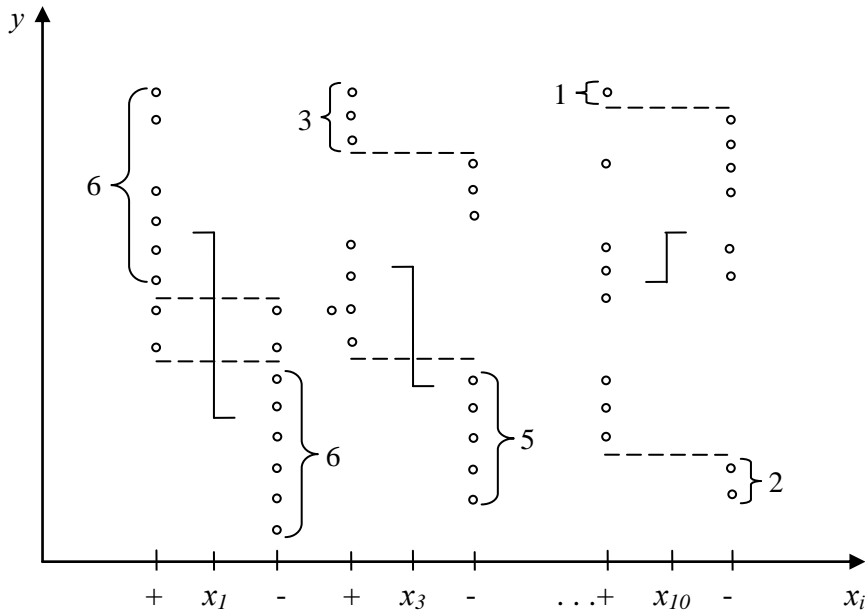


Рис. 9. Діаграма розсіювання результатів дослідів за рівнями факторів

Рис. 9. приклад побудови діаграми розсіювання за дослідними даними табл.5, на кожному рівні, знаходиться по 8 значень кожного із факторів. Для аналізу вибираємо метод медіан або метод виділених точок. Медіаною називають лінію, по обидві сторони якої лежить половина точок (результатів), для даного прикладу це 4 точки з 8. Різниця між медіанами двох рівнів кожного фактора якісно оцінює вплив цього фактора на критерій (параметр) оптимізації. Таким чином, побудована діаграма розсіювання, дає можливість візуально оцінити вплив кожного із аналізованих факторів, в т.ч. і найбільш значимих. Для даного прикладу, найбільш значимим є фактор x_1 , а найменш значимим – x_{10} , за висотою різниці медіан.

Другий метод виділених точок, передбачає відокремлення пунктирною лінією точок певного рівня від масиву точок протилежного рівня у верхній та нижній частинах діаграми розсіювання. Для нашого прикладу, для фактора x_1 виділених точок $6+6=12$; для фактора x_3 відповідно $3+5=8$, а для x_{10} $1+2=3$ точки. Точки, які виділенні позначені фігурними дужками і більша кількість точок свідчить про вищу значимість даного фактора.

Для кількісної оцінки факторів, виділяють значимі фактори. Для цього, з діаграми розсіювання вибирають декілька факторів з максимальним значенням медіани або кількості виділених точок.

Після цього будують таблицю з декількома значимими факторами і входами, для прикладу табл.5., результати в загальному вигляді беремо з табл.4.

Таблиця 5

x_4	$x_1 \llcorner + \gg$		$x_1 \llcorner - \gg$	
	$x_3 \llcorner + \gg$	$x_3 \llcorner - \gg$	$x_3 \llcorner + \gg$	$x_3 \llcorner - \gg$
$\llcorner + \gg$	y_{12} $\frac{y_{16}}{\bar{y}_1}$	y_3 $\frac{y_5}{\bar{y}_2}$	y_4 $\frac{y_6}{\bar{y}_5}$	y_{11} $\frac{y_{15}}{\bar{y}_6}$
$\llcorner - \gg$	y_2 $\frac{y_8}{\bar{y}_3}$	y_9 $\frac{y_{13}}{\bar{y}_4}$	y_{10} $\frac{y_{11}}{\bar{y}_5}$	y_1 $\frac{y_7}{\bar{y}_8}$

Аналізуючи табл.4 вибираємо ті значення критерія оптимізації y , які забезпечують фактори x_1 , x_3 і x_4 на відповідних рівнях. Так, при $+x_1$ і $+x_3$ та $+x_4$ матимемо критерій y_{12} та y_{16} тощо. Ефекти факторів вираховуємо, віднявши від суми середніх значень критеріїв при x_i на верхньому рівні суму середніх значень критеріїв при x_i на нижньому рівні:

$$efX_1 = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_4}{4} - \frac{\bar{y}_5 + \bar{y}_6 + \bar{y}_7 + \bar{y}_8}{4},$$

$$efX_3 = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_3 + \bar{y}_5 + \bar{y}_7}{4} - \frac{\bar{y}_2 + \bar{y}_4 + \bar{y}_6 + \bar{y}_8}{4},$$

$$efX_4 = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_5 + \bar{y}_6}{4} - \frac{\bar{y}_3 + \bar{y}_4 + \bar{y}_7 + \bar{y}_8}{4}.$$

Оцінку значимості x_i ефектів здійснюють за критерієм Стюдента. Після цього виконують корегування вихідних даних матриці плану.

Для цього до всіх значень y плану відсіваючого експерименту, де фактори x_i на рівні «+», додають ефект x_i але із зворотнім знаком. Отримують нові результати скоригованого плану. За скоригованим планом будують нову діаграму розсіювання і виділяють значимі ефекти. Так проводять коригування для лінійних ефектів та ефектів взаємодії до часу, коли розраховані ефекти будуть набагато менше раніше отриманих ефектів. Процедура виділення значимих лінійних факторів та факторів взаємодії є достатньо трудомісткими, а тому їх доцільно реалізовувати на ЕОМ.

3.3. Плани експерименту першого порядку

Задачею планів експерименту першого порядку є отримання лінійної математичної моделі типу:

$$y = \epsilon_0 + \sum \epsilon_i x_i, \quad (3.26)$$

яка може бути використана для описування поверхні відгуку (інтерполяційна модель) або для оптимізації об'єкта дослідження (оптимізаційна модель). Для оптимізації об'єкта дослідження використовують частіше всього математичну модель другого порядку. Побудову такої моделі здійснюють після реалізації плану експерименту другого порядку, у вибраній локальній області оптимуму

лінійної моделі, методами пошуку оптимуму (градієнтні методи, методи надшвидкого спуску, метод крутого сходження тощо.)

Отримують лінійну математичну модель після реалізації факторного експерименту при якому всі фактори варіюють за певним планом.

При цьому дослідник виконує таку роботу:

- збирання та аналіз апріорної інформації;
- вибір вхідних та вихідних змінних (рис.4 та рис.6) і області їх змінювання;
- вибір математичної моделі за допомогою якої будуть подаватися данні експерименту;
- вибір критерія оптимальності та плану експерименту;
- визначення методу аналізу оптимальних даних;
- виконання експерименту;
- перевірка статистичних передумов для отримання експериментальних даних;
- обробка отриманих результатів;
- інтерпретація результатів та рекомендації з їх використання.

Вхідні змінні називають факторами і вони визначають стан досліджуваного об'єкту. Фактори повинні бути керованими, тобто значення їх ми можемо встановлювати та підтримувати певний час. Встановлене і підтримуване значення фактора називають рівнем. Це є особливістю активного інженерного експерименту. Фактори можуть бути кількісними і якісними. Так, фактори подачі (кг/с), швидкості (м/с), ширини захвата (м) тощо, є кількісними. Основною їх ознакою є числова шкала. Конструкція ТС, кваліфікація чи стан водія, рівень комфортності роботи, оператора тощо – це все якісні фактори, стан яких не відповідає або умовно відповідає числовим шкалам. Фактори, окрім цього, повинні відповідати вимогам і бути незалежними (не корельовані) змінними, бути однозначними, сумісними з іншими факторами, вимірюватися з певною точністю, мати свою область визначення. При цьому, вибирають рівні факторів. Рівні кожного із факторів вибирають із передумови визначення основного (нульового) рівня. Нульовий рівень повинен бути в області оптимуму. Інтервал варіювання факторів має бути таким, щоб значення факторів, які відповідають рівням +1 і -1 відрізнялися від їх значення на нульовому рівні. При цьому необхідно виходити з нерівності, що:

$$x_{i_{\max}} - x_{i_{\min}} > \Delta X_i \geq 2S_{x_i}; \quad (3.27)$$

де ΔX_i – інтервал варіювання i -того фактора;

$x_{i_{\max}} - x_{i_{\min}}$ – область визначення i -того фактора;

S_{x_i} - середня квадратична помилка фіксування x_i -того фактора.

Мале значення Δx_i небажане, так як воно може не відрізнитись від нульового значення і помилки, та в подальшому збільшує обсяг роботи при пошукові оптимуму. Велике значення Δx_i знижує пошук ефективності оптимуму, так як оптимум може бути «проскочено». Великий Δx_i може штучно

підвищити значимість ефектів тих чи інших факторів. Тому вибір інтервалу факторів є відповідальним етапом .

Визначення рівнів факторів у кодованій формі здійснюють за залежністю:

$$x_i = \frac{X_i - X_{oi}}{\Delta X_i}, \quad (3.28)$$

де X_i – значення i - того фактора у його області визначення;

X_{oi} – значення основного (нульового) рівня i - того фактора.

Інтервал варіювання вибирають на підставі апріорної інформації (або інтуїтивно), а потім уточняють (якщо він невдало вибраний), після отримання і аналізу математичної моделі.

Слід відзначити, що одночасно з вибором інтервалів варіювання факторів, вибирають і кількість їх рівнів. Більша кількість рівнів забезпечує точність моделі та високу чутливість експерименту. При цьому, кількість рівнів збільшує обсяг експерименту та підвищує ефективність оптимізації моделі. Кількість дослідів в експерименті при однаковій кількості рівнів кожного фактора визначається:

$$N = p^k, \quad (3.29)$$

де p – кількість рівнів;

k – кількість факторів.

Мінімальна кількість рівнів складає $p=2$, тобто у кодовій формі, верхній – «+1», а нижній – «-1». Варіювання на двох рівнях є доцільним при експериментах відсіювання, на етапі руху в область оптимуму, а також при описуванні інтерполяційної моделі (лінійної моделі).

На етапі підготовки експерименту, дослідник повинен пам'ятати, що його складність мають диктувати задачі, які ставляться перед експериментом і, що зайві заощадження, які пов'язані з відсіванням факторів, можуть призвести до збільшення помилки та отримання не вірних результатів.

Вихідні змінні (параметри оптимізації, критерії оптимізації, функція відгуку тощо) – це реакція на дію вхідних змінних. Вихідні змінні залежать від специфіки дослідження й можуть бути технологічними, економічними, технічними тощо. Критерій оптимізації має бути ефективним, універсальним, кількісним, просто і легко розраховуватися та вимірюватися. Він повинен бути єдиним, мати фізичний зміст і не корелюватися з іншими параметрами. При необхідності мати декілька критеріїв оптимізації, дослідник повинен використати методи переходу до нормованих [17], непрямих чи узагальнених критеріїв [23] тощо.

Таблиця 6

Матриця повнофакторного експерименту типу (ПФЕ), 2^5

№ досліду	a (x ₁)	b (x ₂)	Кодове позначення експеримента 2 ²	c (x ₃)	Кодове позначення експерименту 2 ³	d (x ₄)	Кодове позначення експерименту 2 ⁴	e (x ₅)	Кодове позначення експерименту 2 ⁵
1	+	+	a b	+	a b c	+	a b c d	+	abcde
2	-	+	b	+	b c	+	b c d	+	bcde
3	+	-	a	+	a c	+	a c d	+	acde
4	-	-	(1)	+	c	+	c d	+	cde
5	+	+		-	a b	+	a b d	+	abde
6	-	+		-	b	+	b d	+	bde
7	+	-		-	a	+	a d	+	ade
8	-	-		-	(1)	+	d	+	de
9	+	+		+		-	a b c	+	abce
10	-	+		+		-	b c	+	bce
11	+	-		+		-	a c	+	ace
12	-	-		+		-	c	+	ce
13	+	+		-		-	a b	+	abe
14	-	+		-		-	b	+	be
15	+	-		-		-	a	+	ae
16	-	-		-		-	(1)	+	e
17	+	+		+		+		-	a b c d
18	-	+		+		+		-	b c d
19	+	-		+		+		-	a c d
20	-	-		+		+		-	c d
21	+	+		+		+		-	abd
22	-	+		-		+		-	bd
23	+	-		-		+		-	ad
24	-	-		-		+		-	d
25	+	+		+		-		-	abc
26	-	+		+		-		-	bc
27	+	-		+		-		-	ac
28	-	-		+		-		-	c
29	+	+		-		-		-	ab
30	-	+		-		-		-	b
31	+	-		-		-		-	a
32	-	-		-		-		-	(1)

Найбільш простим планом експерименту є такий, що зводиться до вибирання експериментальних точок симетричних відносно центру експерименту. В такому випадку всі k факторів варіюють на двох рівнях і план називається повнофакторним на двох рівнях, типу 2^k , так як в ньому реалізуються всі можливі сполучення рівнів факторів, табл. 6.

Повнофакторний експеримент (ПФЕ) типу 2^k повинен мати такі властивості:

Симетричність відносно центру експерименту

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} = 0, \quad (3.30)$$

де j – номер досліду ($j = 1, 2, \dots, N$);

i – номер фактора ($i = 1, 2, \dots, k$).

Запис 3.30 означає, що алгебраїчна сума елементів вектора – стовпчика для кожного фактора рівна 0.

Умова нормування вимагає, щоб сума квадратів елементів кожного стовпчика була рівна кількості дослідів:

$$N = \sum_{j=1}^N x_{ij}^2. \quad (3.31)$$

Ця властивість притаманна лише для матриці плану експерименту у кодованій формі.

Ортогональність передбачає, що сума почленних добутків будь-яких двох вектор-стовпчиків матриці має бути рівною 0:

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \cdot x_{uj} = 0, \quad u \neq i, \quad i, u = 1, 2, \dots, x. \quad (3.32)$$

Завдяки ортогональності, ПФЕ дозволяє оцінити лінійні ефекти та ефекти взаємодії.

Ефектом фактора є зміна значення критерія оптимізації при змінні рівня фактора. Так, нехай ми маємо двох факторний експеримент з факторами А і В, то згідно з визначенням ефекту, вплив фактора А буде:

$$A = \frac{1}{2}[a - (1) + av - v], \quad (3.33)$$

де $a - (1)$ – означає, що фактор до А знаходиться на верхньому рівні (a), а ефект взаємодії факторів А і В знаходиться на нижньому рівні ($a^0 \cdot v^0 = 1$)

;

$av - v$ – означає, що фактор В знаходиться на верхньому рівні (v), а ефект взаємодії факторів А і В знаходяться на верхньому рівні (av).

Відповідно середній ефект фактора В запишеться:

$$B = \frac{1}{2}[v - (1) + av - a], \quad (3.34)$$

а відповідно середній ефект взаємодії факторів А і В:

$$AB = \frac{1}{2}\{[av - v] - [a - (1)]\} = \frac{1}{2}\{[av - a] - [v - (1)]\}, \quad (3.35)$$

Ефект взаємодії факторів АВ вважають за третій фактор.

При вивченні великої кількості факторів, можна вивчити більшу кількість ефектів взаємодії факторів. Кількість ефектів взаємодії факторів розраховують за залежністю:

$$C_k^m = \frac{k!}{m!(k-m)!}, \quad (3.36)$$

де $k!$ – факторіал кількості факторів, $k! = 1, 2, 3, \dots, k$;

$m!$ – факторіал кількість взаємодіючих факторів, $m! = 1, 2, 3, \dots, m$.

Порядок взаємодії факторів визначається так: ефекти факторів взаємодії нульового порядку; парні ефекти – є ефектами взаємодії першого порядку; потрійні ефекти – є ефекти взаємодії другого порядку тощо.

Ортогональність матриць планування дозволяє при обробці даних методом найменших квадратів, отримати незалежні один від одного оцінки коефіцієнтів

рівняння регресії. Це значить, що величина любого коефіцієнта не залежить від того, які величини мають інші коефіцієнти.

Ефекти взаємодії третього порядку фізично є невизначеними та є не значимими.

Незалежність оцінок коефіцієнтів моделі, які оцінюють ефекти, можна отримати тільки при спеціально запланованому експерименті, табл.6.

Наведена матриця задовольняє вимогам симетричності, нормуванню ортогональності та ротатабельності. Кодове позначення дослідів експерименту любого типу передбачає записування рядком латинськими буквами, де прийнята така умовність: позначається латинськими буквами відповідний фактор на верхнім рівні (*a, b, c, d, ...*) якщо декілька факторів в досліді на верхнім рівні, (*ab, bc, cd, або abc, abd, abe або abcd, abce, abc* тощо); якщо всі фактори в досліді на нижнім рівні то ставлять (1). Таким чином, матриця ПФЕ 2^2 запишеться: *ab, b, a, (1)* а матриця типу 2^3 запишеться: *abc, bc, ac, c, ab, b, a, (1)* тощо.

Матрицю для любого числа факторів (*k*) можна побудувати за одним із правил:

- для побудови матриці ПФЕ любого числа факторів *k* , необхідно двічі повторити матрицю планування для випадку (*k = 1*), спочатку при значенні нового (*k*-того) фактора на верхньому рівні, а потім на нижньому (див. табл.7);
- правило перемноження стовпчиків матриці, передбачає рядкове перемноження рівнів вихідної матриці отримують додатковий стовпчик добутку. Потім повторюємо отриманий план, а у отриманого додаткового стовпчика знаки змінюємо на зворотній. Цей же прийом повторюємо при отриманні матриць будь-якої розмірності. Так, при отриманні матриці плану типу 2^3 з планом типу 2^2 , використовуємо добуток $x_1 x_2$, при отриманні матриці плану типу 2^4 із плану типу 2^3 , використовуємо добуток $x_1 x_2 x_3$ і так далі;
- правило чергування знаків в першому стовпчику знаки змінюються по чергово, у другому – через два рази, у третьому - через чотири рази, в четвертому – через вісім тощо. Тобто знаки чергуються через 2^{k-1} , починаючи з другого стовпчика.

Побудована матриця планування дає можливість досліднику здійснити експеримент з дослідями потрібної повторності. Після цього, оцінюються ефекти факторів, які кількісно виражаються через значення відповідного коефіцієнта регресії. Значення вільного члена рівня регресії (ϵ_0) розраховують як середнє арифметичне всіх значень параметра оптимізації:

$$\epsilon_0 = \frac{\sum_{u=1}^N y_u}{N}, \quad (3.37)$$

де y_u – значення параметру оптимізації в *u* - ому досліді, $u = 1, 2, 3, \dots, N$;

N – кількість дослідів у матриці, $N = 2^k$.

Лінійні коефіцієнти регресії розраховують за залежністю:

$$\epsilon_1 = \frac{\sum_1^N x_{iu} y_u}{\sum_1^N x_{iu}^2} = \frac{\sum_1^N x_{iu} y_u}{N}, \quad (3.38)$$

де x_{iu} – кодоване значення фактора дослідів.

Так, при реалізації матриці, табл.7, записаної в загальному вигляді, ефекти факторів (значення коефіцієнтів) розраховуємо за залежностями, які записуються через дані таблиці

$$\epsilon_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4}, \quad \epsilon_1 = \frac{+y_1 - y_2 + y_3 - y_4}{4} \quad \text{та} \quad \epsilon_2 = \frac{+y_1 + y_2 - y_3 - y_4}{4}.$$

Таблиця 7.

Матриця планування 2^2

Номер дослідів	x_0	x_1	x_2	y
1	+	+	+	y_1
2	+	-	+	y_2
3	+	+	-	y_3
4	+	-	-	y_4

Звідси математична модель запишеться в загальному вигляді:

$$y = \epsilon_0 + \epsilon_1 x_1 + \epsilon_2 x_2.$$

Таким же чином отримують лінійну модель з 1,2,3,...к кількістю факторів, яка використовується для описування поверхні відгуку або для пошуку значень критеріїв (параметрів) оптимізації технологічної (технічної) системи.

Отримана лінійна модель дає можливість досліднику прийняти відповідні рішення інтерпретуючи належним чином модель. Переведення моделі з абстрактної математичного змісту на зміст зрозумілий експериментатором і є інтерпретацією моделі. Інтерпретація передбачає:

- оцінку величини і напрямку впливу окремих факторів і їх взаємодії;
- порівняння впливу сукупності факторів;
- перевірку правильності апріорної інформації;
- перевірка висунутих гіпотез про механізм досліджуваних процесів, явищ.

При цьому виникає безліч ситуацій, які відрізняються за адекватністю чи неадекватністю моделі, значимості чи не значимості коефіцієнтів регресії, положенням оптимуму тощо, рис.10, 11 і 12.

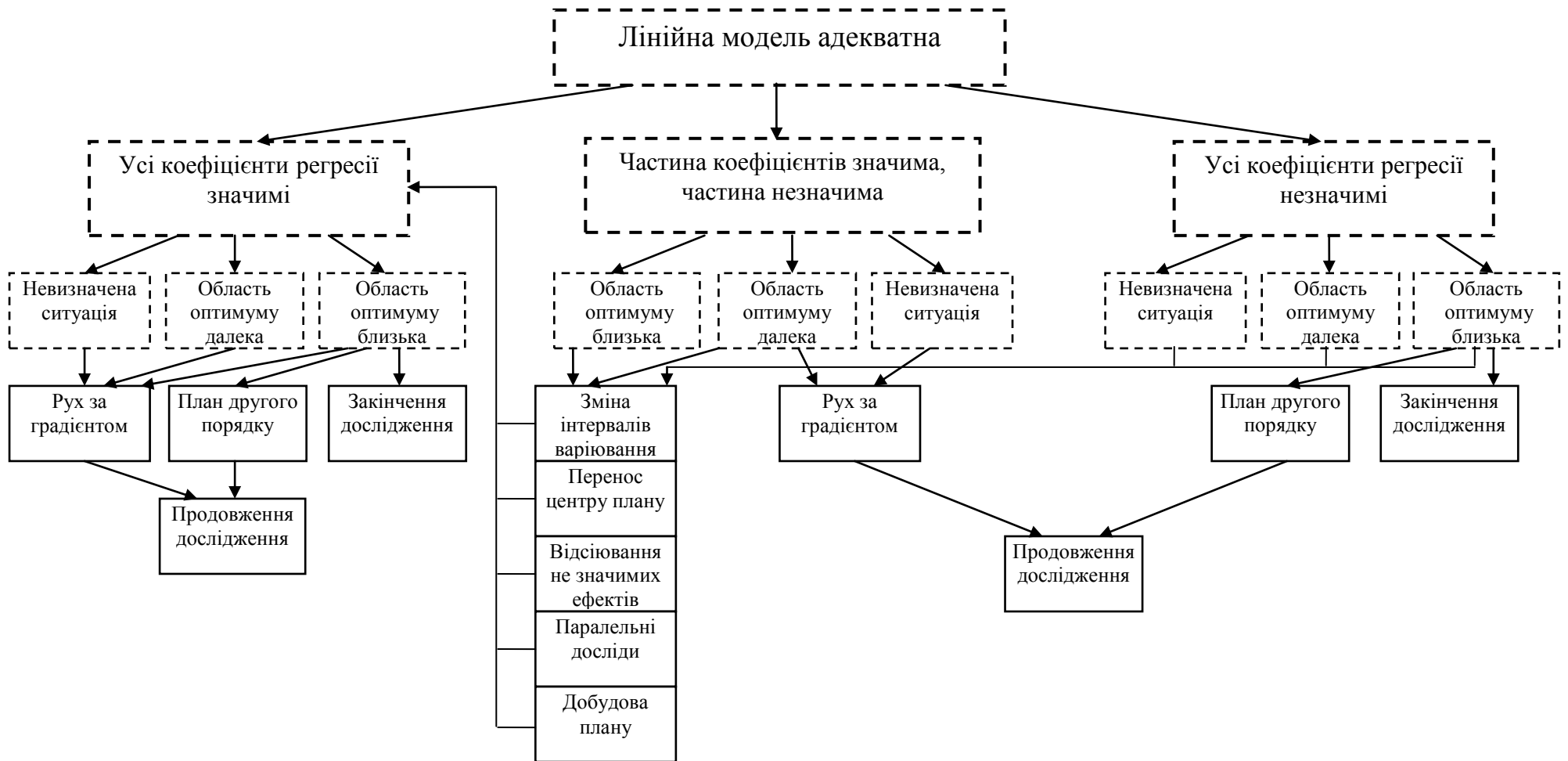


Рис. 10. Блок-схема приймання рішення в оптимальних задачах при адекватній лінійній моделі



Рис. 11. Блок – схема приймання рішення в оптимальних задачах при неадекватних лінійних моделях

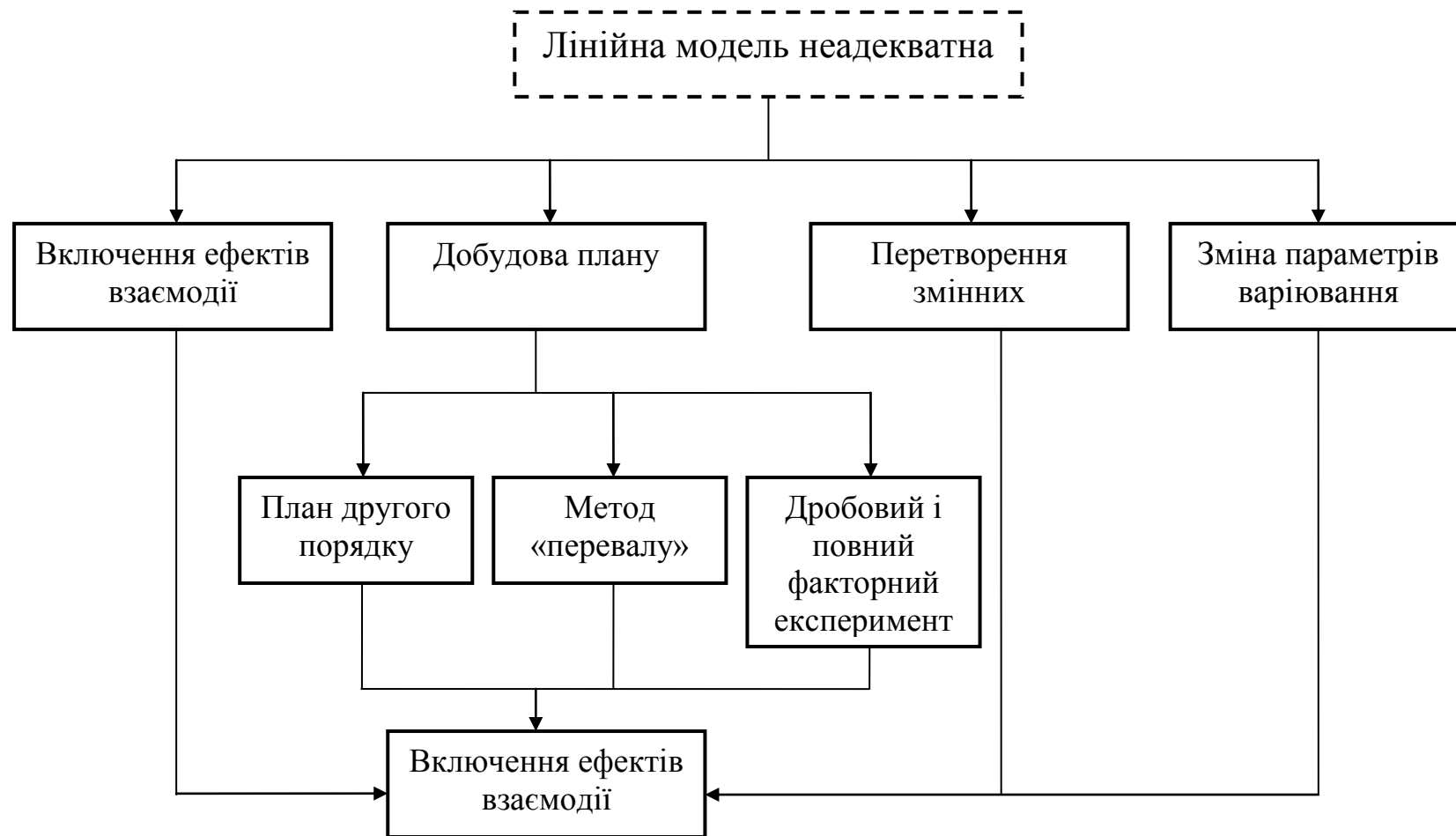


Рис. 12. Блок-схема приймання рішення при неадекватній лінійній моделі для отримання інтерполяційної залежності

Для лінійної адекватної моделі, рис.10 зі значимими коефіцієнтами регресії можливе: рух по градієнту, план другого порядку, закінчення дослідження. Якщо частина коефіцієнтів незначима, то можливі такі рішення, які дозволяють незначимі коефіцієнти перевести у значимі: зміна інтервалів варіювання факторів, перенесення центру плану, відсіювання не значимих факторів, паралельні досліди, добудова плану. Окрім того, можна рухатись за градієнтом, а якщо область оптимуму близько, то реалізувати план другого порядку або закінчити експеримент.

Якщо всі коефіцієнти не значимі, то вибирають рішення у реалізації плану другого порядку або закінчення досліджень (область оптимуму близько) або рішення, які дозволяють отримати значимі коефіцієнти регресії при далекій області оптимума та невизначеній ситуації.

Коли лінійна модель неадекватна, рис.11, і область оптимуму близько, то дослідження або закінчують або виконують план другого порядку. При цьому, коли область оптимуму далеко, то змінюють інтервали варіювання, переносять центр плану, добудовують план і рухаються за градієнтом. Якщо має місце невизначена ситуація то включають в план експерименту ефекти взаємодії, рухаються за градієнтом та продовжують дослідження.

При складанні інтерполяційної формули коли має місце неадекватна лінійна модель діють за алгоритмом блок-схеми, рис.12.

Отримана лінійна модель перевіряється на значимість коефіцієнтів та адекватність моделі процесу (явищу), який вона описує. При цьому перевірка базується на таких передумовах: параметр оптимізації є випадкова величина з нормальним розподіленням, дисперсія якого не залежить від його значення; фактори є не випадкові величини з певним взаємозв'язком. Якщо записати лінійну модель: $y = v_0 + vx$, то в графічній формі, з точки зору вимог адекватності моделі, ця модель зобразиться, рис. 13 а.

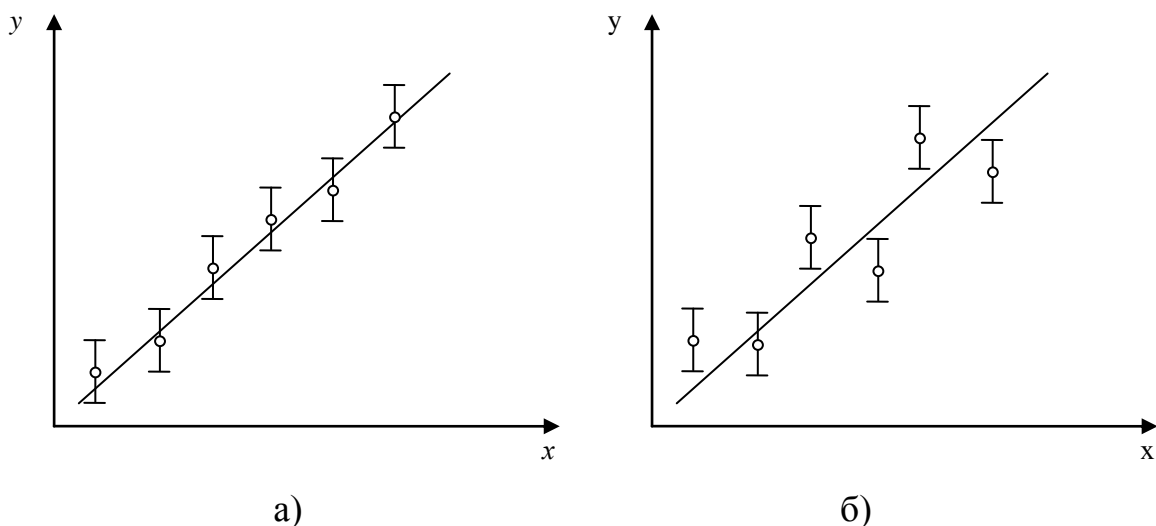


Рис. 13. До перевірки адекватності моделі:

$\bar{y} \pm \Delta y$ – вірогідний інтервал $\Delta x = \pm 2S_y$.

На рис.13 наведено два рисунки з однаковим розміщенням експериментальних точок, з однаковим значенням Δx відносно лінії моделі, але

з різним середнім розкидом (різна дисперсія відтворюваності). Розкид в точках показано відрізками прямих, рівних:

$$\Delta x = \pm 2S_y$$

Модель є адекватною на рис.13а, так як розкид у точках такого ж порядку, що і відносно лінії. На рис.13б адекватного буде нелінійна модель, так як лінійна залежність описує не точно результати експерименту. Це якісна і наглядна оцінка. Кількісну оцінку адекватності моделі здійснюють через значення залишкової суми квадратів на одну ступінь свободи. Числом ступенів свободи є різниця між кількістю дослідів N та кількістю коефіцієнтів, які розраховані за результатами дослідження:

$$f_{ad} = N - (k + 1), \quad (3.39)$$

де $k + 1$ – число факторів плюс вільний коефіцієнт b_0 .

Тоді

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta y_i^2}{f_{ad}}, \quad (3.40)$$

є залишковою або дисперсією адекватності. Щодо визначення f_{ad} , то необхідно пам'ятати правило: в плануванні експерименту кількість ступенів свободи для дисперсії адекватності рівне числу дослідів, результати яких використовуються при розрахунках коефіцієнтів регресії мінус число коефіцієнтів, які ми розраховуємо. Оцінку адекватності моделі виконують порівнюючи розрахункове значення критерія Фішера (F_p) та табличне ($F_{табл.}$) і воно має бути:

$$F_p \leq F_{табл.}, \quad (3.41)$$

а

$$F_p = \frac{S_{ad}^2}{S_y^2}, \quad (3.42)$$

де S_{ad}^2 – дисперсія адекватності;

S_y^2 – дисперсія параметра оптимізації або дисперсія відтворюваності при одній і тій же кількості паралельних дослідів (повторностей)

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^n (y_{im} - \bar{y}_i)^2}{N(n-1)}, \quad (3.43)$$

де \bar{y}_i – середнєарифметичне значення i -того дослідів, $i = 1, 2, 3, \dots, N = p^k$;

y_{im} – поточне значення i -того дослідів при m повторностях,

$m = 1, 2, 3, \dots, n$.

При різній кількості повторностей:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N S_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^N f_i}, \quad (3.44)$$

де S_i^2 – дисперсія порядкова з m повторностями (3.11);

f_i – число ступенів свободи порядкової дисперсії $f_i = m_i - 1$;

m_i – повторність в i - тому досліді.

Дисперсії (3.43) і (3.44) використовують лише коли вони є однорідними, тобто після перевірки за залежністю (3.15).

Отримавши S_y^2 розраховуємо F_p . За додатком В знаходимо значення $F_{табл.}$ і порівнюємо за залежністю (3.41). $F_{табл.}$ вибираємо за ступенями $f_{ад}$ та ступенем свободи дисперсії відтворюваності (параметра оптимізації):

$$f_{eid} = N(m-1), \quad (3.45)$$

де m – кількість повторностей досліді.

Відомо, що один фактор впливає на параметр оптимізації більше, а інший – менше. Для оцінки цього впливу використовують перевірку значимості коефіцієнтів, як виразників впливу факторів. Перевірку значимості кожного коефіцієнту виконують окремо, двома рівноцінними способами. Перший спосіб, – це перевірка за t -критерієм Стюдента, а другий – це побудова вірогідного інтервалу. За обома способами знаходять дисперсію коефіцієнтів регресії за залежністю:

$$S_{ei}^2 = \frac{S_y^2}{N}. \quad (3.46)$$

За t - критерієм оцінюємо значимість i - тих коефіцієнтів за формулою:

$$t_{ip} = \frac{|e_i|}{S_{ei}} = \frac{|e_i|}{\sqrt{S_{vi}^2}}, \quad (3.47)$$

де e_i – абсолютне значення i - того коефіцієнта моделі.

При умові що

$$t_{ip} > t_{табл.}, \quad (3.48)$$

де $t_{табл.}$ – табличне значення критерія Стюдента з числом свободи f_{eid} вибираємо з таблиці додатка Г, значимість e_i коефіцієнта є доказаною.

Другий спосіб передбачає для оцінки значимості коефіцієнтів використовувати вірогідний інтервал

$$\Delta e_i = \pm t_{табл.} S_{vi}, \quad (3.49)$$

тоді порівнюють і призначають i -тий коефіцієнт значимим при умові:

$$|e_i| > |\Delta e_i|. \quad (3.50)$$

Дотримання умов залежностей (3.48) і (3.50) дає підстави експериментатору перейти до пошуку локальної області оптимуму.

Для пошуку області оптимуму на лінійній поверхні відгуку, використовують такі методи: метод крутого сходження, метод Гауса-Зейделя, метод симплексів, метод випадкового пошуку. Найбільш ефективним і розповсюдженим є модифікація методу найшвидшого спуску – метод крутого сходження по поверхні відгуку.

Мовою математики, якщо модель предмета дослідження описується лінійним поліномом (3.17), коефіцієнти моделі e_i є окремими похідними

розкладання функції $y=f(\bar{X})$ в ряд Тейлора по степеням x_i , то область оптимуму шукають в напрямку градієнта з деяким кроком h_i :

$$\text{grad } y(\bar{X}) = b_1 \Delta X_1 + b_2 \Delta X_2 + \dots + b_k \Delta X_k. \quad (3.51)$$

Другим кроком крутого сходження є вибирання базового фактора з умови:

$$\max(b_i \cdot \Delta X_i) = h_a,$$

тобто фактор, для якого добуток коефіцієнта регресії (b_i) на крок варіювання (ΔX_i) має бути максимальним.

Третім кроком є вибирання кроку для базового фактора h_a або іншого, за порадою фахівців чи експертів чи за апріорною інформацією.

Вибір кроку крутого сходження є в певній мірі довільним. При цьому дотримують таких правил: при складанні величини кроку з нульовим рівнем фактора, сума (число) має давати координату, яка дещо за межами експериментальної області;

при виконанні розрахунків, табл.8 необхідно мати на увазі, що при пошуку мінімуму вихідної змінної, знаки коефіцієнтів заміняємо на протилежні;

якщо один із факторів в процесі руху до оптимуму досягає границі області визначення, то його можна зафіксувати і продовжувати рух до оптимуму за факторами, що залишились.

Таблиця 8

Вихідні данні і результати крутого сходження

Назва	Фактори				
	X_1	X_2	X_3		
Нульовий рівень X_{i0}	0,7	135	30		
Інтервал варіювання ΔX_i	0,2	5	15		
Розрахунок					
Коефіцієнти b_i	1,78	10,23	9,36		
Добуток $b_i \Delta X_i$	0,356	5140	140,40		
Крок h_a при зміні базового фактора X_2 на 5	0,0346	5	13,60		
Заокруглений крок варіювання	0,03	5	14,00		
Досліди	Круті сходження			Зміна стану	
				y	y_u
9	0,73	140	44	44,92	-
10	0,76	145	58	69,09	-
11	0,79	150	72	88,17	66,70
12	0,82	155	86	109,06	-
13	0,85	160	100	-	72,50
14	0,88	165	114	-	68,40

Четвертим кроком є – перерахунок складових градієнта на довільне позитивне число. Отриманий добуток лежить на градієнті. Складові градієнта перераховують за вибраним кроком крутого сходження базового фактора:

$$h_i = \frac{b_i \cdot \Delta X_i}{b_a \cdot \Delta X_a} \cdot h_a, \quad (3.52)$$

де (ΔX_i) – інтервал варіювання значних факторів.

При цьому b_i беруть зі своїми знаками, а кроки h_i округляють. За базовий фактор вибирають той, який має найбільший коефіцієнт v_i та характеризує вплив самого значимого фактора. І нарешті, останнім кроком є додавання складових градієнта до нульового рівня факторів.

Отримують серію значень факторів крутого сходження. Тепер переводять їх у кодовану форму за рівнянням (3.28) та підставляють у рівняння регресії. Отримують ряд прогнозованих значень параметра оптимізації $\check{\delta}$. Це так звані «уявні» досліди. Тобто необхідним є план експерименту типу 2^3 , рандомизовану матрицю якого наводимо повністю, табл.9.

Таблиця 9

Матриця плану та результати експерименту

Назва	Фактори				
	x_1	x_2	x_3		
Нульовий рівень	0,7	135	30		
Інтервал варіювання	0,2	5	15		
Верхній рівень	0,9	140	45		
Нижній рівень	0,5	130	15		
Досліди	План				Змінна стану, y
	x_0	x_1	x_2	x_3	
1	+	+	+	+	46,80
2	+	+	-	+	20,47
3	+	-	-	+	16,80
4	+	-	-	-	5,08
5	+	+	+	-	24,15
6	+	+	-	-	8,89
7	+	-	+	-	16,63
8	+	-	+	+	46,45

В результаті обробки даних отримали: $b_0=23,8$; $b_1=1,78$; $b_2=10,23$; $b_3=9,36$; $S_{a_0^2}=0,97$; $S_{b_1^2}=0,0144$; $S_{b_2}=0,12$; $\Delta b_1=0,31$; $S_{відм}=0,115$; $f_{відм}=4$; $f_{a_0}=4,12$; $F_p=8,4$, тобто $F_p > F_m$, тобто лінійна модель неадекватна. Посилаючись на рішення рис.10, де можна було б змінити інтервали варіювання та повторити експеримент. Можна перейти до пошуку оптимальної області і за неадекватною моделлю, так як попередній шлях повторення експерименту вимагає додаткових затрат. Окрім цього ефекти лінійних факторів значимі. Приймання вищезазначеного рішення є ризикованим, але на практиці часто є оправданим.

Отже, здійснюємо пошук локальної області оптимуму методом крутого сходження, приймаємо за базовий фактор $b_2=10,23$.

Апріорна інформація стверджує, що теоретичний вихід параметра оптимізації досягає до $y=95$, в той час коли результати дослідження, табл. 9, показують, що $y=46,80$ максимальне значення. Це свідчить про те, що до оптимуму далеко, і переходити до планування другого порядку немає підстав.

Аналіз отриманої лінійної моделі $y=23,8+1,78x_1+10,23x_2+9,36x_3$, вказує на те, що вона є несиметричною відносно коефіцієнтів, так як $b_1=1,78$, а $b_2=10,23$ і $b_3=9,36$, тобто останні значення є суттєво більшими. Ці властивості можна поліпшити шляхом зміни інтервалів варіювання факторів та перенесенням центру експерименту в одну із краєвих точок виконаного плану, табл. 9.

Вибраний крок для другого фактора x_2 , $h_2=5$, а величину кроків для факторів x_1 і x_3 визначаємо за залежністю:

$$h_1 = \frac{h_2(b_1\Delta X_1)}{b_2\Delta X_2} = \frac{5 \cdot (1,78 \cdot 0,2)}{10,23 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 0,356}{51,65} = 0,0346 \approx 0,03,$$

$$h_3 = \frac{h_2(b_3\Delta X_3)}{b_2\Delta X_2} = \frac{5 \cdot (9,36 \cdot 15)}{10,23 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 143,05}{51,65} = 13,60 \approx 14.$$

Записуємо результати у табл. 9.

Ілюструємо викладене навчальним прикладом [2,23]. Нехай нам необхідно записати деякий процес лінійною моделлю:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3,$$

Продовжуємо табл.9, де подано розрахунок «уявних» дослідів, за схемою для дослідів № 9:

$X_1=0,73$, де $X_{10}=0,7$, а округлення $h_{окр1}=0,03$, тоді кодоване значення

$$X_1 = \frac{0,73 - 0,7}{0,2} = \frac{3}{2};$$

$X_2=140$, де $X_{20}=135$, а округлено $h_{окр2}=5$, тоді кодоване значення

$$X_2 = \frac{140 - 135}{5} = 1;$$

$X_3=44$, де $X_{30}=30$, а округлено $h_{окр3}=14$, тоді кодоване значення $X_3 = \frac{44 - 30}{15} = \frac{14}{15}$;

підставляємо у лінійну модель процесу

$$\check{y}_9 = 23,8 + 1,78x_1 + 10,23x_2 + 9,36x_3 = 23,28 + 1,78 \cdot \frac{3}{2} + 10,23 \cdot 1 + 9,36 \cdot \frac{14}{15} = 44,92.$$

Записуємо $y=44,92$ в таблицю 9. Аналогічно поступаємо і в «уявному» досліді №10 де $\check{y}_{10}=66,09$, теж $\check{y}_{11}=88,17$, тобто результат зростає, що свідчить про приближення до області оптимуму. Ставимо у відповідності до умов дослідів №11 натуральний експеримент і отримуємо $y_{11}=66,70$, тобто значення суттєво менше значення $\check{y}_{11} > y_{11}$. Це свідчить, що лінійна модель, не працює за межами області дослідження. Проте $\check{y}_{12}=109,06$ дало зростання, $y_{13}=72,5$, що свідчить про зростання, тобто ці координати значення факторів близькі до теоретичного значення $y=95$. Виконуємо дослід №14 з його умовами, отримуємо $y_{14}=68,40$, що означає – параметр оптимізації знижується. Отже, ми

перейшли екстремум і знаходимось в області оптимуму. В цих координатах x_1 , x_2 , x_3 можна ставити дослідження за планами другого порядку. Проте даний оптимум може виявитись локальним. Для перевірки цього припущення плануємо подальше круте сходження, вибравши центр близько до знайденого оптимуму.

3.4. План експерименту другого порядку

Після досягнення області оптимуму, перед дослідником встає задача детального вивчення поверхні відгуку з оцінкою екстремуму. Крутизну гіперплощини факторного простору, значимість ефектів взаємодії факторів та квадратичних ефектів можуть описати поліноми високих порядків, серед яких найбільш часто використовуваними є рівняння другого порядку:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i,j=1}^n b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2. \quad (3.53)$$

Отримати модель (3.53) вищенаведеними способами неможливо із-за невиконання умов ортогональності. Для цього Боксом та Уілсоном у 1951р. розроблені композиційні (послідовні) плани. Графічна їх інтерпретація показана на рис. 14 при описуванні залежності $y = f(x_1, x_2)$.

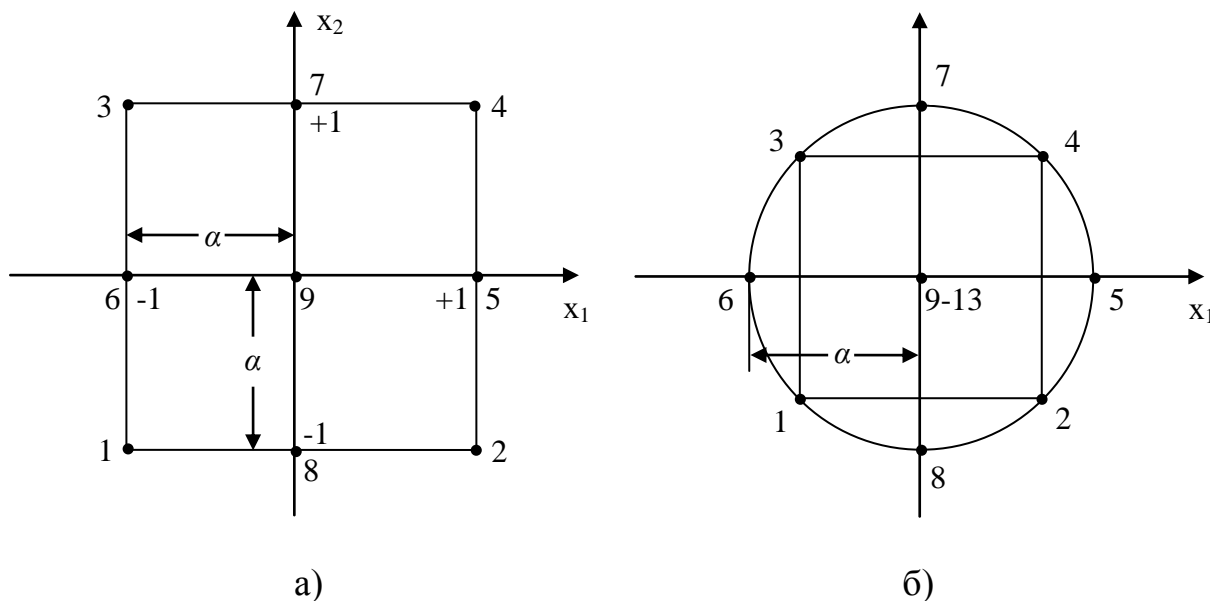


Рис. 14. План другого порядку при $k=2$:
а) ортогональний; б) рототабельний.

Таким чином, двофакторна залежність з x_1 та x_2 не може бути описана ПФЕ типу 2^2 , з дослідями 1-2-3-4, а необхідно додати $2k$ дослідів 5-6-7-8 (зірчасті точки), які розміщуються на осях x_1 та x_2 з координатами $(\pm\alpha; 0)$, та $(0; \pm\alpha)$ та дослід ($n_0=1$) 9, в центрі квадрата, щоб в будь-якому напрямку (5-9-6), (1-9-4), (3-9-2), (7-9-8), тощо, розміщувалися три точки, які визначають кривизну поверхні в цьому напрямку.

Загальну кількість дослідів і величину зірчастого плеча наведено в табл.10.

Таблиця 10

Загальна кількість дослідів планів другого порядку з кількістю факторів k

Кількість факторів, k	Кількість точок ядра, 2^k	Кількість зіркових точок, $2k$	Кількість нульових точок, n_0	Загальна кількість дослідів, N
2	4	4	1	9
3	8	6	1	15
4	16	8	1	25
5*	16	10	1	27
6*	32	12	1	45

* – з напівреплікою

Таблиця 11

Композиційний план другого порядку

Номер дослідів		Фактори						Результат
		x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	y_1^2	y_2^2	y_i
Ядро плану, 2^k	1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	y_1
	2	+1	+1	-1	-1	+1	+1	y_2
	3	+1	-1	+1	-1	+1	+1	y_3
	4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_4
Зіркові точки, $2k$	5	+1	+a	0	0	a^2	0	y_5
	6	+1	-a	0	0	a^2	0	y_6
	7	+1	0	+a	0	0	a^2	y_7
	8	+1	0	-a	0	0	a^2	y_8
Центр плану, n_0	9	+1	0	0	0	0	0	y_9

Ядро композиційного плану складає при $k < 5$, ПФЕ типу 2^k , а при $k > 5$ – дробову реліку від нього, типу 2^{k-p} .

Якщо лінійне рівняння неадекватне то, необхідно:

- добавляють $(2k)$ або $2(k-p)$ зіркових точок, які розміщені на осях факторного простору $(\pm\alpha, 0, 0, \dots, 0)$, $(0, \pm\alpha, 0, \dots, 0)$, \dots , $(0, 0, \dots, \pm\alpha)$, де α - зіркове плече;
- виконати n_0 дослідів, при значеннях факторів в центрі плану.

При k факторів загальна кількість дослідів в матриці композиційного плану має бути:

$$\begin{aligned}
 N &= 2^k + 2k + n_0 && \text{при } k < 5; \\
 N &= 2^{k-p} + 2(k-p) + n_0 && \text{при } k \geq 5
 \end{aligned}
 \tag{3.54}$$

Такі плани називаються центральними композиційними. При цьому величина зіркового плеча α та кількість дослідів у центрі плану n_0 залежить від

виду композиційного плану. Такий композиційний план для $k=2$ і $n_0=1$ подано в табл. 11.

3.4.1. Ортогональні композиційні плани другого порядку

План наведений в табл. 11 є не ортогональним, так як не дотримуються вимоги:

$$\sum_1^N x_{0j} x_{ij} = 0, \quad \sum_1^N x_{ij}^2 x_i^2 = 0. \quad (3.55)$$

Ортогональним цей план може стати, коли матиме місце умова:

$$\sum_1^N x_{0j} x'_{ij} = 0, \quad \text{де} \quad x'_{ij} = x_i^2 - \frac{\sum_1^N x_{ij}^2}{N} = x_i^2 - \bar{x}_i^2. \quad (3.56)$$

величина \bar{x}_i^2 залежить від кількості факторів k і плеча α

$$\bar{x}_i^2 = \frac{2^k - 2\alpha^2}{2^k + 2k + 1}.$$

Тоді математична модель матиме вигляд:

$$\bar{y} = x_0^1 + \sum_{s=1}^k b_s x_s + \sum_{i,j=1}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii}^1 x_i^1. \quad (3.57)$$

В подальшому композиційні плани приводять до ортогональних, вибираючи зіркове плече, табл. 12.

Таблиця 12

Значення зіркових плечей в ортогональних планах другого порядку

Кількість дослідів в центрі плану, n_0	Зіркові плечі α при різному числі факторів k			
	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$ (в ядрі напіврепліки)
1	1,000	1,215	1,414	1,546
2	1,077	1,258	1,471	1,606
3	1,148	1,353	1,546	1,664
4	1,214	1,414	1,606	1,718
5	1,267	1,471	1,664	1,772
6	1,320	1,525	1,718	1,819
7	1,369	1,575	1,772	1,868
8	1,414	1,623	1,819	1,913
9	1,454	1,668	1,868	1,957

10	1,498	1,711	1,913	2,000
----	-------	-------	-------	-------

Зокрема ортогональний план другого порядку $k=2$, і $n_0=1$ подано в табл.13.

Таблиця 13

Ортогональний центральний композиційний план другого порядку при $k = 2$

Номер досліду	Фактори						Результат	
	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	x_1'	x_2'		
Ядро плану, 2^k	1	+1	-1	-1	+1	$+1/3$	$+1/3$	y_1
	2	+1	+1	-1	-1	$+1/3$	$+1/3$	y_2
	3	+1	-1	+1	-1	$+1/3$	$+1/3$	y_3
	4	+1	+1	+1	+1	$+1/3$	$+1/3$	y_4
Зіркові точки, $2k$	5	+1	$\alpha = +1$	0	0	$+1/3$	$+1/3$	y_5
	6	+1	$\alpha = -1$	0	0	$+1/3$	$+1/3$	y_6
	7	+1	0	$\alpha = +1$	0	$-2/3$	$-2/3$	y_7
	8	+1	0	$\alpha = -1$	0	$-2/3$	$-2/3$	y_8
Центр плану, n_0	9	+1	0	0	0	$-2/3$	$-2/3$	y_9

В таблиці 13

$$x'_{ij} = x_{ij}^2 - \frac{\sum_{j=1}^9 x_{ij}^2}{9} = x_{ij}^2 - 2/3.$$

Матриця планування ортогональна, звідси коефіцієнти розраховують за залежностями:

$$b_i = \frac{\sum_{j=1}^N x_{ij} y_i}{\sum_{j=1}^N x_{ij}^2}, \quad b_{ii} = \frac{\sum_{j=1}^N x'_{ij} y_i}{\sum_{j=1}^N x'_{ij}{}^2}, \quad b_{ij} = \frac{\sum_{j=1}^N x_{ij} \cdot x_{ij}}{\sum_{j=1}^N (x_{ij} \cdot x_{ij})^2}. \quad (3.58)$$

а графічна інтерпретація подана рис. 14а.

Суми в знаменниках різні для лінійних, квадратичних та ефектів взаємодії. Тут коефіцієнти визначаються незалежно один від другого,

де: N – кількість дослідів, $N=2^k$, $N=1, 2, 3, \dots, u$;

i – номер стовпчика в матриці, $i=1, 2, 3, \dots, k$;

j – номер рядка, повторність дослідів, $j=1, 2, 3, \dots, m$.

Дисперсії коефіцієнтів моделі такі:

$$S_{bi}^2 = \frac{S_{\epsilon idm}^2}{\sum_{j=1}^N x_{ij}^2}; \quad S'_{bi}{}^2 = \frac{S_{\epsilon idm}^2}{\sum_{j=1}^N x'_{ij}{}^2}; \quad S'_{bu}{}^2 = \frac{S_{\epsilon idm}^2}{\sum_{j=1}^N (x_{ij} x_{ij})^2}. \quad (3.60)$$

Особливістю визначення коефіцієнтів регресії, які ми отримуємо за ортогональними планами другого порядку є їхня різна точність, в той час як ортогональні плани першого порядку забезпечували однакову точність, тому що план мав бути ще рототабельним.

Коефіцієнти математичної моделі та їх дисперсії зручно розраховувати за такими залежностями:

$$\begin{aligned} b'_0 &= p_1(OY), & S_{(b'_0)} &= p_2 S_y, \\ b_i &= p_3(iy), & S_{(b_i)} &= p_4 S_y, \\ b_{ii} &= p_5(iiy), & S_{(b_{ii})} &= p_6 S_y, \\ b_{ij} &= p_7(iiy), & S_{(b_{ij})} &= p_8 S_y, \end{aligned}$$

$$b_0 = b'_0 - \frac{p_1}{p_3} \cdot \sum_1^k b_{ii},$$

$$S_{b_0}^2 = S_{b'_0}^2 + \left(\frac{p_1}{p_3}\right)^2 k S_{(b_{ii})}^2.$$

Значення p_i наведені у табл. 14.

Таблиця 14

Значення коефіцієнтів $p_i \cdot 10^5$ для ортогональних планів

P_i	Число факторів			
	2	3	4	5
P_1	11111	6667	4000	3704
P_2	16667	9141	5000	4811
P_3	50000	23041	12500	7220
P_4	25000	12500	6250	6250
P_5	33333	25820	20000	19245
P_6	40825	30234	22361	21934
P_7	70711	48001	35355	26870
P_8	5000	35535	25000	25000

При розрахунку за матрицею з перетвореними стовпчиками для квадратичних ефектів отримуємо рівняння регресії у вигляді:

$$\tilde{\sigma} = b'_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i,u=1}^k b_{iu} x_i x_u + \sum_{i=1}^k b'_{ii} (x_i^2 - \bar{x}_i^2). \quad (3.61)$$

Для перетворення до звичайної форми моделі, необхідно перейти від b'_0 до коефіцієнта b_0 , використовуючи вираз:

$$b_0 = b'_0 - \sum_{i=1}^k b'_{ii} \bar{x}_i^2. \quad (3.62)$$

Дисперсія цього коефіцієнту розраховується за співвідношенням:

$$S_{b_0}^2 = S_{b'_0}^2 + \sum_{i=1}^k S_{b'_{ii}}^2 \cdot \bar{x}_i^2. \quad (3.63)$$

При відомій дисперсії відтворюваності, перевіряють значимість коефіцієнтів і адекватність моделі:

$$\check{\sigma} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i,u=1}^k b_{iu} x_i x_u + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^{-2}. \quad (3.64)$$

Значимість коефіцієнтів моделі перевіряється за критерієм Стьюдента:

$$t_i = \frac{|b_i|}{S_{b_i}}, \quad (3.65)$$

і при $t_i > t_{табл}$ коефіцієнт моделі є значимим.

Адекватність моделі перевіряємо за критерієм Фішера:

$$F_p = \frac{S_{ад}^2}{S_{відм}^2}, \quad (3.66)$$

при $F_p < F_{табл}$,

де $m_1 = (n - I)$ - число ступенів свободи дисперсії адекватності;

m_2 - число ступенів свободи дисперсії відтворюваності;

I - число коефіцієнтів у моделі другого порядку.

Число коефіцієнтів моделі другого порядку визначаємо:

$$I = \frac{(\kappa + 2)!}{2} = \frac{(\kappa + 2)(\kappa + 1)}{2}, \quad (3.67)$$

Ортогональні плани дозволяють отримати незалежні оцінки коефіцієнтів моделі. Проте вимогам ортогональності і ротатабельності відповідають лише плани для побудови лінійних моделей.

Так, нехай критерій оптимізації залежить від двох факторів ($\kappa = 2$). Для випадку ортогонального планування другого порядку, матриця навчального прикладу буде мати вигляд табл. 15.

Таблиця 15

План ортогонального планування при $k=2$

Номер досліду	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	$x_1'^2 = x_1^2 - \bar{x}_1^2 = \bar{x}_1^2 = x_1^2 - 2/3$	$x_2'^2 = x_2^2 - \bar{x}_2^2 = \bar{x}_2^2 = x_2^2 - 2/3$	Робоча матриця		
							y_1	y_2	y_n
1	+	+	+	+	0,33	0,33	2,5	120	50
2	+	-	+	-	0,33	0,33	1,3	120	67
3	+	+	-	-	0,33	0,33	2,5	20	70
4	+	-	-	+	0,33	0,33	1,3	20	60
5	+	-	0	0	0,33	0,67	1,3	70	70
6	+	+	0	0	0,33	0,67	2,5	70	56
7	+	0	-	0	-0,67	0,33	1,9	20	73
8	+	0	+	0	-0,67	0,33	1,9	120	60
9	+	0	0	0	-0,67	-0,67	1,9	70	62
Сума квадратів	9	6	6	4	2	2			

Зв'язок між кодованими та іменними величинами:

$$x_1 = \frac{c-1,9}{0,6}, \quad x_2 = \frac{t-70}{50},$$

де *c i t* – іменні величини (фактори) досліду.

На цій підставі отримуємо робочу матрицю табл.15. Тут же наведені і експериментальні дані (y_u).

Розраховуємо коефіцієнти моделі

$$\hat{\sigma} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2,$$

за залежностями (3.58).

$$b_1 = \frac{1}{6}(50 - 65 + 70 - 60 - 70 - 56) = -3,50,$$

$$b_2 = \frac{1}{6}(50 + 60 - 70 - 60 - 73 + 60) = -4,33,$$

$$b_{12} = \frac{1}{4}(50 - 67 - 70 + 60) = -6,75,$$

$$b_{11} = 0,5[0,33(50 + 67 + 70 + 60 + 70) - 0,67(73 + 50 + 62)] = -3,78,$$

$$b_{22} = 0,5[0,33(50 + 67 + 70 + 73 + 60) - 0,67(70 + 56 + 62)] = -0,30,$$

$$b'_0 = \frac{568}{9} = 63,11,$$

$$b_0 = b'_0 - b_{11}\bar{x}_1^2 - b_{22}\bar{x}_2^2, \text{ то } \bar{x}_i^2 = 2/3, \text{ а } b_0 = b'_0 - 0,67 \cdot b_{11} - 0,67b_{22} = 65,84.$$

Оцінка значимості b_{11} і b_{22} показали, що вони незначимі, тоді модель запишеться:

$$\hat{\sigma} = 65,84 + 3,50x_1 - 4,33x_2 - 6,75x_1x_2,$$

Перевірка на значимість коефіцієнтів і адекватність моделі підтвержені.

3.4.2 Рототабельні плани другого порядку

Прийнятий критерій ортогональності для планів другого порядку є недостатнім в зв'язку з тим, що мають місце різні оцінки дисперсій коефіцієнтів моделі. Отже, в різних напрямках факторного простору модель забезпечує різну кількість інформації. В 1957 році Бокс і Хантер доказали, що оптимальним плануванням другого порядку є рототабельне планування, яке забезпечує рівномірну інформацію моделі. Це обумовлює раціональну оптимізацію та інваріантність плану відносно центру обертання. Досліднику відома область факторного простору, яка його цікавить. Умовою рототабельності центрального композиційного плану є величина зірчастого плеча α :

$$\alpha = 2^{\frac{k}{4}} \text{ при } K < 5,$$

$$\alpha = 2^{\frac{k-p}{4}} \text{ при } K > 5, \quad (3.67)$$

де k – кількість факторів;

p – дробовість репліки, для ПФЕ $p=0$, для $1/2$ репліки $p=1$, для $1/4$ репліки $p=2$ тощо.

Кількість точок в центрі плану n_0 збільшують, в порівнянні з ортогональним планом. Загальну кількість дослідів рототабельного плану визначають із залежності:

$$N = 2^k + 2 \cdot k + n_0, \quad (3.68)$$

Таблиця 16

Дані для побудови центральних композиційних рототабельних планів другого порядку

Кількість факторів, k	Кількість точок				Величина плеча, α	Примітки (про ядро плану)
	ядра n_α	зіркових точок, n_α	нульових точок, n_0	Загальна кількість дослідів, N		
2	4	4	5	13	1,414	-
3	8	6	6	20	1,628	-
4	16	8	7	31	2,000	-
5	32	10	10	52	2,378	-
5	16	10	6	32	2,000	напіврепліка
6	64	12	15	91	2,828	-
6	32	12	9	53	2,378	напіврепліка
7	128	14	21	163	3,333	-
7	64	14	14	92	2,828	напіврепліка

Обґрунтування величини зіркового плеча α розглянемо на прикладі матриці рототабельного плану другого порядку для $k = 2$, табл.17.

Розміщення точок плану графічно подано на рис.14б. Для забезпечення рототабельності необхідно точки 5, 6, 7, 8 віддалити від центру плану на $\alpha=1,414$ більше, ніж точки 1, 2, 3, 4 від осей факторів x_1 та x_2 . Як наслідок всі точки плану, табл.17, будуть лежати на колі, що описує ці точки. Враховуючи суттєвий вплив на функцію відгуку випадкової помилки, в точці 9, доцільно ставити декілька паралельних дослідів.

Таблиця 17

Рототабельний план другого порядку, $k=2$

Номер дослідів		Фактори						Результат вимірів
		x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	x_1^2	x_2^2	
Ядро плану, 2^2	1	+1	-1	+1	-1	+1/3	+1/3	y_1
	2	+1	+1	+1	+1	+1/3	+1/3	y_2
	3	+1	-1	-1	+1	+1/3	+1/3	y_3
	4	+1	+1	-1	-1	+1/3	+1/3	y_4
Зіркові точки, $2 \cdot 2$	5	+1	0	0	0	2	0	y_5
	6	+1	0	0	0	2	0	y_6
	7	+1	1,414	1,414	0	0	2	y_7
	8	+1	1,414	1,414	0	0	2	y_8

Центр плану, n_0	9	+1	0	0	0	0	0	y_9
	10	+1	0	0	0	0	0	y_{10}
	11	+1	0	0	0	0	0	y_{11}
	12	+1	0	0	0	0	0	y_{12}
	13	+1	0	0	0	0	0	y_{13}

При ротатабельному плануванні другого порядку великий обсяг розрахункової роботи на стадії обробки експериментальних даних. Тому розрахунки доцільно при, $k > 5$, виконувати на ЕОМ. При $k < 5$ розрахунки можна виконувати вручну за відомими залежностями:

$$b_0 = \frac{2A}{N} \left[(\lambda_4^*)^2 (k+2) \sum_1^N y_u - C \lambda_4^* \sum_1^N \sum_1^k x_{iu}^2 y_u \right], \quad (3.69)$$

$$b_i = \frac{\sum_1^N x_{iu} y_u}{N - n_0}, \quad (3.70)$$

$$b_{ij} = \frac{C^2}{N \lambda_4^*} \sum_1^{n_a} x_{iu} x_{ju} y_u,$$

$$b_{ii} = \frac{A \cdot C^2}{N} \left[(k+2) \lambda_4^* - k \right] \sum_1^N x_{iu}^2 y_u + \frac{AC^2}{N} (1 - \lambda_4^*) \cdot \sum_1^N \sum_1^k x_{iu}^2 y_u - \frac{2AC}{N} \lambda_4^* \sum_1^N y_u, \quad (3.71)$$

$$C = \frac{N}{N - n_0}, \quad (3.72)$$

$$A = \frac{1}{2 \lambda_4^* [(k+2) \lambda_4^* - k]}. \quad (3.73)$$

При визначенні значимості коефіцієнтів моделі використовують такі формули дисперсій:

$$S_{b_0}^2 = \frac{2A \lambda_4^* (k+2)}{N} \cdot S_{\bar{y}}^2, \quad (3.74)$$

$$S_{b_i}^2 = \frac{S_{\bar{y}}^2}{N - n_0}, \quad (3.75)$$

$$S_{b_{ij}} = \frac{C^2}{N} S_{\bar{y}}^2, \quad (3.76)$$

$$S_{b_{ii}} = \frac{AC^2 [(k+1) \lambda_4^* - (k-1)]}{N} \cdot S_{\bar{y}}^2, \quad (3.77)$$

При використанні ротатабельних планів другого порядку, дисперсію відтворюваності можна оцінити за дослідями в центрі плану. Тому при перевірці адекватності моделі розраховують залишкову суму квадратів:

$$S_1^2 = \sum_{j=1}^n (y_j - \delta)^2, \quad (3.78)$$

з числом ступенів свободи

$$m_1 = n - \frac{(k+2)(k+1)}{2}. \quad (3.79)$$

Суму квадратів відтворюваності:

$$S_2^2 = \sum_{j=1}^n (y_{oj} - \check{\delta}_{oj})^2, \quad (3.80)$$

з числом ступенів свободи

$$m_2 = n_0 - 1. \quad (3.81)$$

Суму квадратів, що характеризують неадекватність:

$$S_3^2 = S_1^2 - S_2^2, \quad (3.82)$$

з числом ступенів свободи

$$m_3 = m_1 - m_2. \quad (3.83)$$

Перевіряють адекватність за критерієм Фішера:

$$F_p = \frac{S_3^2 \cdot m_2}{S_2^2 \cdot m_3}, \quad (3.84)$$

Модель адекватна коли $F_p < F_m$, тоді виконують оцінку оптимальних параметрів. При неадекватній моделі, зменшують інтервали варіювання факторів або переносять центр плану у іншу точку факторного простору. Якщо і в цьому ряді модель неадекватна, то переходять до планів третього порядку.

Слід відзначити, що при плануванні другого порядку при $k=2\dots 8$, можна використовувати Д-оптимальні плани Бокса, Хартлі, Кіфера, Коно, які мають готові матриці планування і є оптимальними до мінімальної та максимальної дисперсій, дисперсій передбачених значень та визначника інформаційної матриці [9,23].

4. Оптимізація об'єктів дослідження

4.1. Машинна обробка результатів досліджень

Розрахунки в Excel виконують за формулами. Всі формули мають таку структуру: вони починаються зі значення рівно (=), потім записують операнду (значення, посилання на комірки), діапазони і їх ім'я, назва функцій. Це все розділяється операторами (символами), які суміщають операнди певним чином.

Приклад: $\frac{a + b \sin x}{2xc}$,

де операнди: a , b , $a + \sin x$, 2 , c ;

оператори: $+$, \times , $:$.

Введення формули на робочий листок:

- вибрати і активізувати комірку для введення формули;
- ввести знак рівно, що означає для програми Excel, що ви будите вводити формулу;
- записати всі оператори та операнди;
- натисніть Enter для підтвердження формули.

Програма Excel має такі механізми введення:

- записуємо знак (=), Excel переходить в режим введення, який забезпечує для введення операторів і операнд формули;
- при натисканні на кнопки навігації клавіатури (клавіші зі стрілками, клавіші «Page Up», «Page Down», «Home» і «End») і, якщо клікаємо мишкою по будь-якій комірці робочого листа, то ми переводимо програму в режим вказування. В цьому режимі комірки або їх діапазони вибираються як операнди;
- при натисканні на клавішу «F₂» Excel переходить в режим редагування. При цьому можна виконувати зміни у формулі. В цей же режим можна увійти двічі, клікнув по комірці з формулою або просто всередині формули. В цьому режимі можна використовувати клавіші "→" "←" для переміщення по різним частинам формули для видалення чи вставлення символів. Для повернення в режим введення, необхідно натиснути на кнопку «F₂».

При цьому, в рядку стану, лівий нижній кут екрану, ви можете бачити режим в якому знаходиться Excel.

Для аналізу даних досліджень, доцільно їх подати в графічному вигляді та у вигляді математичної моделі. Цього досягають, використавши табличний редактор Excel – 2003 або Excel – 2007, [20].

Зупинимось на особливостях використання Excel – 2007. Інструменти для побудови графіків та їх описування у аналітичній формі (апроксимації) знаходяться відповідно на вкладках «Вставка» і «Макет». На вкладці «Вставка» є панель «Діаграми» на якій розміщено сім кнопок для побудови графіків і діаграм різних виглядів. Для роботи з конкретним елементом панелі, вибирають потрібний (клікаємо лівою кнопкою мишки), а при необхідності викликаємо контекстне меню (клікаємо правою кнопкою мишки). З меню вибираємо

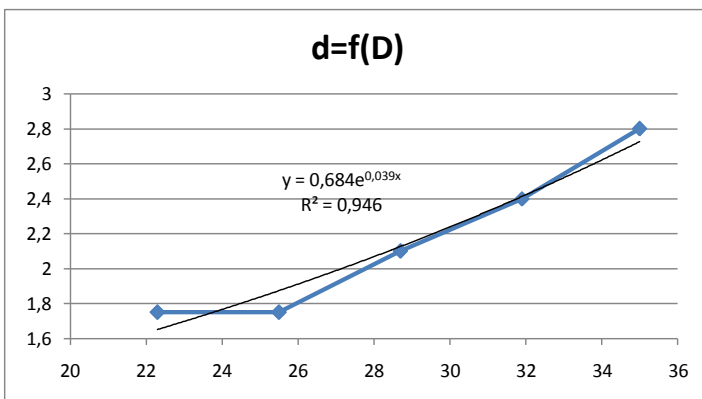
потрібні дії та налагоджуємо відповідні параметри. Оформлення графіків та діаграм виконуємо за допомогою інструментів вкладки «Конструктор». Як показує практика, частіше всього використовують інженери для аналізу результатів досліджень кнопки «Графік» та «Точкова» панелі «Діаграми».

Алгоритм побудови графічної залежності полягає в наступному:

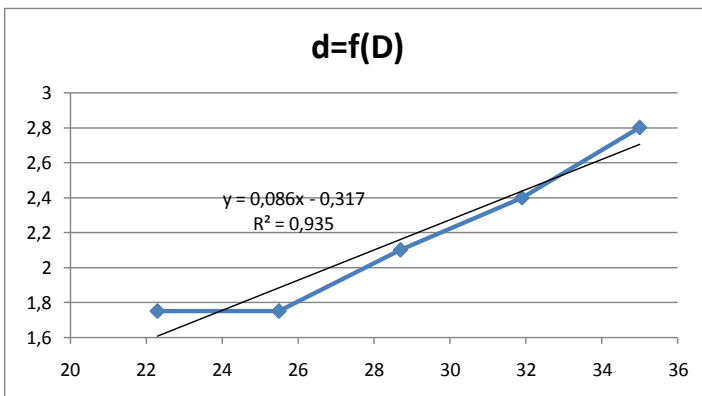
- включаємо табличний редактор Excel;
- набираємо результати досліджень у вигляді таблиці, де перший стовпчик є значення аргументу (x), а другий, третій і т.д. стовпчики – функція (y_i);
- клікнути лівою кнопкою мишки (ЛКМ) полюбій клітинці таблиці листа Excel, поза межами набраної таблиці, активізувати її;
- клікаємо ЛКМ по вкладці «Вставка» панелі «Діаграми», вибираємо один із типів графічного зображення: «Гістограми», «Графік», «Кругова», «Лінійна», «З областями», «Точкова» чи «Інші діаграми». Для інженерних досліджень, найбільш доцільними є: «Точкова», «Графік», та «Інші діаграми». В «Інших діаграмах» широковживаною є «Пелюсткова» (Полярна). При включенні типів діаграм «Точкова» чи в окремих випадках «Графік» доцільно вибрати перші з переліку;
- клікнувши по вибраному графіку ЛКМ, отримуємо тільки поле під графік. Якщо отримано, за тих чи інших причин готовий графік, то робота з таким графіком ускладнюється. Активізованою є вкладника «Конструктор», а в не активізованій вкладці «Розмітка сторінки» активізованим є «Вибрати дані»;
- клікнути ЛКМ по «Вибрати дані», отримаємо діалогове вікно «Вибір джерела даних» де активізованим є «Добавить», клікаємо по ньому. Появляється вікно «Зміна ряду»;
- у вікні «Зміна ряду» записати ім'я ряду, де записуємо назву залежності у вигляді $y = f(x)$. Ставимо курсор на рядок значення x , активізуємо x , клікнувши по стовпчику даних з x . Дані x записуються у рядок «Значення x » діалогового вікна «Зміна ряду». Ставим курсор на рядок «Значення y », очищаємо рядок «Значення y » від значень та знака «=», активізуємо один із стовпчиків з даними « y ». Дані запишуться в рядок. Натискаємо кнопку *OK* цього ж вікна;
- появляється вікно «Вибір джерела даних» клікаємо по кнопці *OK*, якщо у нас функція $y = f(x)$. Якщо ж у нас дані досліджень мають декілька функцій, які необхідно проаналізувати, а саме: $y_1 = f_1(x)$, $y_2 = f_2(x)$, $y_3 = f_3(x)$ тощо, то при наявному вікні «Вибір джерела даних» натискаємо на кнопку «Добавить», записуємо у діалогове вікно «Зміна ряду» нові значення y_2 при тих же значеннях x . І так повторюємо цю процедуру стільки разів, скільки ми маємо значень функції, накладаючи один графік на інший. Після цього редагуємо графіки. Для цього прибираємо «Легенду» - активізуємо її і натискаємо на клавішу «Delete». Уточняємо масштаб, для цього клікаємо правою кнопкою мишки (ПКМ) по цифрі значень x чи y . Відкривається вікно, де натискаємо кнопку

«Формат осі». У діалоговому вікні «Формат осі» ставимо параметр осі (мінімальне, максимальне тощо) в положення «Фіксоване» записуємо потрібне значення та натискаємо кнопку вікна «Закрити». Масштаб на тій чи іншій осях скорегується. Потім підписуємо осі. Для цього клікаємо ЛКМ по вкладці «Макет» вибираємо кнопку «Осі» вибираємо і записуємо потрібну назву. Окрім цього, щоб забезпечити зручне читання рисунка, наносимо горизонтальну та вертикальну сітку, клікнувши по кнопці «Сітка». Вкладка «Макет» вмикається лише при активізованому полі рисунка.

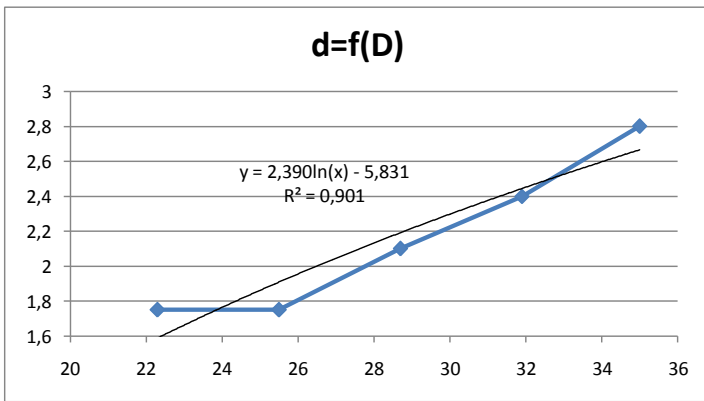
Для апроксимації графічної залежності математичною залежністю, натискаємо кнопку «Аналіз» кліком ЛКМ, потім кнопку «Лінія тренду», вибираємо і клікаємо по кнопці «Додаткові параметри лінії тренду». Відкривається діалогове вікно «Формат лінії тренду». Вибираємо апроксимуючу криву рис.15, в якій коефіцієнт вірогідності апроксимації (R^2) має найвище значення.



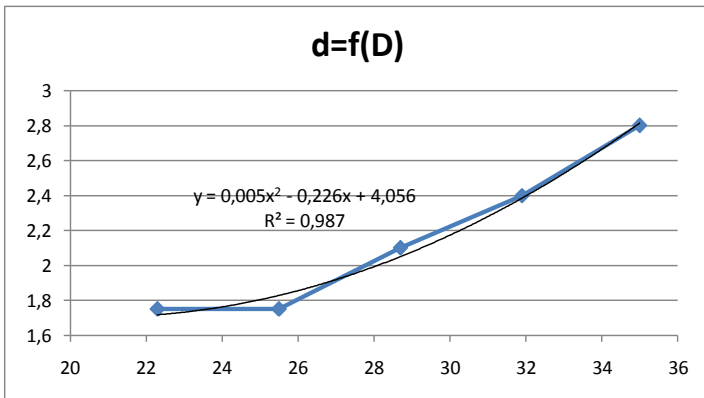
1.Експоненціальна функція



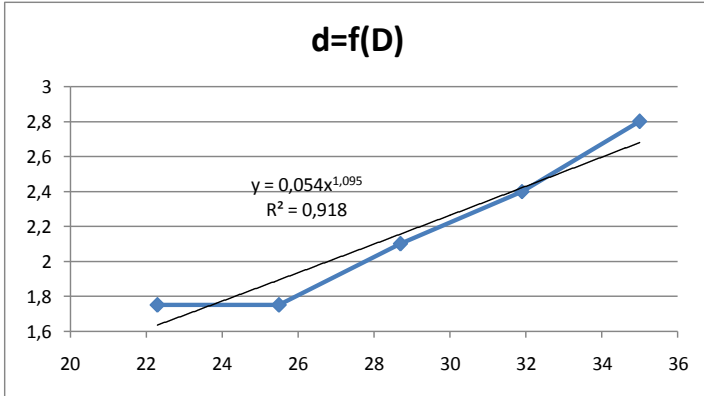
2.Лінійна функція



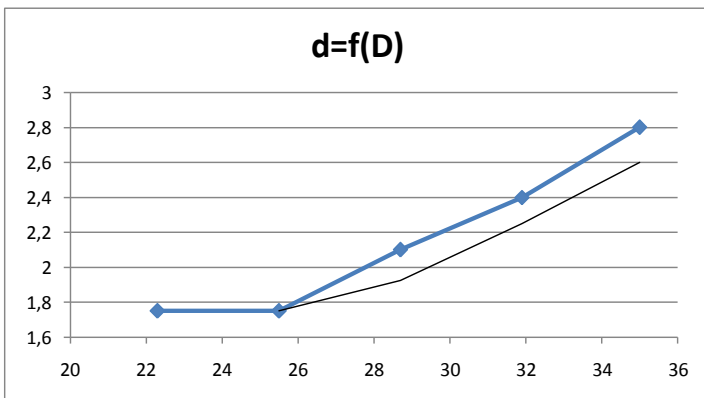
3.Логарифмічна функція



4.Поліномінальна функція



5.Степенева функція



6.Лінійна фільтрація

Рис.15 Формат лінії тренду

Для нашого прикладу це поліноміальна функція $y = 0.005x^2 - 0.226x + 4.056$ з $R^2 = 0.987$ і виносимо дану криву до друку. Для цього клікаємо, ЛКМ по (для нашого прикладу) кнопках: «Поліноміальна», «Показати рівняння на діаграмі» та «Уміщати на діаграму величини вірогідності апроксимації» і «Закрити». Отримана залежність, при необхідності редагується, вищеописаним методом. Після цього переміщуємо графік ближче до таблиці, з умовою щоб його не перетинала розділювальна пунктирна лінія $I - j$. Якщо цієї умови не дотримались, то друкування буде здійснюватися на двох аркушах, з розривом на дві частини рисунка. При цьому обов'язково необхідно активізувати вічко поза таблицю. Для перенесення графіка, клікаємо ЛКМ по верхньому лівому маркеру рамки графіка і перетягуємо його, в зручне місце екрану. Для змінювання розмірів, розтягуємо чи стискуємо потрібні сторони рисунка. Після цього, включаємо друкування. Отриманий графік сумісно з аналітичною моделлю, описаного процесу, легко аналізується та інтерпретує процес, що вивчається. Особливо доцільним є аналіз суміщених графічних залежностей процесів (явищ).

4.2. Канонічне перетворення моделей

Після перевірки моделі процесу

$$y = \epsilon_0 + \sum_1^{\kappa} \epsilon_i x_i + \sum_1^{\kappa_1} \epsilon_{ij} x_i x_j + \sum_1^{\kappa_2} B_{ii} x_i^2, \quad (4.1)$$

на значимість коефіцієнтів і адекватність моделі процесу, необхідно визначити координати оптимуму та вивчити властивості поверхні відгуку. Частіше всього для цього використовують перетворення в типову канонічну форму

$$Y - Y_s = B_{11} X_1^2 + B_{22} X_2^2 + \dots + B_{kk} X_k^2 \quad (4.2)$$

де Y – значення критерія оптимізації;

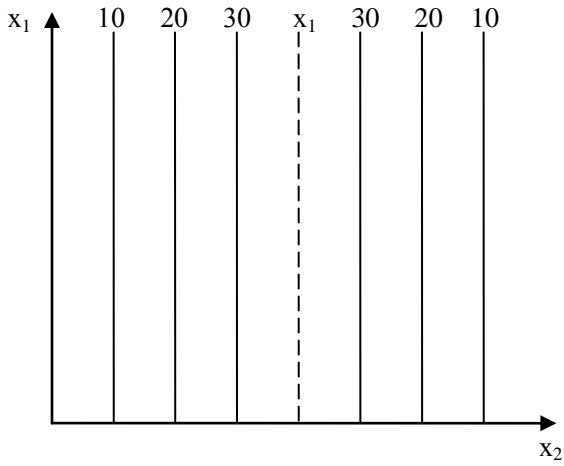
Y_s – значення критерія оптимізації у оптимальній точці;

X_1, X_2, \dots, X_k – нові осі координати повернуті відносно старих X_1, X_2, \dots, X_k ;

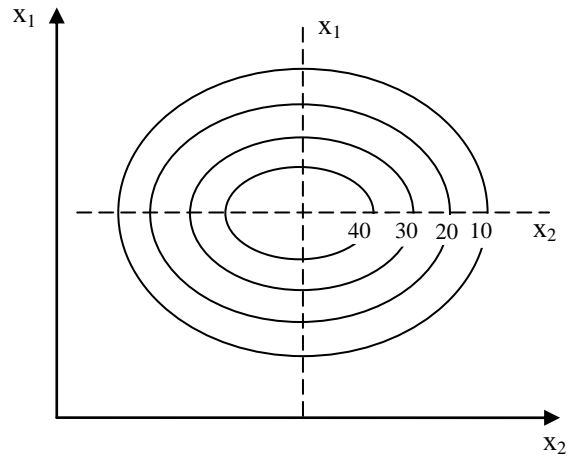
$B_{11}, B_{22}, \dots, B_{kk}$ – коефіцієнти математичної моделі у канонічній формі.

Таким чином, для перетворення моделі (4.1) у (4.2) необхідно перенести початок координат у нову точку S та здійснити поворот старих координат на кут, в зв'язку з чим зникають члени $\epsilon_i x_i$, $\epsilon_{ij} x_i x_j$ та змінюється значення ϵ_0 .

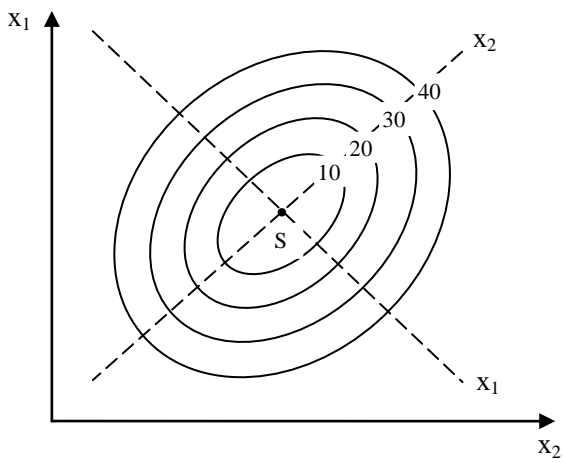
Щоб перенести початок координат в оптимальну точку поверхні відгуку, необхідно продиференціювати функцію відгуку за кожною змінною та прирівняти до нуля частинні похідні, розв'язати отриману систему рівнянь, тобто знайти значення факторів, які оптимізують значення критерію оптимізації. При числі факторів $\kappa \leq 3$ про функцію відгуку можна мати наочне геометричне уявлення. Зафіксувавши значення Y в залежності (4.2) отримаємо серію кривих рівного виходу ізоліній, рис.16.



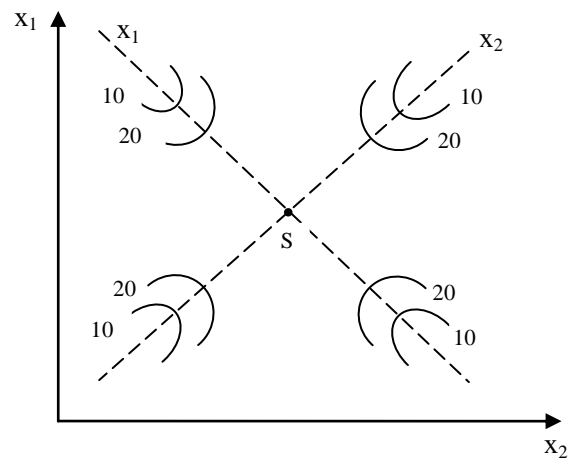
а)



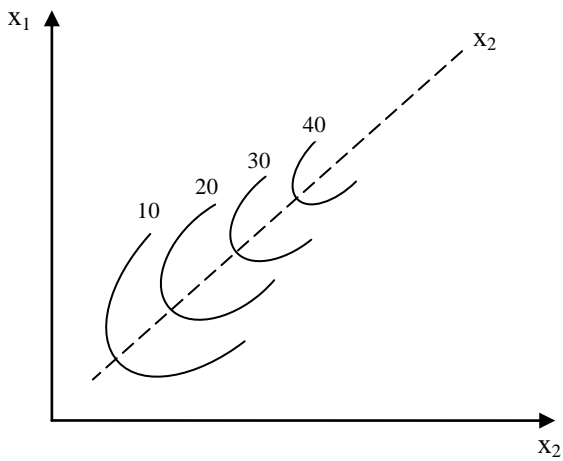
б)



в)



г)



д)

Рис. 16. Проекції кривих рівного виходу, отриманих при перетині поверхонь функцій відгуку:
 а) паралельні площини;
 б) горб;
 в) западина;

- г) сідловина;
- д) підвищувальний гребінь.

Аналіз множини поверхонь другого порядку поділяються:

а) поверхні, що мають екстремум, рис.16б і 16в; в цьому випадку всі коефіцієнти моделі у канонічній формі мають однакові знаки і центр фігури знаходиться близько до центру експерименту;

б) поверхні типу мінімаксу, рис.16г, в математичній моделі якого, коефіцієнти мають різні знаки, а центр фігури знаходиться близько до центру експерименту;

в) поверхні типу підвищувального гребеня, 16д, в математичній моделі якої один із коефіцієнтів близький до нуля, а центр фігури знаходиться у нескінченності.

Якщо один із коефіцієнтів моделі рівний нулю, то поверхня відгуку називається стаціонарним підвищенням, рис.16а. тут немає центру з максимумом параметра оптимізації і центром може бути люба точка на осі, що відповідає нульовому значенню коефіцієнта регресії в канонічній формі. Так, при канонічним перетворені моделі другого порядку для $k=2$ отримуємо рівняння:

$$\hat{O} - \hat{O}_s = B_{11} \tilde{O}_{11}^2 + B_{22} \tilde{O}_2^2, \quad (4.3)$$

Дане рівняння в залежності від знака і величин B_{11} і B_{22} можливо матиме чотири види контурних кривих з рівними значеннями параметра оптимізації, рис.16а,б,в,г,д.

Так, коефіцієнти B_{11} і B_{22} мають однакові знаки. Криві рівного виходу в цьому випадку будуть еліпсами. При $B_{ii} < 0$ центр еліпсів буде максимумом, а при $B_{ii} > 0$ мінімумом. Якщо $|B_{22}| < |B_{11}|$, то еліпс витягнутий по осі X_2 і навпаки, рис.16 б,в.

Коефіцієнти B_{11} і B_{22} мають різні знаки. Криві рівного виходу є гіперболами. Центр фігури є сідлом, або мінімаксом. В залежності від співвідношення абсолютних величин коефіцієнтів B_{11} і B_{22} зміна параметра оптимізації є різною, рис.16г. Один із коефіцієнтів близький або рівний нулю, допустимо $B_{22} = 0$ то, центр знаходиться в нескінченності. Поверхня відгуку є гребнем рис. 16д. Якщо $B_{22} \approx 0$, то центр фігури знаходиться влюбій точці на осі X_2 . Криві рівного виходу рис.16а, зустрічаються рідко.

Таблиця 18

Типові поверхні відгуку канонічного рівняння $k=2$

Номер типу	Коефіцієнти			Криві рівного виходу	Геометрична інтерпретація	Центр
	Співвідношення	Знаки				
		B_{11}	B_{22}			
1	$B_{11} = B_{22}$	-	-	Коло	Округла випуклість	Максимум
2	$B_{11} = B_{22}$	+	+	Коло	Округла западина	Мінімум
3	$B_{11} > B_{22}$	-	-	Еліпси	Еліпсовидна опуклість	Максимум
4	$B_{11} > B_{22}$	+	+	Еліпси	Еліпсовидна западина	Мінімум
5	$B_{11} = B_{22}$	-	+	Гіперболи	Симетричне сідло	Сідлова точка
6	$B_{11} = B_{22}$	-	+	Гіперболи	Симетричне сідло	Сідлова точка

7	$B_{11} > B_{22}$	+	-	Гіперболи	Витягнуте сідло по осі x_2	Сідлова точка
8	$B_{22} = 0$	-		Прямі	Стационарний гребінь	Немає
9	$B_{22} = 0$	-		Параболи	Зростаючий гребінь	∞

Так, нехай необхідно здійснити канонічне перетворення моделі:

$$\tilde{y} = 85,14 + 3,43x_1 - 1,32x_2 + 2,60x_1^2 - 1,19x_2^2 + 3x_1x_2,$$

перенесемо початок координат у нову точку факторного простору, за допомогою таких дій:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x_1} = 3,43 - 2 \cdot 2,6x_1 + 3x_2 = 0 \\ \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x_2} = 1,32 - 2 \cdot 1,19x_2 + 3x_1 = 0 \end{cases}$$

Знаходимо $x_{1s} = -0,197$; $x_{2s} = -0,802$.

Підставивши в рівняння моделі x_{1s} і x_{2s} , знаходимо оптимальне значення параметра $y_s = 85,33$.

Для повертання осей y , $y_s = 85,33$ знаходимо коефіцієнти B_{11} і B_{22} канонічного рівняння.

Прирівнюємо характеристичний детермінант до нуля:

$$\begin{vmatrix} (2,60 - B) & 0,5 \cdot 3,00 \\ 0,5 \cdot 3,00 & (-1,19 - B) \end{vmatrix} = 0$$

пам'ятаючи, що детермінант

$$\begin{vmatrix} \epsilon_{11} - B & 0,5\epsilon_{12} \\ 0,5\epsilon_{12} & \epsilon_{22} - B \end{vmatrix} = 0, \quad (4.4)$$

то рішення детермінанту записується:

$$B_2 - a_1 B + a_2 = 0, \quad (4.5)$$

$$\text{де } a_1 = (\epsilon_{11} + \epsilon_{22}) \quad a_2 = (\epsilon_{11}\epsilon_{22} - 0,25\epsilon_{12}^2).$$

Для $k=3$ характеристичний детермінант запишеться:

$$\begin{vmatrix} (\epsilon_{11} - B) & 0,5\epsilon_{12} & 0,5\epsilon_{13} \\ 0,5\epsilon_{21} & (\epsilon_{22} - B) & 0,5\epsilon_{23} \\ 0,5\epsilon_{31} & 0,5\epsilon_{32} & (\epsilon_{33} - B) \end{vmatrix} = 0, \quad (4.6)$$

і рішення детермінанту матиме вигляд:

$$B^3 - a_1 B^2 + a_2 B - a_3 = 0, \quad (4.7)$$

$$\text{де } a_1 = \sum_{i=1}^k \epsilon_{ii}, \quad a_2 = \sum_{j=1}^k \epsilon_{ii}\epsilon_{jj} - 0,25 \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^k \epsilon_{ij}^2, \quad a_3 = \prod_{i=1}^u \epsilon_{ii} + 0,25 \prod_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^u \epsilon_{ij} - 0,25 \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j \neq q}}^k \epsilon_{ii}\epsilon_{jq}.$$

Перевірку здійснюємо за умовою

$$\sum_{i=1}^k B_{ii} = \sum_{i=1}^k \epsilon_{ii}. \quad (4.8)$$

Знаходимо за залежністю (4.5) значення

$$\begin{aligned} a_1 &= 2,60 - 1,19 = +1,41; \\ a_2 &= 2,60(-1,19) - 0,25(3,00)^2 = -5,34. \end{aligned}$$

Отримуємо рівняння:

$$B^2 - 1,41B - 5,34 = 0, \text{ корені якого будуть } B_{11} = 3,12 \text{ і } B_{22} = -1,71.$$

Умова (4.8) $3,12 - 1,71 = 2,60 - 1,19,$

$$1,41 = 1,41 \text{ виконується.}$$

Розрахунки виконані вірно.

Тоді модель у канонічній формі запишеться: $y - 85,33 = 3,12x_1^2 - 1,71x_2^2.$

Аналіз показує, що кривими рівного виходу є гіперболи ($B_{11} > 0, B_{22} < 0$).

Аналогічні перетворення виконують і при $\kappa > 2$.

4.3. Симплексний метод оптимізації

Даний метод відноситься до безградієнтних методів пошуку оптимуму в багатомірному просторі. Він не вимагає розрахунків похідних функції цілі та пов'язаний з простими розрахунками. Важливою особливістю симплексного методу є одночасне врахування декількох критеріїв оптимізації та швидкий вхід в область оптимуму.

Сутність симплексного метода полягає в тому, що оптимум знаходиться при покроковому русі, шляхом послідовного знаходження симплекса у факторному просторі. Процес руху по поверхні відгуку і вивчення факторного простору суміщені, при цьому досліди ставляться лише в точках факторного простору, які відповідають вершинам симплексу. Симплекс – це проста фігура, яка утворена множиною $\kappa + 1$ незалежних точок в κ -вимірному просторі та яка має мінімальну кількість вершин. В двохвимірній площині симплекс представляє рівносторонній трикутник, а у трьохвимірному – тетраедр, рис. 17.

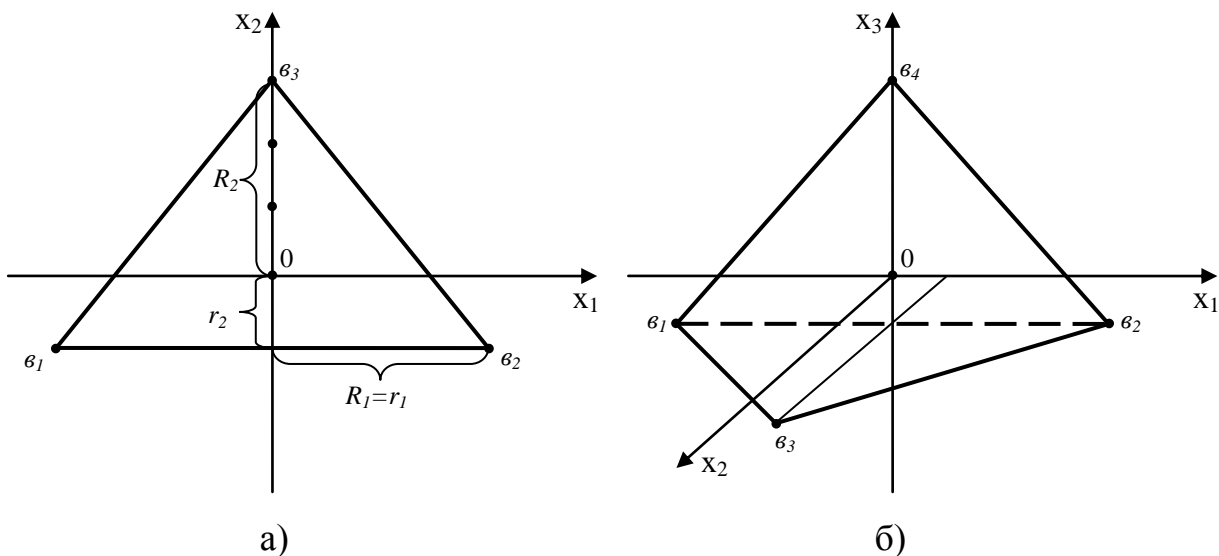


Рис. 17 Регулярні симплекси: а) двох вимірний; б) трьох вимірний.

Початкова серія дослідів відповідає вершинам вихідного симплексу (точка 1, 2, 3), рис.18. Умови перших дослідів беруть із області значень факторів, які відповідають найкращим параметрам оптимізовано процесу (явища). Порівнюючи результати дослідів y_1, y_2, y_3 , визначаємо з них самий незадовільний з точки зору вибраного критерію оптимізації.

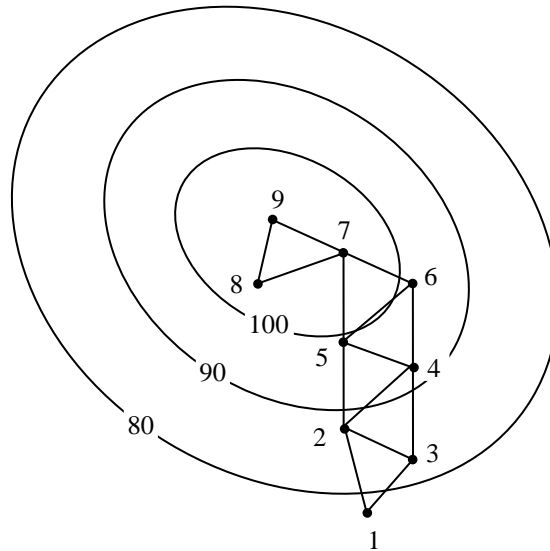


Рис.18 Оптимізація за симплексним методом.

Нехай самим незадовільним є дослід у точці 1. Цей дослід виключають із розгляду, а замість нього утворюють новий симплекс, ввівши точку 4.

Добудовуючи нові симплекси, порівнюють значення отриманих значень параметрів, в процесі виконаних дослідів у побудованих точках, відкидають точку з незадовільним значенням параметра. І так, ця операція продовжується до утворення симплексу з точкою 9. Симплексний метод, при наявності декількох локальних екстремумів, визначає лише один, який ближче всього знаходиться до точок вихідного симплексу, якщо є підозра на існування декількох екстремумів то необхідно продовжити їх пошук, кожен раз починаючи з нової області факторного простору. Потім порівняти їх та вибрати кращий. При цьому можуть бути такі ситуації:

- розрахований параметр оптимізації за матрицею симплексного планування може мати незадовільне значення у двох точках симплекса. Гірший варіант експериментатор може вибрати, використовуючи таблицю випадкових чисел або жеребкуванням;
- якщо у новій вершині симплексу значення параметру таке ж незадовільне, як і у раніше розрахованих, то повертаються до вихідного симплексу і будують новий симплекс, який є дзеркальним відображенням відносно вершини, яка була попереду за незадовільністю;
- коли послідовне відхилення вершин симплексу призводить до обертового руху кругом однієї з вершин (зациклювання симплексу) це означає, що ми наблизились до точки оптимуму факторного простору або має місце помилка у розрахунках значення параметру оптимізації. При зациклюванні, розрахунки значень параметрів оптимізації повторюють на попередньому симплексі. Ефективно також, при цьому, повторювати процедуру пошуку оптимуму з іншої точки факторного простору та з другими значеннями симплексу. Завершення пошуку у тій же області, свідчить про знаходження області оптимуму.

Стратегія симплексного методу дозволяє вирішити задачу:

1. Записати вихідний симплекс;

2. Знайти координати наступних точок при рухові;
3. Своєчасно завершити рух.

Важливо вміло переходити від симплекс-плану до планування експерименту при описуванні області оптимуму.

Вихідний комплекс записується у вигляді табл.19, де зазначаються координати вершин симплексів у фактичному просторі.

Симплекс орієнтують у факторнім просторі, щоб вершина його v_{k+1} лежала на осі x_k , рис.15, а інші вершини розміщувалися симетрично відносно координатних осей та площин (гіперплощин). Координати вершин рівні радіусам вписаної (r_k) та описаної (R_k) куль k -вимірного симплексу. Так, для двохвимірного симплексу необхідно знати r_2 і R_2 , рис.17.

Таблиця 19

Матриця координат симплексів

$$\begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & \dots & r_{k-1} & r_k \\ -R_1 & r_2 & r_3 & \dots & r_{k-1} & r_k \\ 0 & -R_2 & r_3 & \dots & r_{k-1} & r_k \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -R_{k-1} & r_k \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -R_k \end{pmatrix}$$

Радіуси вписаної (r_k) і описаної (R_k) куль k -вимірного симплексу визначають:

$$\begin{aligned} r_k &= \frac{1}{\sqrt{2k(k+1)}}, \\ R_k &= \sqrt{\frac{k}{2(k+1)}}. \end{aligned} \tag{4.9}$$

Симплекс нульової вимірності має форму точки, яка знаходиться на початку координат. При $k=1$ правильним симплексом є лінія з двома вершинами на осі x_1 з координатами $+0,5$ і $-0,5$. При $k=2$ координати визначають за залежністю (4.9) і три вершини симплексу з координатами $v_1 (-0,5; -0,289)$; $v_2 (+0,5; -0,289)$ і $v_3 (0; +0,578)$.

Якщо $k=7$ то $r_7 = 0,0945$ а $R_7 = 0,662$.

Результати розрахунків, виконаних на базі матриці (табл.19) та залежностей (4.9) наведені в табл.20.

Таблиця 20

Результати розрахунків координат вершин симплексів, сторона якого рівна одиниці, а центр співпадає з початком координат (в кодованих змінних)

Номер досліджу к+1	Фактори			
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
1	0,5	0,289	0,204	0,158
2	- 0,5	0,289	0,204	0,158
3	0	- 0,578	0,204	0,158
4	0	0	- 0,612	0,158
5	0	0	0	- 0,632

Аналогічно розраховуються умови вихідної серії дослідів для більшої кількості факторів, $\kappa > 4$. Найбільша кількість дослідів виконується на початку експерименту, а потім на кожному кроці виконують по одному досліді.

На підставі залежності (3.28) та табл.19 або 20, розраховують матрицю вихідної серії дослідів у фізичних змінних. В подальшому всі операції виконуємо тільки з фізичними змінними. Умови кожного досліді визначають за формулою:

$$x_i = \frac{2}{\kappa} \left(\sum_{j=1}^{\kappa+1} x_{ij} - x_i^* \right) - x_i^*, \quad (4.10)$$

де κ – кількість факторів;

j – номер досліді, $j = 1, 2, 3 \dots, N$;

i – номер фактора, $i = 1, 2, 3, \dots, \kappa$;

x^* – значення i -того фактора в невдалому досліді;

x_i – значення i -того фактору у фізичних величинах.

При цьому, на будь-якому кроці оптимізації, симплексним методом, можна включити в програму досліджень новий фактор, який до даного часу не приймався до відома, але був зафіксований на постійному рівні.

Значення всіх факторів, які ми розглядали, визначаємо за залежністю:

$$X_i = \frac{1}{\kappa + 1} \sum_{j=1}^{\kappa+1} X_{ij}. \quad (4.11)$$

Значення заново включених факторів визначаємо за формулою:

$$X_{\kappa+1} = X_{0(\kappa+1)} + \Delta X_{\kappa+1} (R_{\kappa+1} + K_{\kappa+1}), \quad (4.12)$$

де $\Delta X_{\kappa+1}$ – вибраний крок варіювання для даного фактора;

$X_{0(\kappa+1)}$ – основний рівень даного фактора;

$R_{\kappa+1}, K_{\kappa+1}$ – величини, які розраховуємо за формулою 4.9.

Додавання нового фактору до складу ПФЕ, призводить до подвоєння кількості дослідів.

Нехай необхідно симплексним методом оптимізувати вихід продукту у (%), який отримують в результаті взаємодії реагентів, концентраціями x_1 і x_2 при температурі x_3 .

Вибираємо кроки варіювання; табл.21.

Значення рівнів і кроків варіювання

Фактор	Основний рівень	Крок варіювання
X_1	1,0	0,1
X_2	1,5	0,2
X_3	60	5,0

Користуючись табл.20 та 21 за залежністю 4.12 розраховуємо умови виконання перших чотирьох дослідів та отримані дані зведемо у табл.22.

Розрахунок за залежністю 4.12 для прикладу виконаємо до дослідів 3:

$$X_{31} = 1 + 0,1 \cdot 0 = 1, \quad X_{32} = 1,05 + 0,2 \cdot (-0,578) = 1,38,$$

$$X_{33} = 60 + 5 \cdot 0,204 = 61.$$

Аналізуємо перші чотири досліди. Самий менший вихід продукту має третій дослід $y = 65,4\%$, що означає самий не бажаний результат.

Таблиця 22

Оптимізація симплексним методом

Номер дослідів	X_1	X_2	X_3	Функція відгуку
1	1,05	1,56	61	72,3
2	0,95	1,56	61	70,1
3	1,00	1,38	61	65,4
4	1,00	1,50	57	68,2
5	1,00	1,70	58	73,9
6	1,00	1,72	63	76,5

Даний дослід виключаємо із розгляду та замінюємо його дослідом 5, умови проведення якого розраховуємо за формулою 4.10:

$$X_{51} = 2/3 \cdot (1,05 + 0,95 + 1) - 1,$$

$$X_{52} = 2/3 \cdot (1,56 + 1,56 + 1,5) - 1,38 = 1,7,$$

$$X_{53} = 2/3 \cdot (61 + 61 + 57) - 61 = 58.$$

В новому симплексі, утвореному дослідями: 1, 2, 3, 4 і 5, самим невдалим є дослід 4 з $y = 68,2$. Замінимо його дослідом 6, умови якого ми знаходимо за залежністю 4.10. Потім процедура продовжується до отримання найкращого результату. При необхідності використати новий фактор, який був зафіксований на постійному рівні, оцінюємо даний рівень. Нехай вводимо новий X_4 фактор (швидкість лопаток змішувача) при рівні $X_4 = 500 \text{ хв}^{-1}$, вибравши крок $\Delta X_4 = 100 \text{ хв}^{-1}$. Таким чином, якщо після виключення самих низьких значень функції відгуку y_3 і y_4 ми маємо симплекс, таблиця 22, з дослідів 1, 2, 5 і 6. Будуємо новий симплекс для чотирьох факторів: X_1, X_2, X_3 і X_4 , табл.23 з введенням дослідів 7.

Додавання нового фактора (x_4)

Номер досліджу	x_1	x_2	x_3	x_4	Функція відгуку
1	1,05	1,56	61	500	72,3
2	0,95	1,56	61	500	70,1
5	1,00	1,70	58	500	73,9
6	1,00	1,72	63	500	76,5
7	1,00	1,64	61	580	78,1

Умови проведення досліджу розраховуємо з 4.11 та 4.12:

$$x_{71} = \frac{1}{4}(1,05 + 0,95 + 1,00 + 1,00) = 1,00;$$

$$x_{72} = \frac{1}{4}(1,56 + 1,56 + 1,70 + 1,72) = 1,64;$$

$$x_{73} = \frac{1}{4}(61 + 61 + 58 + 63) = 61;$$

$$x_{74} = 500 + 100(0,632 + 0,158) = 580$$

В подальшому оптимізацію виконуємо з врахуванням всіх чотирьох факторів, за раніше викладеною процедурою. Таким чином симплексний метод є інструментом послідовного наближення експериментатора до оптимуму.

5. Оформлення результатів наукового дослідження

5.1. Патентування технологічних рішень

Отримана апріорна інформація та результати експериментів, дають підстави науковцю (інженеру) робити відкриття, а дослідникам технічних систем, крім того – винаходи.

Технічні (технологічні) рішення, на рівні винаходів, повинні відповідати умовам новизни, винахідницькому рівню та промисловій придатності. Умови патентоздатності регламентуються законом України «Про охорону прав на винаходи і корисні моделі» №3687 – XII від 23.12.1993. Порядок оформлення заяви на винахід та заяви на корисну модель, затвердженими Наказом Міністерства освіти і науки України №22 від 22.01.2001р. зі змінами, внесеними наказом №154 від 26.02.2004р. додаток Г. Монопольне право патентовласника на технологічне (технічне) рішення, держава гарантує на території України, охоронним документом (патентом): на винахід протягом – 20 років, а на корисну модель – 10 років.

Відкриття, винаходи, корисні моделі, товарні знаки, раціоналізаторські пропозиції є інтелектуальною власністю. Державою України передбачено державні органи управління інтелектуальною власністю, це: Комітет ВР

України з питань науки і освіти; Міністерство освіти та науки, молоді і спорту України; Державний департамент інтелектуальної власності, український центр інноватики та патентно-інформаційних послуг .

Технологічне (технічне) рішення на рівні винаходу повинно мати технічний результат, що передбачає виявлення нових властивостей об'єкта винаходу, що можуть бути реалізовані при здійсненні винаходу. Технічний результат отримуємо в результаті вирішення технічної задачі. Технічна задача полягає у створення об'єкта, характеристики якого відповідають заданим вимогам. Цим об'єктом може бути: продукт (пристрій, речовина тощо); спосіб; застосування раніше відомого продукту чи способу за новим призначенням.

Технологічне (технічне) рішення досягають одним із методів вирішення технічних задач: метод проб та помилок, мозкової атаки, морфологічного аналізу, типових прийомів, функціонально-вартісного аналізу, АРВЗ – 85В, диверсійного методу тощо.

Запатентоване технологічне (технічне) рішення повинне бути запроваджено у виробництво, а винахідник – отримати винагороду у вигляді відсотка економічного ефекту, який забезпечує народному господарству впроваджені винахід. Отже, перед патентуванням рішення, доцільно виконати дослідження національного чи міжнародного ринку на патентоспроможність та чистоту рішення. При відсутності маркетингового дослідження або його негативному результаті, впровадження буде збитковим для патентовласника. Адже для подання заявки, проведення експертизи та за підтримання чинності патенту потрібно платити грошові збори, а за видачу патенту – державне мито.

Проте і не впроваджені технологічні (технічні) рішення, суспільству є корисними, так як мають інформаційну цінність в подальшому науково-технічному прогресі.

5.2. Підготування звіту, статті, виступу

Таким чином, отримані результати науково-дослідницької роботи (НДР) є актуальними і потрібними. Результати мають новизну та практичне застосування, достовірні, точні, однозначні та повторювані. Матеріали повинні пройти апробацію у вигляді виконаного звіту, підготовленої статті та виступу на кафедрі, семінарі, симпозіумі чи науково-практичних конференціях, рис.19.

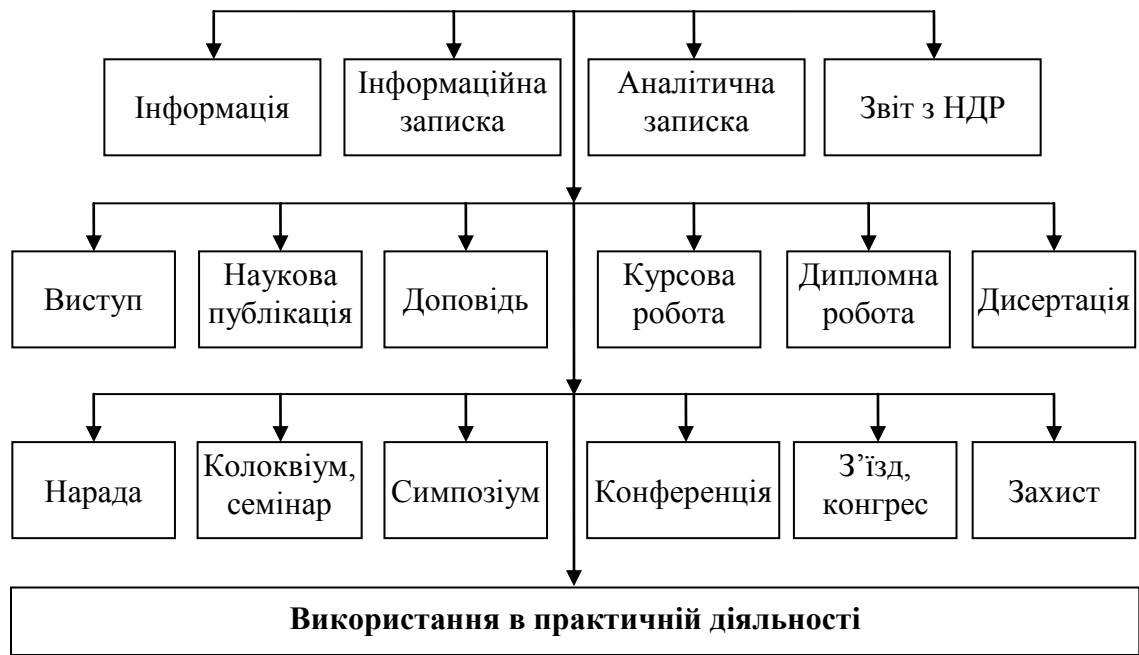


Рис. 19 Форми звітності та впровадження результатів дослідження

Звіт є основним підсумковим документом про проведену НДР. Він повинен містити такі елементи: титульний лист, список виконавців, зміст, перелік умовних позначень та символів, вступ, основна частина, заключна частина, список використаної літератури, додатки. При оформленні аналітичної частини звіту дотримуються вимог ГОСТ 2.-105-95 та ДСТУ ГОСТ 7.1:2006.

Стаття є одним з видів апробації і передбачає подачу наукової інформації в відкритих органах друку. Заголовок статті має бути змістовним, що відображає сутність результатів досліджень, але лаконічним. Структура статті повинна включати: постановку проблеми, аналіз останніх досліджень, результати власних досліджень, висновки та перспективи подальших досліджень. Матеріал статті повинен супроводжуватись згорнутою інформацією у вигляді рисунків, таблиць та математичних залежностей. Закінчується стаття списком літератури та анотаціями національною та англійською мовами.

Виступ за результатами НДР має бути націлений на розкриття суті виконаної роботи, подачі інформації про її результати з точки зору перспективи впровадження їх у виробництво. Виступ повинен бути лаконічним, доступним для розуміння аудиторією та переконливим. Для цього доповідач глибоко і певний час має опрацювати отримані результати та інформацію, що супроводжує отримані дані. Слід пам'ятати, що навіть талановита імпровізація виступу не завжди є успішною. Перед виступом необхідно привести думки в певну послідовність, від якої залежить розуміння виступу і його кінцевий успіх. Для цього доповідач має оновити в пам'яті власний матеріал та зв'язати його з суміжною інформацією – підстилаючою і впливаючою. Доповнити матеріал апріорною інформацією, яка потрібна, виходячи з вимог науково-технічного прогресу. Матеріал виступу не повинен доповідатися в «сирому» вигляді, він повинен «відлежатися» не тільки в столі доповідача, а і в його голові. При

виступі доповідач повинен чітко знати, про що необхідно промовчати. Термінологія, математичні залежності повинні використовуватися загальноприйнятні в даній області дослідження, при цьому говорять своїми словами накладаючи на них відпечаток свого інтелекту, а не науковими штампами чи словами свого керівника. Уникання математичних викладок не є оправданим при подачі НДР, не завжди робить її дохідливою.

Рівень та повнота подачі інформації має бути доступною для слухачів, які не є фахівцями в даній області знань. Проте виступ на науковій конференції, симпозіумі тощо, не повинен носити характер популяризаційного.

Орієнтовно виступ повинен мати таку структуру: характеристика і актуальність задачі, які ставиться перед дослідницькою роботою; зв'язок НДР з майбутніми задачами, проблемами; викладання результатів, аналіз та доведення. Демонстрація дослідів. Доповідання різних точок зору та визначення власної позиції. Формулювання окремих, загальних висновків. Установлення зв'язку з практикою; формулювання висновків.

Щоб забезпечити увагу слухачів доповідач має логічно і чітко побудувати свій виступ, втягнувши в полеміку всю аудиторію. Для підтримання уваги доповідач має використовувати різні форми подання інформації, уникати одноманітності. Тут повинні бути математичні викладки, креслення, демонстрація дослідів та їх результатів за допомогою технічних засобів тощо. Сухий, теоретичний матеріал може бути захоплюючим, емоційним для слухачів, для аудиторії, при цьому доповідач повинен не втрачати контроль за аудиторією.

5.3. Оцінка ефективності результатів наукових досліджень

Оцінювання результатів прикладних досліджень є їхня практична актуальність і значимість, можливість впровадження в практику та ефективність результатів. Отже, наукові розробки оцінюються новизною, актуальністю та ефективністю.

Економічна ефективність розробок оцінюється вартісними показниками економії живої чи уречевленої праці в суспільному виробництві, які отримані від використання наукових результатів та порівняння їх з витратами на проведення досліджень.

Науково-технічна ефективність характеризує приріст нових наукових знань, які забезпечують науково-технічний прогрес.

Соціальна ефективність результатів досліджень має місце в підвищенні життєвого рівня людей, розвитку охорони здоров'я, культури, науки і освіти, поліпшенні екологічних умов тощо.

При оцінці ефективності наукових досліджень, слід брати до уваги весь комплекс робіт, які пов'язані з НДР.

Річний економічний ефект залежить також від стадії завершення роботи: попередній, очікуваний чи потенційний.

На стадії планування доцільна попередня оцінка економічної ефективності за критерієм економічної ефективності:

$$K_e = C_p \cdot \sqrt{\frac{T}{C_3}}, \quad (5.1)$$

або без врахування обсягу та періоду впровадження:

$$K_e = \frac{E_{\Pi}}{Z_n}, \quad (5.2)$$

де C_p – річний обсяг продукції за один рік впровадження результатів у виробництво, гр. од. (грошових одиниць – грн., дол., тощо);

T – тривалість виробничого впровадження в роках;

Z_3 – загальні витрати на виконання наукового дослідження, на дослідницьке та промислове опанування продукції й річних затрат на її виготовлення за новою технологією гр. од.;

Z_n – витрати на наукові дослідження, гр. од./рік;

E_{Π} – передбачуваний економічний ефект від впровадження, гр. од./рік.

Річний економічний ефект

$$E = (\Pi_{\delta} - \Pi_n) \cdot A_p, \quad (5.3)$$

де Π_{δ} , Π_n – приведені затрати відповідно за базовою та новою технологією (машинною), гр.од./од.пр.;

од.пр. – одиниця продукції (ц, т, га тощо);

A_p – річний обсяг виконаної роботи, виробленої продукції, од.пр./рік.

При зміні кон'юнктури продукції за час впровадження, а також додаткових капіталовкладеннях у технологічний процес, доцільно оцінку ефективності наукових досліджень оцінювати терміном окупності капіталовкладень, років:

$$t_{\phi} = \frac{K_n - K_{\delta}}{C_{\delta} - C_n}, \quad (5.4)$$

де K_n , K_{δ} – питомі капіталовкладення за новим технологічним процесом (машиною) і базовим при порівнянні, гр. од./ од. пр.;

C_n , C_{δ} – собівартість продукції, відповідно за новим і базовим технологічним процесом, гр.од./од.пр.

Затрати ефективні на наукові дослідження лише при умові:

$$t_H > t_{\phi}, \quad (5.5)$$

де t_H – нормативний термін окупності додаткових капіталовкладень в процес (машину), років;

$$t_i = \frac{1}{\dot{a}_i}, \quad (5.6)$$

де e_H – коефіцієнт ефективності капіталовкладень, для с.-г. виробництва $e_H = 0,15$.

При впровадженні результатів НДР, які забезпечують досконалий технологічний процес з малими витратами, але зі збереженням якості продукції, тоді економічний ефект розраховують за залежністю:

$$E = [(C_{\delta} - C_n) + e_H (K_n - K_{\delta}) \cdot A_p^t], \quad (5.7)$$

де A_p^t – річний обсяг виробництва продукції на t -ий рік впровадження.