

Міністерство освіти і науки України
Дніпродзержинський державний технічний університет

О.В. Гресс, А.П. Огурицов, Ф.В. Недопьокін

ДОСЛІДЖЕННЯ, МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ
ЛИВАРНИХ СИСТЕМ

Рекомендовано Міністерством
освіти і науки України як
навчальний посібник для студентів
вищих навчальних закладів

Дніпродзержинськ

ДДТУ

2010

УДК 621.74 (07)

Гресс О.В., Огурцов А.П., Недопьокін Ф.В. Дослідження, моделювання та оптимізація ливарних систем : Навчальний посібник. – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2010. – 282 с.

Наведено основні принципи, поняття, методології наближеного фізичного і математичного моделювання в металургії та ливарному виробництві. Надані основи математичної обробки експериментів і оптимізації ливарних систем. Приведено опис основних засобів і прийомів наближеного моделювання. Надані конкретні приклади математичного і фізичного моделювання гідродинамічних і тепломасообмінних процесів у металургії. Посібник містить велику кількість конкретних контрольних питань і завдань.

Для бакалаврів, магістрів, аспірантів, викладачів металургійних спеціальностей вищих навчальних закладів. Може бути корисним для студентів, аспірантів і наукових працівників, що займаються експериментальними дослідженнями в металургії. Іл. 63. Табл. 23. Бібліограф. список 18 джерел.

Рецензенти:

Зав. кафедри «Ливарне виробництво» Національної металургійної академії України МОН України, доктор технічних наук, професор **В.Є. Хричиков.**

Професор кафедри «Ливарне виробництво» національного технічного університету «ХП» МОН України, доктор техн. наук,

О.І. Пономаренко

Зав. кафедри «Технічна теплофізика» Донецького національного технічного університету МОН України, доктор технічних наук, професор

В.В. Кравцов

Друкується за рішенням Вченої ради Дніпродзержинського державного технічного університету (протокол № 3 від 28 жовтня 2010 р.) та Вченої ради Донецького національного університету (протокол № 7 від 01 жовтня 2010 р.).

Гриф «Рекомендовано Міністерством освіти і науки України» надано Міністерством освіти і науки України (лист від №).

ISBN

© Дніпродзержинський державний технічний університет, 2010.

© О.В. Гресс, А.П. Огурцов, Ф.В. Недопьокін

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВИЗНАЧЕННЯ НАБЛИЖЕНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	8
1.1. Основні визначення теорії пізнання та моделювання	8
1.2. Способи одержання та характеристика основних критеріїв подоби	11
1.3. Оцінка значимості критеріїв подоби	34
1.4. Методика постановки експерименту та обробки його результатів	37
Контрольні питання та завдання	42
2. СТРУКТУРА ТА МЕТОДИ ПРОЦЕСУ ДОСЛІДЖЕНЬ	47
2.1. Загальні положення	46
2.2. Постановка задач дослідження	53
2.3. Огляд літератури	59
2.4. Методика експерименту	65
Контрольні питання та завдання	69
3. ФІЗИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ	71
3.1. Принципи фізичного моделювання	71
3.2. Методи одержання високих температур	74
3.3. Вимір температури	83
3.4. Вимір тиску	95
3.5. Методи і правила фізичного моделювання гідродинамічних процесів	99
3.6. Основи фізичного моделювання теплообмінних процесів	110
3.7. Приклади фізичного моделювання гідродинамічних процесів у металургійних системах	114
3.7.1. Методика досліджень	114
3.7.2. Фізичне моделювання гідродинамічних процесів у радіальних кристалізаторах МБЛЗ	120

3.7.3. Фізичне моделювання процесів у проміжному ковші МБЛЗ	130
Контрольні питання та завдання	141
4. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ	144
4.1. Термодинаміка нерівноважних процесів багатокomпонентних систем	147
4.2. Система рівнянь переносу двохкомпонентного середовища	151
4.3. Класифікація крайових умов	153
4.4. Приклади математичного моделювання тепломасообмінних процесів	162
4.4.1. Обґрунтування методики моделювання тепломасообмінних процесів у проміжному ковші МБЛЗ	162
4.4.2. Моделювання тепломасообмінних процесів у промковші МБЛЗ	173
4.4.3. Моделювання тепломасообмінних процесів у кристалізаторі МБЛЗ	176
Контрольні питання і завдання	196
5. ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОЇ ОБРОБКИ ЕКСПЕРИМЕНТІВ І ОПТИМІЗАЦІЇ ЛИВАРНИХ СИСТЕМ	207
5.1. Математична оцінка точності вимірів	208
5.2. Коротка характеристика випадкових величин	214
5.3. Виключення грубої погрішності вимірів	222
5.4. Основи теорії планування експериментів	223
5.4.1. Основні поняття та визначення	225
5.4.2. Повний факторний експеримент	228
5.4.3. Статистичний аналіз результатів експериментів	231
5.5. Основи оптимізації ливарних систем	234
5.5.1. Оптимізація однофакторних систем	239
5.5.2. Оптимізація багатофакторних систем	244
Контрольні питання і завдання	263
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	280

ВСТУП

При розливанні та затвердінні металів і сплавів протікає ряд фізико-хімічних процесів, серед яких важливе місце займають тепло- і масообмінні процеси. Якість злитків і виливків значною мірою визначається взаємообумовленими процесами гідродинаміки, тепломасопереносу та затвердіння в період переходу металу з рідкого стану у твердий. Цей період є найбільш відповідальним при формуванні фізичної, хімічної й структурної неоднорідності в сплавах, що кристалізуються, тобто дефектів, що практично не піддаються усуненню при наступній обробці металу. Постійно зростаючі вимоги до якості й властивостей литих виробів обумовлюють необхідність глибокого й всебічного дослідження цих процесів, що пов'язано зі значними труднощами як у технологічному, так і у теоретичному плані.

Одним з наймогутніших способів пізнання навколишнього світу є моделювання. Тільки завдяки здатності відтворювати реальні об'єкти та системи в абстрактному виді й передбачати їхнє поведіння у всіляких варіантах людство піднялося до значних висот, навчилося певною мірою управляти навколишніми явищами.

Основою для написання посібника стали роботи, виконані видатними дослідниками в області металургії. Серед них Єфімов В.А., Ельдарханов А.С., Марков Б.Л., Яковлев Ю.М., Лінчевский Б.В. та ін.

Моделювання дозволяє обійти численні труднощі, що виникають при вивченні металургійних систем. До них можна віднести перешкоди при виробничому процесі, високі температури, агресивні середовища, важкоприступність, значні витрати на випробування декількох варіантів систем і т.д.

З погляду теорії наближеного моделювання, для вивчення та прогнозування поведінки системи необхідно наявність моделі. Моделі можуть бути поділені на концептуальні (феноменологічні, словесні), фізичні, математичні та аналогові. У кожному разі модель є спрощеним відбиттям існуючої системи.

Очевидно, що і фізичному, і математичному, і аналоговому моделюванню передують концептуальне, яке визначає напрямок дій дослідника. Саме від цього виду моделювання на 90

% залежать як успіх всієї діяльності дослідника, досягнення поставленої мети, так і (що дуже важливо зараз) витрати на проведення досліджень. Тому розгляд фізичного і математичного моделювання, як більш прагматичних і, на перший погляд, найбільш важливих видах моделювання, окремо від концептуального моделювання не тільки не доцільний, але й помилковий.

Іноді в літературі аналогове й математичне моделювання поєднуються під однією назвою математичного моделювання. Методи аналогій (електротеплової, електрогідродинамічної, магнітогідродинамічної й ін.) широко застосовуються в теорії теплообміну і гідромеханіки ливарних систем. Вони дозволяють по вивченому електричному або магнітному полю в деякій області системи робити висновки про кількісні характеристики плинну або температурного поля в цій же області.

До негативної сторони аналогового моделювання варто віднести дорожнечу й складність таких експериментів. Тому на цей час більш часто використовуються фізичне моделювання та обчислювальний експеримент.

Результати математичного моделювання необхідно, якщо це можливо, порівняти з даними фізичного моделювання, даними інших авторів або розрахунками по інших математичних моделях. Таке порівняння дозволяє вдосконалити модель, внести в неї необхідні зміни та доповнення.

І, нарешті, будь-які результати досліджень гублять своє науково-практичне значення без належної математико-статистичної обробки та заснованих на ній технологічних рекомендаціях. Причому такі рекомендації повинні бути ґрунтовані на результатах рішення задач оптимізації – задач пошуку найбільш кращих умов для реалізації поставленої мети.

Автори даного науково-методичного посібника, звичайно, не змогли в повному обсязі представити все, що було напрацьовано світовою наукою в цьому напрямку. Та й таке завдання практично нездійсненне. Однак наведена тут інформація може стати базою для підготовки висококваліфікованого бакалавра, магістра і аспіранта.

Матеріал посібника розподілявся наступним чином:

- глава 1 – доктор техн. наук О.В.Гресс (п. 1.1-1.4), доктор техн. наук А.П. Огурцов (п. 1.1), доктор техн. наук Ф.В. Недопьокін (п. 1.2)
- глава 2 - доктор техн. наук О.В. Гресс (п. 2.1-2.4), доктор техн. наук А.П. Огурцов (п. 2.4);
- глава 3 - доктор техн. наук О.В. Гресс (п. 3.1-3.7), доктор техн. наук А.П. Огурцов (п. 3.1, 3.5, 3.7);
- глава 4 - доктор техн. наук О.В. Гресс (п. 4.4), доктор техн. наук Ф.В. Недопьокін (п. 4.1-4.3);
- глава 5 - доктор техн. наук О.В. Гресс (п. 5.1-5.5), доктор техн. наук А.П. Огурцов (п. 5.1-5.4).

О.В. Гресс

А.П. Огурцов

Ф.В. Недопьокін

1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВИЗНАЧЕННЯ НАБЛИЖЕНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

1.1. Основні визначення теорії пізнання та моделювання*

Перш, ніж увійти в будь-яке співтовариство і стати його повноправним членом, будь-який індивідуум повинен навчитися говорити й мислити мовою цього співтовариства. Мова співтовариства дослідників є дуже складною і ємною. Неоднозначне трактування починаючими й непідготовленими дослідниками наукових понять призводить не тільки до їхнього осудження досвідченими дослідниками, але й до серйозних помилок при дослідженнях і реалізації їх на практиці. Тому знання основних понять і визначень моделювання є обов'язковою необхідністю.

Поняття – вища форма думки, що відбиває загальні істотні ознаки явищ і предметів навколишнього світу (наприклад, температура, теплопровідність, густина і т.п.).

Судження – форма мислення, за допомогою якої поєднують поняття, затверджуючи або заперечуючи наявність у явищ або предметів загальних властивостей.

Умовивід – форма мислення, оснований на аналізі суджень, що дозволяє на цій основі вивести нове судження, що містить нові знання про системи.

Система – сукупність взаємозалежних елементів, подумки ізольованих від навколишнього середовища, з якою є зв'язок по вхідних і вихідних сигналах. Вид цих сигналів залежить від вибору границі між системою й середовищем. У загальному випадку під системою можна розуміти як окремий об'єкт (наприклад, стіл, стілець, навіть людину, соціальне суспільство й т.п.), так і будь-який процес (революція, весілля, теплопереніс і т.п.), які мають можливість накладення на них контрольованих керуючих сигналів з одержанням вимірюваної вихідної інформації.

Вимір – процедура визначення чисельного значення характеристик досліджуваної системи.

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [1, 4, 5]

Спостереження – цілеспрямоване й організоване сприйняття системи, що дозволяє одержати інформацію для її вивчення.

Інформація – відомості про систему, що дозволяють вирішити поставлену задачу або проблему.

Задача – рішення конкретного наукового завдання, що має істотне значення для рішення проблеми.

Проблема – цілісний комплекс задач, рішення яких представляє істотний теоретичний або практичний інтерес.

Для постановки задач і проблеми потрібні факти.

Факт – реальне явище, подія, результат, щось конкретне й одиничне, на відміну від абстрактного, отримане на основі спостереження або експерименту.

Експеримент – система операцій, впливів і (або) спостережень, спрямованих на одержання інформації (фактів) про досліджувану систему. Може здійснюватися на системі, що моделюється (натурний експеримент), і на моделі (модельний експеримент). Будь-який експеримент складається із сукупності **дослідів**, кількість яких може бути розрахована і не може бути меншою чотирьох. Це необхідно з метою визначення систематичних і випадкових погрішностей, а також знаходження загальних закономірностей, які визначають поведження системи.

Метод – сукупність прийомів і операцій практичного й теоретичного освоєння дійсності, одержання інформації про який-небудь об'єкт, явище або процес.

Методологія – система принципів і способів організації й побудови теоретичної та практичної діяльності (наприклад, проведення експериментів).

Аналіз – уявне розчленовування досліджуваної системи на складові більш прості частини з метою виділення її окремих властивостей і зв'язків. Ніколи не є кінцевою метою досліджень! Є одним з методів **дедукції**.

Синтез – уявне поєднання зв'язків окремих частин системи. Виконується на основі аналізу і є заключною частиною досліджень системи. Нерозривно пов'язаний з методом **індукції**.

Аналогія – метод наукового пізнання, при якому знання про невідому систему досягаються на основі її порівняння із загальними ознаками досліджених систем.

Інтуїція – здатність збагнення істини, не заснована на доказах. Лежить в основі створення гіпотези та ідеї.

Ідея – думка, що досягла високого ступеня об'єктивності, повноти й конкретності та націлена на практичну реалізацію. Найчастіше лежить в основі гіпотези.

Гіпотеза – наукове допущення або припущення, дійсне значення якого не визначене. Є можливим шляхом початку процесу моделювання.

Моделювання – це відтворення характеристик деякого об'єкта на іншому матеріальному або уявному об'єкті, спеціально створеному для їхнього вивчення.

Модель – відбиття *істотних* сторін реальної або системи, що конструюється.

Фізична модель – це матеріальна система, що характеризується тим, що основні процеси, що протікають у ній й в оригіналі, мають однакову фізичну природу.

Математична модель будь-якого процесу являє собою систему математичних символів і зовні не має нічого загального з оригіналом. Але вона дозволяє досліджувати й аналізувати реальний процес, прогнозувати його протікання при певних значеннях вихідних величин.

Аналогова модель, на відміну від математичної, є не символічною, а речовинною системою. Але, на відміну від фізичного моделювання, процеси в такій моделі й оригіналі мають різну фізичну природу, однак описуються тими самими диференціальними рівняннями, що й дає можливість досліджувати на таких моделях процеси, що протікають на зразку.

При будь-якому виді моделювання спочатку складають сукупність абсолютних (розмірних) величин, що потім (при необхідності) перетворюють у безрозмірний вид (відносні величини). Подання сукупності величин, що визначають систему, у безрозмірному виді є більше кращим, тому що в результаті таких перетворень кількість рівнянь, що описують систему, зменшується, а, отже, зменшується й трудомісткість моделювання. Крім цього, значення безрозмірних величин не залежать від си-

стеми одиниць, у яких вимірюються складові розмірні величини, тому що всі одиниці виміру скорочуються. Такі безрозмірні величини називаються **критеріями подоби** або **числами подоби**.

Як для складання сукупності, так і для її наступного аналізу фізичні величини розділяють на три групи: функції, аргументи і параметри.

Функції – залежні змінні величини, заради визначення яких і проводиться моделювання.

Аргументи – незалежні змінні величини, значення яких можна задавати безпосередньо в досліді.

Параметри – постійні величини, які залишаються постійними, принаймні, протягом одного досліду (в'язкість, теплопровідність і т.д.).

Правильно складена сукупність повинна бути однозначною й однорідною.

Однозначність означає, що при заданому значенні параметрів та аргументів кожна з функцій повинна приймати тільки одне значення.

Однорідними називають сукупності, у яких одиницю виміру кожної величини можна одержати у вигляді степеневі функції одиниць виміру інших величин. Якщо ця вимога не виконується для якої-небудь величини, то це значить, що вона або зайва, або в сукупності не вистачає яких-небудь величин.

Існують два способи складання сукупності: логічний і математичний.

При **логічному способі** подумки відтворюють досліджувану фізичну систему у всіх деталях і виписують істотні величини, що її характеризують.

При **математичному способі** на основі уявного відтворення фізичної системи пишуть рівняння, що її описують.

Як правило, при фізичному моделюванні ці рівняння не вирішуються, а з них витягаються лише істотні величини. Останній спосіб складання сукупності трохи складніший, але набагато надійніший.

1.2. Способи одержання та характеристика основних критеріїв подоби*

Застосування математичного аналізу при дослідженні фізичних явищ не завжди виявляється плідним. Здебільшого вдається дати тільки математичне формулювання задачі, тобто скласти диференціальні рівняння, що описують розглянуте явище, і встановити умови однозначності, які із цілого класу явищ, охоплених диференціальними рівняннями, виділяють одне конкретне явище.

У таких складних випадках доводиться звертатися до експерименту і знаходити зв'язок між величинами, що характеризують явище, у формі емпіричного рівняння, складеного на основі даних одиничного дослідження. Отримана в цьому випадку емпірична залежність справедлива тільки для розглянутого конкретного випадку і довільне поширення її на інші випадки, що відрізняються від вивченого на досліді, неправомірне.

Метод обробки даних дослідження оснований на теорії подоби явищ, яка вивчає властивості заздалегідь подібних систем і дозволяє з диференціальних рівнянь і умов однозначності сформулювати деякі висновки, не прибігаючи до інтегрування. На основі отриманих висновків можлива й математична обробка даних дослідження, що охоплює всі подібні між собою явища. Так установлюються границі поширення одиничного дослідження.

Загальна теорія подоби вперше була розроблена російськими й радянськими вченими В.Л. Кирпичьовим, М.В. Кирпичьовим, А.А. Гухманом, Л.С. Ейгенсоном, Г.П. Іванцовим та ін.

Подоба двох явищ забезпечується, якщо вони протікають у геометрично подібних умовах і якщо безрозмірні рівняння, що описують їх, тотожно однакові. Це дозволяє шляхом простого перерахування визначити параметри одного явища на основі параметрів іншого. Основна властивість подоби явищ полягає в існуванні та рівності безрозмірних комплексів, складених з величин, що їх характеризують, і називаних, як уже раніше було сказано, *числами* або *критеріями подоби*.

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [1, 2, 4]

Критерії (числа) подоби прийнято називати іменами вчених, що працювали у відповідній галузі науки, і позначати двома початковими буквами їхніх прізвищ, наприклад *Ne* (Ньютон), *Re* (Рейнольдс), *Eu* (Ейлер), *Nu* (Нуссельт), або просто великими літерами *K*.

Якщо будь-який характерний розмір моделі $r_m=r''$ відрізняється від відповідного характерного розміру зразка в $r_{об}=r'$ в c раз, то величина

$$\frac{r''}{r'} = c_r \quad (1.1)$$

є лінійний масштаб моделювання.

Тут довжина представлена безрозмірним числом. Обмірювані таким способом величини називаються величинами, вираженими у відносних одиницях, або, якщо мова йде про координатну систему, у відносних координатах.

Рівняння (1.1) містить безрозмірні величини (безрозмірні параметри або безрозмірні комплекси), під якими маються на увазі будь-які величини, фізичні постійні або будь-які їхні комбінації або комплекси, утворені так, щоб усі розмірності скоротилися.

У безрозмірної величини сума показників степенів дорівнює нулю. Наприклад, відношення питомих теплоємностей k має наступну розмірність $k=C_p/C_v$, тобто $(\text{кДж}\cdot\text{кг}^{-1}\text{T}^{-1})/(\text{кДж}\cdot\text{кг}^{-1}\text{T}^{-1})=1$.

Для перетворення до безрозмірних змінних використовують операцію, названу нормалізацією. У нашому випадку це операція перетворення рівнянь і граничних умов до безрозмірного виду, що містить безрозмірні змінні.

Критерії подоби можна одержати для будь-якого фізичного явища двома способами: способом інтегральних аналогів (якщо відомо рівняння процесу); способом, основанийому на π -теоремі. В останньому випадку необхідно й достатньо знати параметри процесу.

Спосіб інтегральних аналогів оснований на властивості фізичних рівнянь – однакової розмірності всіх їхніх членів.

Числа подоби в цьому випадку знаходять у такий спосіб.

Нехай є два однакових рівняння, що описують фізичний процес у природі (H) і на моделі (M):

$$\begin{aligned}\varphi_{1H} + \varphi_{2H} + \dots + \varphi_{nH} &= 0; \\ \varphi_{1M} + \varphi_{2M} + \dots + \varphi_{nM} &= 0,\end{aligned}\tag{1.2}$$

де φ – однорідна функція параметрів елементів системи. Рівняння натуральної та системи, що моделюється, в результаті поділу на один зі членів приводяться до безрозмірного виду:

$$\begin{aligned}1 + \frac{\varphi_{2H}}{\varphi_{1H}} + \frac{\varphi_{3H}}{\varphi_{1H}} + \dots + \frac{\varphi_{nH}}{\varphi_{1H}} &= 0; \\ 1 + \frac{\varphi_{2M}}{\varphi_{1M}} + \frac{\varphi_{3M}}{\varphi_{1M}} + \dots + \frac{\varphi_{nM}}{\varphi_{1M}} &= 0.\end{aligned}\tag{1.3}$$

Після цього в цих рівняннях опускають символи інтегрування та диференціювання (якщо рівняння інтегральні або диференціальні), виключають наявні неоднорідні функції. Отримані комплекси вважають основними критеріями подоби:

$$\pi_1 = \frac{\varphi_{2H}}{\varphi_{1H}} = \frac{\varphi_{2M}}{\varphi_{1M}}; \pi_2 = \frac{\varphi_{3H}}{\varphi_{1H}} = \frac{\varphi_{3M}}{\varphi_{1M}}; \dots; \pi_{n-1} = \frac{\varphi_{nH}}{\varphi_{1H}} = \frac{\varphi_{nM}}{\varphi_{1M}}.\tag{1.4}$$

Якщо в рівнянні є неоднорідні функції, то $(n-1)$ -му числу необхідно додати ще числа-аргументи неоднорідних функцій.

Розглянемо такий спосіб знаходження критеріїв подоби на прикладі двох гідродинамічно подібних потоків з умов тождності рівнянь. Якщо записати рівняння Нав'є-Стокса в безрозмірному виді, то для таких потоків ці рівняння виявляться зовсім ідентичними.

Приведемо до безрозмірного виду рівняння Нав'є-Стокса, записане для одномірного потоку у вигляді

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho \left(w \frac{\partial w}{\partial x} \right) = X - \frac{\partial \rho}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right). \quad (1.5)$$

Для цього спочатку всі величини, що входять у рівняння, виразимо в частках відповідних величин для незбуреного потоку вдалині від тіла й також характерних значень часу й розміру:

$$\begin{aligned} \frac{w_\infty}{t_0} \cdot \frac{\partial \frac{w}{w_\infty}}{\partial \frac{t}{t_0}} + \frac{w_\infty^2}{l} \left(\frac{w \partial \frac{w}{w_\infty}}{w_\infty \partial \frac{x}{l}} \right) &= \frac{X}{\rho} - \frac{p_\infty \rho_\infty}{l \rho_\infty \rho} \cdot \frac{\partial \frac{p}{p_\infty}}{\partial \frac{x}{l}} + \\ &+ \frac{\mu_\infty w_\infty}{\rho_\infty l^2} \cdot \frac{\rho_\infty}{\rho} \cdot \frac{\mu}{\mu_\infty} \left\{ \left[\frac{\partial^2 \frac{w}{w_\infty}}{\partial \left(\frac{x}{l} \right)^2} \right] + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial \frac{x}{l}} \left[\frac{\partial \frac{w}{w_\infty}}{\partial \frac{x}{l}} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (1.6)$$

а потім розділимо на величину w^2/l , пропорційну силі інерції для одиниці маси:

$$\begin{aligned} \frac{l}{t_0 w_\infty} \cdot \frac{\partial \frac{w}{w_\infty}}{\partial \frac{t}{t_0}} + \frac{w}{w_\infty} \cdot \frac{\partial \frac{w}{w_\infty}}{\partial \frac{x}{l}} &= \frac{gl}{w_\infty^2} - \frac{p_\infty}{\rho_\infty w^2} \cdot \frac{\rho_\infty}{\rho} \cdot \frac{\partial \frac{p}{p_\infty}}{\partial \frac{x}{l}} + \\ &+ \frac{\mu_\infty}{\rho_\infty w_\infty l} \cdot \frac{\rho_\infty}{\rho} \cdot \frac{\mu}{\mu_\infty} \left\{ \left[\frac{\partial^2 \frac{w}{w_\infty}}{\partial \left(\frac{x}{l} \right)^2} \right] + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial \frac{x}{l}} \left[\frac{\partial \frac{w}{w_\infty}}{\partial \frac{x}{l}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Тут прийнято, що масова сила X являє собою силу земного тяжіння, тобто $X/\rho = g$.

З рівняння (1.7) видно, що безрозмірне рівняння Нав'є-Стокса містить наступні безрозмірні комплекси:

$$\frac{l}{t_0 w_\infty}, \frac{gl}{w_\infty^2}, \frac{p}{\rho_\infty w_\infty^2}, \frac{\mu}{\rho_\infty l w_\infty}.$$

Очевидно, що для геометрично та кінематично подібних потоків безрозмірні рівняння руху будуть однаковими в тому випадку, якщо кожний із цих комплексів має те саме значення для зразка та моделі і якщо в подібних точках цих потоків відносні значення густини й в'язкості однакові:

$$\left. \begin{aligned} \frac{l_M}{t_{0M} w_{\infty M}} = \frac{l_H}{t_{0H} w_{\infty H}} = Sh; \quad \frac{gl_M}{w_{\infty M}^2} = \frac{gl_H}{w_{\infty H}^2} = \frac{1}{Fr}; \\ \frac{P_{\infty M}}{\rho_{\infty M} w_{\infty M}^2} = \frac{P_{\infty H}}{\rho_{\infty H} w_{\infty H}^2} = Eu; \\ \frac{\mu_{\infty M}}{\rho_{\infty M} l_{\infty M} w_{\infty M}^2} = \frac{\mu_{\infty H}}{\rho_{\infty H} l_{\infty H} w_{\infty H}^2} = \frac{1}{Re} \end{aligned} \right\}. \quad (1.8)$$

Безрозмірні комплекси (1.7) є, таким чином, критеріями динамічної подоби для геометрично та кінематично подібних систем.

У нестисливій рідині число Ейлера не є визначальним, тому що як характерний тиск p можна взяти динамічний тиск $\rho w^2/2$, і тоді Eu є постійним числом.

Оскільки безрозмірні комплекси Re , Fr , Sh , Eu у своєму складі мають швидкість v , то вони мають властивість взаємозамінності, у зв'язку із чим їх можна множити або ділити один на одного, одержуючи при цьому нові критерії. Існують й інші критерії, які відносяться до окремих випадків – число Архімеда, число Прандтля й інші.

Для середовища змінної густини в рівняння Нав'є-Стокса варто включити об'ємні сили Архімеда. Безрозмірний множник в ідеальному газі має вигляд

$$Ar = \frac{\Delta T_0}{T_\infty} \cdot \frac{1}{Fr}, \quad (1.9)$$

де $\Delta T_0 = T_h - T_{ст}$, а T_h і $T_{ст}$ – температура потоку, що набігає (удалині від тіла), і стінки. Величину Ar називають числом Архімеда. Воно має значення для гідродинамічної подоби в тому випадку, коли перепади температур у газовому потоці великі, а швидкості малі.

Як бачимо, число Архімеда можна отримати від поділу відносного перепаду температур на число Фруда Fr .

У загальному випадку

$$Ar = \frac{gl}{w^2} \beta \Delta T_0 = \frac{g\beta \Delta T_0 l^3}{\nu^2} \cdot \frac{\nu^2}{w_\infty^2 l^2} = \frac{Gr}{Re^2}, \quad (1.10)$$

де β – коефіцієнт об'ємного розширення.

Безрозмірну величину

$$Gr = \frac{g\beta \Delta T_0 l^3}{\nu^2}, \quad (1.11)$$

яка є відношенням сили Архімеда до сили в'язкості, називають числом Грасгофа.

Отже, для виконання умов гідродинамічної подоби потрібно, щоб у моделі значення числа Рейнольдса

$$Re = \frac{wl}{\nu} \quad (1.12)$$

і числа Грасгофа були такими ж, як і у зразку.

Для газових потоків (у стисливому середовищі) повинна дотримуватися також рівність числа Маха $M = w/a$ і відношення теплоємностей $k = C_p/C_v$, де a – швидкість звуку.

Точна реалізація умови (1.11) зазвичай буває складна. Виконання її полегшується завдяки вдало відзначеної М.В. Кирпичовим стабільності деяких турбулентних потоків.

Сутність стабільності полягає в тому, що на деякій відстані від входу в канал або взагалі в який-небудь апарат вплив розподілу швидкостей у вхідному перерізу стає зникаюче малим і встановлюється розподіл швидкостей, характерний для геометричної конфігурації розглянутого апарата. Відстань або шлях, що повинен пройти потік від вхідного перерізу до місця, де потік можна вважати стабілізованим, залежить від геометричної конфігурації апарата. Чим вона складніше, чим більше поворотів, раптових розширень і т.п. місцевих опорів, тим скоріше настає стабілізація плин, яка характеризується цілком певним розподілом швидкостей. Певному ж розподілу швидкостей відповідають цілком певні середні значення швидкості в будь-якому перерізі потоку. При цьому, зрозуміло, немає потреби вимірювати поля швидкостей у зазначених перерізах. Досить виміряти витрату рідини до входу в модель і потім визначити середню швидкість через об'ємну витрату рідини й площу відповідного перерізу.

Умови моделювання ще більше спрощуються для автономного режиму плин. Цей режим характеризується малим впливом сил тертя в порівнянні із силами тиску та інерції. Прямою ознакою автономності є подоба полів швидкості й тисків в одній і тій же моделі при різних значеннях Re . Іншими словами, подоба в'язкісного, а також інерційного плин забезпечуються однією лише подобою розподілу швидкостей і тисків. Це властивість інерційного та в'язкісного режимів, за пропозицією М.В. Кирпичьова й А.А. Гухмана, і прийнято називати автономністю. Про настання автономності судять по дослідах, коли, починаючи з деякого значення Re , критерій Eu не залежить від Re . Автономність представляє дослідникові незаперечні зручності, дозволяючи проводити експерименти на моделі будь-яких розмірів і з будь-якою робочою рідиною при значеннях Re_H , відмінних від Re_M . Важливо тільки, щоб модель і зразок працювали в автономній області (наближене моделювання).

Метод аналізу розмірностей застосовується тоді, коли невідомі рівняння, що визначають досліджуваний процес. Цей метод дозволяє обробити, а потім і узагальнити дані, отримані дослідним шляхом. Всі фізичні величини, що входять у визна-

чальне рівняння і є істотними для досліджуваного процесу, поділяються на дві групи. До першої групи відносяться величини, розмірності яких є первинними (базовими): маса, довжина, час і температура. З таких величин не можна утворити безрозмірні комплекси. У другу групу входять величини, розмірності яких компонується з розмірностей базових величин: площа, об'єм, швидкість, прискорення, тиск і т.д. Величини цієї групи дозволяють складати при різних комбінаціях безрозмірні комплекси – числа подоби (критерії). Зв'язок між числами фізичних параметрів першої і другої групи, що характеризують плин процесу, дозволяє встановити π -теорема – складова основа теорії методу аналізу розмірностей:

сукупність із n розмірних величин, одиниці виміру яких включають k основних величин, можна перетворити без зміни інформації, що є в ній, у сукупність, що містить $n-k$ безрозмірних величин.

Таким чином, метод аналізу розмірностей дозволяє знаходити числа подоби при відсутності математичного опису досліджуваного явища. Для цього необхідно тільки точно встановити параметри, від яких залежить дане явище. Однак слід зазначити, що для повної впевненості в справедливості результатів виконаного аналізу необхідне проведення додаткової дослідної або теоретичної перевірки. Значимість одержуваних результатів буде залежати від глибини проникнення в суть досліджуваного питання й від досвіду практичного використання теоретичних положень.

Як найпростіший приклад приведення сукупності до безрозмірного виду й знаходження відповідних критеріїв подоби розглянемо систему, що складається з підвішеного на пружині вантажу, що приводиться у рух зовнішньою силою (рис. 1.1).

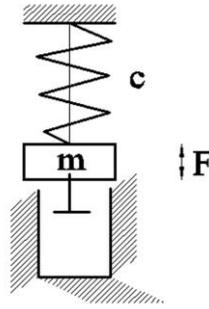


Рис. 1.1. Коливання з демпфіруванням підвішеного до пружини тягаря

Згідно рис. 1.1 тягар масою m коливається на пружині жорсткістю c у в'язкому середовищі, сила опору якого $F_k = -kv$. На тягар діє збурна сила $F_0 \sin(\omega t)$. Переміщення тягаря x є функцією цих величин та часу t :

$$x = f(m, k, \omega, F_0, c, t). \quad (1.13)$$

Розмірність даних величин

- ✓ x (м) – переміщення тягаря;
- ✓ m (кг) – маса тягаря;
- ✓ k (кг/с) – коефіцієнт опору середовища;
- ✓ t (с) – час;
- ✓ ω (1/с) – частота коливань;
- ✓ F_0 (кг·м/с²) – збурна сила;
- ✓ c (кг/с²) – жорсткість пружини.

Згідно з методом нульових розмірностей необхідно вибрати за числом основних одиниць таке ж саме число параметрів з записаної сукупності, для яких визначник, що складений з показників степенів основних одиниць, не дорівнював би нулю.

У нашому випадку маємо три основні одиниці – м, кг, с. З наведеної сукупності параметрів виберемо три – такими параметри можуть бути m , ω , F_0 . Позначимо розмірності наступним чином: кг – М, м – L, с – Т.

Зробимо заміну розмірностей обраних параметрів m , ω , F_0 через добуток основних розмірностей у відповідних степенях:

$$[m]=[M]^1 \cdot [L]^0 \cdot [T]^0; \quad [\omega]=[M]^0 \cdot [L]^0 \cdot [T]^{-1}; \quad [F_0]=[M]^1 \cdot [L]^1 \cdot [T]^{-2}$$

Складемо визначник за цими степенями, який при підрахунках не повинен дорівнювати нулю:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 1 \neq 0.$$

Число величин, що характеризує цей процес, дорівнює 7-ми, ранг матриці рівний 3-м. Тому, згідно π -теоремі, число безрозмірних комплексів, які характеризують цей процес, визначається як різниця між загальним числом параметрів і їхньою основною кількістю, тобто кількість безрозмірних комплексів у нашому випадку буде дорівнювати $7-3=4$.

Отже, рівняння (1.12) можна виразити так:

$$\begin{aligned} & \frac{x}{m^{\alpha_x} \cdot \omega^{\beta_x} \cdot F_0^{\gamma_x}} = \\ & = \Phi \left(\frac{k}{m^{\alpha_k} \cdot \omega^{\beta_k} \cdot F_0^{\gamma_k}}; \frac{c}{m^{\alpha_c} \cdot \omega^{\beta_c} \cdot F_0^{\gamma_c}}; \frac{t}{m^{\alpha_t} \cdot \omega^{\beta_t} \cdot F_0^{\gamma_t}} \right), \end{aligned} \quad (1.14)$$

або в загальному вигляді воно може бути представленим як сукупність критеріїв:

$$\pi_1 = \Phi(\pi_2, \pi_3, \pi_4). \quad (1.15)$$

Значення α , β , γ для кожного з критеріїв знаходяться за умови, що розмірність кожного критерію дорівнює одиниці.

Для першого члена критеріальної функції розмірності, що входять до його величин, записуються наступним чином:

$$\begin{aligned}
& \frac{[x]}{[m]^{\alpha_x} \cdot [\omega]^{\beta_x} \cdot [F_0]^{\gamma_x}} = \\
& = \frac{[L]}{[M]^{\alpha_x} \cdot [T^{-1}]^{\beta_x} \cdot ([M] \cdot [L] \cdot [T]^{-2})^{\gamma_x}} = \\
& = [M]^{-\alpha_x - \gamma_x} \cdot [T]^{\beta_x + 2\gamma_x} \cdot [L]^{1 - \gamma_x} = 1.
\end{aligned}$$

Якщо добуток розмірностей у відповідних степенях дорівнює одиниці, то припускаємо, що і кожна розмірність також дорівнює 1, тобто $[M]^{-\alpha_x - \gamma_x} = 1$, $[T]^{\beta_x + 2\gamma_x} = 1$ і $[L]^{1 - \gamma_x} = 1$. З курсу вищої математики відомо, що якщо число, яке зведене в деякий степінь, дорівнює одиниці, то сама степінь повинна дорівнювати нулю. Згідно з цим ми можемо з степенів розмірностей скласти систему з трьох рівнянь:

$$\begin{cases} -\alpha_x - \gamma_x = 0; \\ \beta_x + 2\gamma_x = 0; \\ 1 - \gamma_x = 0. \end{cases}$$

звідки знаходимо $\gamma_x=1$, $\alpha_x=-1$, $\beta_x=-2$.

Перевірку розмірностей знайденого критерію здійснюємо таким чином:

$$[\pi_1] = \frac{[x]}{[m]^{-1} \cdot [\omega]^{-2} \cdot [F_0]^1} = \frac{[L]}{[M]^{-1} \cdot [T^{-1}]^{-2} \cdot ([M] \cdot [L] \cdot [T]^{-2})^1} = 1.$$

Згідно з отриманими степенями α , β , γ критерій π_1 буде мати вигляд:

$$\pi_1 = \frac{x \cdot m \cdot \omega^2}{F_0}. \quad (1.16)$$

Аналогічно знаходимо й інші критерії. Так, для іншого члена критеріальної функції розмірності, що містять його величини, можна записати:

$$\begin{aligned} \frac{[k]}{[m]^{\alpha_k} \cdot [\omega]^{\beta_k} \cdot [F_0]^{\gamma_k}} &= \\ &= \frac{[M] \cdot [T]^{-1}}{[M]^{\alpha_k} \cdot [T^{-1}]^{\beta_k} \cdot ([M] \cdot [L] \cdot [T]^{-2})^{\gamma_k}} = \\ &= [M]^{1-\alpha_k-\gamma_k} \cdot [T]^{-1+\beta_k+2\gamma_k} \cdot [L]^{-\gamma_k} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 1 - \alpha_k - \gamma_k = 0; \\ -1 + \beta_k + 2\gamma_k = 0; \\ -\gamma_k = 0. \end{cases} \text{, звідки знаходимо } \gamma_k=0, \alpha_k=1, \beta_k=1.$$

Перевірка розмірностей критерію π_2 :

$$[\pi_2] = \frac{[k]}{[m]^1 \cdot [\omega]^1 \cdot [F_0]^0} = \frac{[M] \cdot [T]^{-1}}{[M] \cdot [T]^{-1}} = 1.$$

Критерій π_2 буде мати вигляд:

$$\pi_2 = \frac{k}{m\omega}. \quad (1.17)$$

Для третього члена критеріальної функції розмірності величин записуємо наступним чином:

$$\begin{aligned}
& \frac{[c]}{[m]^{\alpha_c} \cdot [\omega]^{\beta_c} \cdot [F_0]^{\gamma_c}} = \\
& = \frac{[M] \cdot [T]^{-2}}{[M]^{\alpha_c} \cdot [T^{-1}]^{\beta_c} \cdot ([M] \cdot [L] \cdot [T]^{-2})^{\gamma_c}} = \\
& = [M]^{1-\alpha_c-\gamma_c} \cdot [T]^{-2+\beta_c+2\gamma_c} \cdot [L]^{-\gamma_c} = 1.
\end{aligned}$$

$$\begin{cases} 1 - \alpha_c - \gamma_c = 0; \\ -2 + \beta_c + 2\gamma_c = 0; , \text{ звідки знаходимо } \gamma_c=0, \alpha_c=1, \beta_c=2. \\ -\gamma_c = 0. \end{cases}$$

Перевірка розмірностей критерію π_3 :

$$[\pi_3] = \frac{[c]}{[m]^1 \cdot [\omega]^2 \cdot [F_0]^0} = \frac{[M] \cdot [T]^{-2}}{[M] \cdot ([T]^{-1})^2} = 1.$$

Критерій π_3 буде мати вигляд:

$$\pi_3 = \frac{c}{m\omega^2}. \quad (1.18)$$

Розмірності останнього (четвертого) члена критеріальної функції запишемо так:

$$\begin{aligned}
& \frac{[t]}{[m]^{\alpha_t} \cdot [\omega]^{\beta_t} \cdot [F_0]^{\gamma_t}} = \\
& = \frac{[T]}{[M]^{\alpha_t} \cdot [T^{-1}]^{\beta_t} \cdot ([M] \cdot [L] \cdot [T]^{-2})^{\gamma_t}} = \\
& = [M]^{-\alpha_t-\gamma_t} \cdot [T]^{1+\beta_t+2\gamma_t} \cdot [L]^{-\gamma_t} = 1.
\end{aligned}$$

$$\begin{cases} -\alpha_t - \gamma_t = 0; \\ 1 + \beta_t + 2\gamma_t = 0; \\ -\gamma_t = 0. \end{cases}, \text{ звідки знаходимо } \gamma_t=0, \alpha_t=0, \beta_t=-1.$$

Перевірка розмірностей критерію π_4 :

$$[\pi_4] = \frac{[t]}{[m]^0 \cdot [\omega]^{-1} \cdot [F_0]^0} = \frac{[T]^1}{([T]^{-1})^{-1}} = 1.$$

Критерій π_4 буде мати вигляд:

$$\pi_4 = t\omega. \quad (1.19)$$

Рівняння (1.14) з урахуванням виразів (1.15)–(1.18) можна записати у вигляді:

$$\frac{x \cdot m \cdot \omega^2}{F_0} = \Phi\left(\frac{k}{m\omega}; \frac{c}{m\omega^2}; t\omega\right). \quad (1.20)$$

Отже, результати експерименту дозволять визначити взаємозв'язок між вказаними параметрами (критеріями подоби), котрий буде справедливим як для моделі, так і для природи, а математичне формулювання цього зв'язку буде мати вигляд $\pi_1 = \text{idem}$, $\pi_2 = \text{idem}$, $\pi_3 = \text{idem}$, $\pi_4 = \text{idem}$ (idem означає "відповідно однаково для всіх розглянутих процесів").

Варто сказати, що переважна більшість критеріїв подоби вже давно вивчена досить докладно, і вони описують практично всі можливі види моделювання. Нижче наведені основні критерії подоби, які використовуються в металургії, й коротко дана їхня характеристика.

1. Відносний лінійний розмір

$$L_i = \frac{l_i}{l} \quad (1.21)$$

характеризує будь-який лінійний параметр системи l_i , у якій як лінійний параметр обраний параметр l .

2. Відносний час

$$T = \frac{\tau}{\tau_0} \quad (1.22)$$

визначає безрозмірний час у системі, тут τ_0 – параметричний відрізок часу.

3. Критерій гомохронності

$$Ho = \frac{\tau w}{l} \quad (1.23)$$

характеризує безрозмірний час для систем, у яких не задані параметричні відрізки часу.

4. Відносна швидкість

$$W = \frac{w}{w_0} \quad (1.24)$$

відображає безрозмірну швидкість для процесів із заданим параметричним значенням швидкості.

5. Число Маха

$$Ma = \frac{w}{a} \quad (1.25)$$

– це критерій гідродинамічної подоби руху стисливих газів зі швидкостями, порівнянними зі швидкістю звуку (a) у тих же точках.

6. Безрозмірна швидкість

$$W = \frac{w}{\sqrt{gl}} \quad (1.26)$$

характеризує міру відношення сил інерції та сил ваги в однорідному потоці газу або рідини (g – прискорення вільного падіння).

7. Число Фруда

$$Fr = \frac{w^2}{gl} \quad (1.27)$$

застосовується як безрозмірна швидкість для процесів, у яких істотна сила ваги; це критерій гравітаційної подоби, він характеризує відношення сил інерції та ваги в однорідному потоці.

8. Відносна густина

$$P = \frac{\rho}{\rho_0} \quad (1.28)$$

– це співвідношення густин взаємодіючих газів або рідин, а також твердих речовин для гетерогенних систем.

9. Безрозмірна об'ємна витрата

$$V = \frac{v}{\sqrt{gl^5}} \quad (1.29)$$

– це безрозмірна форма об'ємної витрати газу або рідини для сталих процесів з істотним впливом сили ваги.

10. Безрозмірна масова витрата

$$M = \frac{m}{\rho \sqrt{gl^5}} \quad (1.30)$$

– це безрозмірна форма масової витрати газу та рідини для усталеного руху з істотним впливом сили ваги.

11. Число Архімеда

$$Ar = \frac{gl}{w^2} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (1.31)$$

характеризує міру співвідношення сил інерції та піднімальної в рідині, що рухається, або газі. Індокси 1 й 2 відносяться до різних фазових станів речовини.

12. Число Ейлера

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho w^2} \quad (1.32)$$

оцінює міру сил тиску (p) та інерції в потоці рідини або газу.

13. Число Рейнольдса

$$Re = \frac{wl}{\nu} \quad (1.33)$$

характеризує міру співвідношення сил інерції та в'язкості (молекулярного тертя) однорідного потоку, визначає також режим руху рідини й газу (ламінальний або турбулентний). Тут $\nu = \mu/\rho$ – кінематична в'язкість.

14. Безрозмірний імпульс струменя

$$I = \frac{i}{\rho g l^3} \quad (1.34)$$

є мірою співвідношення імпульсу (i) і піднімальної сили струменя. Тут i відноситься до газу, ρ – до рідини.

15. Число Ньютона

$$Ne = \frac{\rho_1 w^2 l_1^2}{\rho_2 g l_2^3} \quad (1.35)$$

характеризує міру відношення кількості руху струменя до ваги рідини. Індекси 1 й 2 відносяться, відповідно, до газу й рідини.

16. Відносний імпульс потоку

$$I = \frac{\rho_1 v_1 w_1}{\rho_2 v_2 w_2} \quad (1.36)$$

є мірою співвідношення імпульсів потоків.

17. Число Галілея

$$Ga = \frac{g l^3}{\nu^2} = \frac{Re^2}{Fr} \quad (1.37)$$

є мірою співвідношення сил ваги та в'язкості в однорідному потоці.

18. Безрозмірна в'язкість

$$N = \frac{v}{\sqrt{gl^3}} \quad (1.38)$$

– це критерій подоби для процесів руху газу та рідини, коли не задане параметричне значення швидкості.

19. Критерій фізичних властивостей рідини

$$M = \frac{\mu^4 g}{\sigma^3 \rho} \quad (1.39)$$

характеризує міру співвідношення властивостей рідини, що впливають на утворення й рух пухирів, крапель, бризок й інших дрібних часток (σ – коефіцієнт поверхневого натягу). Використовується для вибору рідин на моделі для процесів у газорідинних системах.

20. Число Вебера

$$We = \frac{\sigma}{\rho gl^2} \quad (1.40)$$

характеризує співвідношення лінійних розмірів вільних утворень у рідині (пухирів, крапель й т.д.) і лінійних розмірів системи. Використовується для вибору геометричного масштабу моделі.

21. Число Прандтля

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{Pe}{Re} \quad (1.41)$$

відбиває міру подоби температурних і швидкісних полів потоку ($a = \frac{\lambda}{c\rho}$) – температуропровідність). При $Pr=1$ поля температур і швидкостей точно подібні один одному.

22. Число Пекле

$$Pe = \frac{wl}{a} = Re \cdot Pr \quad (1.42)$$

є мірою співвідношення інтенсивностей кондуктивного та конвективного переносу теплоти. Використовується замість Re при перевазі в рідині кондуктивного переносу теплоти.

23. Число Біо

$$Bi = \frac{\alpha l}{\lambda} \quad (1.43)$$

характеризує міру співвідношення інтенсивностей переносу теплоти за рахунок конвекції (α) у газовому середовищі та теплопровідності (λ) в омиваному ним твердому тілі. Є основним критерієм подоби нестационарного теплообміну.

24. Число Грасгофа

$$Gr = \frac{gl^3}{\nu^2} \beta \Delta T \quad (1.44)$$

визначає міру співвідношення сили ваги, що виникає внаслідок термічного розширення рідини (газу) і сили в'язкості. Тут β – коефіцієнт об'ємного розширення, $\Delta t = t_{нов} - t_p$ при $t_{нов} > t_p$ й $\Delta t = t_p - t_{нов}$ при $t_p > t_{нов}$.

25. Число Фур'є

$$Fo = \frac{a\tau}{l^2} \quad (1.45)$$

характеризує безрозмірну форму часу для нестационарного теплообміну (гомохронність процесу). Також визначає зв'язок між швидкістю зміни температурного поля, фізичними характеристиками та розмірами тіла.

26. Число Нуссельта

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda_p} \quad (1.46)$$

– це міра співвідношення інтенсивності переносу теплоти конвекцією та теплопровідністю (λ_p) в однорідному потоці, $Nu \neq Bi$, тому що λ_p – теплопровідність рідини.

27. Число Стентона

$$St = \frac{\alpha}{wc\rho} \quad (1.47)$$

– це критерій конвективного переносу теплоти, характеризує міру відношення інтенсивності тепловіддачі та питомої теплоємності потоку. Застосовується при $Pr \ll 1$ та $Re \rightarrow \infty$.

28. Безрозмірна температура

$$\Theta = \frac{t - t_0}{t_n - t_0} \quad (1.48)$$

– це форма безрозмірної температури. Тут t_0 – яка-небудь параметрична температура системи, прийнята за нуль, t_n – ще одна параметрична температура, наприклад, початкова.

29. Безрозмірна теплота фазового переходу

$$Q_{\phi} = \frac{q_{\phi}}{c\Delta T} \quad (1.49)$$

характеризує відношення теплоти фазового переходу до теплоти нагрівання або охолодження.

30. Число Лагранжа

$$La = \frac{\Delta p l}{\rho w v} = Eu \cdot Re \quad (1.50)$$

є мірою подоби для полів тиску й швидкостей. Характеризує зв'язок між безрозмірними полями тисків і швидкостей для даного каналу.

31. Число Шмідта, або дифузійне число Прандтля

$$Pr' = \frac{V}{D} \quad (1.51)$$

характеризує співвідношення між силами в'язкості та дифузії в процесі масообміну (D – коефіцієнт дифузії).

32. Число Шервуда, або дифузійне число Нуссельта

$$Nu' = \frac{\beta l}{D} \quad (1.52)$$

характеризує інтенсивність масопередачі (β – коефіцієнт масообміну).

33. Дифузійне число Пекле

$$Pe_D = \frac{wl}{D} \quad (1.53)$$

є мірою відношення розподілу концентрацій за рахунок конвекції в потоці до розподілу концентрацій за рахунок молекулярної дифузії.

Звичайно ж, наведений перелік критеріїв подоби далеко не повний, однак з використанням наведених методик, вищевказаних чисел і критеріїв подоби можна провести моделювання практично будь-яких металургійних процесів.

1.3. Оцінка значимості критеріїв подоби*

При вивченні металургійних процесів нерідко виникає необхідність у моделюванні досить складних процесів, описуваних більшим числом величин. Звичайно ж, для будь-яких складних процесів можна вивести умови точної подоби. Однак у багатьох випадках виконати всі вимоги точної подоби при моделюванні виявляється неможливим. Особливо великі труднощі зустрічаються при моделюванні таких процесів, як горіння, тепломасообмін, продувка металів газами та порошками, оскільки дуже важко відтворити на моделі зміну об'ємів газів, їхньої густини при горінні та нагріванні, хімічних властивостей реагентів і т.д. У той же час, для рішення інженерних і науково-технічних задач часто доцільним виявляється виявлення лише основних, найбільш істотних факторів, які включені в безрозмірні критерії.

Критерії моделювання можна розділити на три групи:

- 1) істотні;
- 2) вироджені несуттєві;
- 3) вироджені формальні (несамостійні).

Істотними вважають такі критерії, які відображають співвідношення між порівнянними фізичними ефектами. Причому зміна їхнього чисельного значення при незмінності будь-яких інших істотно впливає на значення безрозмірної функції. Слід зазначити обов'язковість рівності істотних критеріїв подоби на зразку та моделі.

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [1, 4]

Гухман А.А. показав, що розуміння критеріїв як наближеної міри відношення інтенсивностей двох фізичних ефектів дає можливість визначити області виродження впливу критеріїв по їхніх чисельних значеннях. Так, нескінченне зменшення та збільшення чисельного значення критерію говорить про несумірність зіставлених ефектів. Отже, у цьому випадку вплив критеріїв на досліджуваний процес повинний вироджуватися.

Таким чином, **виродженими** називаються критерії, що відображають співвідношення між непорівнянними ефектами. Будь-який критерій при його наближенні до нуля або до безкінечності вироджується.

Якщо зміна чисельного значення якого-небудь критерію при незмінності інших критеріїв даної системи практично не впливає на зміну безрозмірних функцій, то говорять про його неістотність і при моделюванні немає необхідності забезпечувати рівність для моделі та оригіналу чисельних значень таких критеріїв. При цьому необхідно і достатньо лише забезпечити збіг областей цих критеріїв. **Несуттєвим** критерій може бути тільки в тому випадку, якщо незрівнянно малий у порівнянні з іншими (вироджений) фізичний ефект входить тільки в цей критерій і не входить в інші.

У практиці моделювання часто застосовують поняття **автомодельності**, під яким розуміють незалежність досліджуваного процесу від якого-небудь безрозмірного параметра в певному інтервалі його зміни. При цьому, як уже вище згадувалося, необхідна відповідність однієї й тієї ж області зміни даного критерію на зразку й моделі. Така область зветься автотомодельною. На практиці цей метод спрощення моделювання використовується дуже широко.

Наприклад, при дослідженні гідродинамічних процесів визначальним критерієм є число Рейнольдса, значення якого визначає режим руху рідини. При $Re \leq 2300$ вважається, що рух рідини ламінарний, при $Re > 10000$ – турбулентний. Установлено, що безрозмірне поле швидкостей не залежить при ламінарному русі рідини від числа Re , а безрозмірний перепад тиску La є постійним числом. Таким чином, у всіх геометрично подібних каналах стабілізовані ламінарні плинні нестисливої рідини ав-

томатично подібні в гідродинамічному сенсі. Таке ж твердження можна зробити і для турбулентних режимів, але й тут повинен бути врахований фактор гідравлічного опору за рахунок шорсткості стінок каналів.

Автомодельність одного з полів складного фізичного явища не означає існування автоматичності інших його полів. Зокрема, гідродинамічна автоматичність далеко не завжди визначає автоматичність теплову. Так, наприклад, при ламінарному русі рідини, де існує гідродинамічна автоматичність у сенсі $La = \text{const}$, число Nu явно залежить від комплексу $Pe \cdot D/L$ у всій області, де значення останнього більше 12. А при турбулентному русі рідини, повністю або приблизно автоматичному за коефіцієнтом шорсткості ξ , число Nu сильно залежить від числа Re .

При наявності наближеної автоматичності в моделі можна відтворювати значення визначального критерію й не рівним (звичайно меншим) тому, що має місце в зразку. Однак при цьому не можна виходити за ту область значень визначального критерію, у якій відносна зміна вивченого поля або безрозмірного енергетичного коефіцієнта починає перевищувати практично припустимі межі.

При моделюванні досить таки часті випадки, коли не один, а відразу кілька критеріїв, що мають загальні групи фізичних величин, виявляються непорівнянними з одиницею, інакше кажучи, є несуттєвими. У цьому випадку говорять про їхню формальність або несамостійність.

При наявності несамостійних (формальних) критеріїв для приведення сукупності до раціонального безрозмірного виду необхідно із двох (або більше) вихідних формальних критеріїв шляхом їхнього перемножування або ділення відповідно до фізичного змісту (іноді в деяких степенях) одержати новий критерій, з якого була б виключена група величин, що має малий, у порівнянні з іншими, вплив на досліджувану функцію.

1.4. Методика постановки експерименту та обробки його результатів*

При здійсненні моделювання дослідники зіштовхуються із протиріччям, яке полягає в тому, що для одержання достовірних результатів потрібне проведення великої кількості дослідів. Разом з тим, необхідність економії часу й засобів обмежує кількість виконуваних вимірів. Зазначену проблему вдається успішно вирішити за допомогою планування експерименту, основним завданням якого є розробка оптимальної схеми дослідження, що забезпечує одержання необхідної інформації при мінімальних часових і матеріальних витратах.

При використанні планування експерименту дослідник змінює умови його проведення по спеціально розробленій програмі та фіксує тільки ті результати, які отримані в цих заздалегідь передбачених умовах. Експеримент, організований за такою схемою, називається активним. Інший, більш простий, шлях організації експерименту припускає можливість довільної зміни умов його протікання та фіксації результатів, що відповідають цим умовам. У цьому випадку експеримент є пасивним. Із цих двох принципово різних підходів до рішення задач, що стоять перед дослідником, кращим є перший, оскільки дозволяє досягти наміченої мети найкоротшим шляхом.

Теорія планування експерименту включає наступні основні поняття.

Об'єкт дослідження – досліджуване фізичне явище, технологічний процес або агрегат.

Фактори – незалежні змінні величини, що впливають на протікання досліджуваних процесів.

Рівні – певні значення, прийняті факторами.

Функція відгуку – величина, що характеризує протікання процесу.

Математична модель – математичний опис процесу, що представляє систему рівнянь, які зв'язують функції відгуку з факторами.

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [1, 4, 10-12]

Факторний простір – координатний простір, по осях якого відкладені фактори.

При вимірах фізичних величин, проведених у ході експериментальних досліджень, неминучі помилки, які можуть бути як істотними, так і мізерно малими. Цю обставину необхідно враховувати в процесі обробки експериментальних даних і при наступному їхньому аналізі. Мова йде, в першу чергу, про оцінку погрішності отриманих результатів, що містить у собі три основні складові: погрішність вимірів, погрішність обчислень і погрішність методу.

Погрішність вимірів обумовлена наявністю трьох джерел помилок: неправильністю відображення чутливим елементом вимірюваної величини; нездатністю проміжної частини приладу правильно відображувати реакцію чутливого елемента та нездатністю спостерігача правильно реєструвати показання приладу.

Погрішність вихідних показників вимірювальних засобів залежить від неточності зняття показань з приладу, а також від погрішності тарування перетворювачів, що може бути обумовлене нестабільністю властивостей датчиків, що входять до складу цих перетворювачів. Наприклад, опір тензодатчиків в одній партії може відрізнятись в межах 1–3 %.

Зазначені типи помилок розділяють на два класи: систематичні та випадкові. Сумарна помилка будь-якого виконаного виміру складається з помилок цих класів. Випадкова помилка має місце, коли в результаті виконаних підряд декількох вимірів постійної величини одержують різні числові значення. Систематична помилка може спостерігатися в тих випадках, коли отримане середнє значення контрольованої величини постійно відхиляється від відомого точного значення при будь-якому числі показників, що знімають. Систематичні помилки при аналізі результатів вимірів прагнуть виключити. Випадкові помилки виключити з результатів вимірів неможливо.

При оцінці результатів експерименту виходять із припущень про те, що всі виміри є рівноточними, а розподіл випадкових помилок підкоряється нормальному закону. Для оцінки випадкових помилок при вимірах зазвичай використовують значення середньоквадратичних відхилень.

Результати моделювання можуть бути представлені у вигляді інтерполяційних формул, емпіричних залежностей, таблиць і графіків.

Таблична форма подання даних експериментальних досліджень використовується для відображення фактичного матеріалу. В остаточній формі в таблиці залишаються вихідні дані й отримані результати, згодом використовуються для розрахунку середніх значень і характеристик мінливості досліджуваних величин (параметрів).

Для знаходження емпіричної залежності між досліджуваними величинами за даними, наведеними у таблицях, будують точкові графіки, наносячи на їхні поля точки, у яких перетинаються лінії, подумки проведені через масштабні мітки відповідних значень аргументу на осі абсцис і функції на осі ординат. Плавна лінія, накреслена з таким розрахунком, щоб нанесені на поле графіка досліджені точки розташовувалися одночасно по обох сторонах від неї, буде графіком функції, що приблизно виражає залежність між досліджуваними параметрами. Рівняння, що відповідає цій лінії, буде емпіричною формулою, що описує шукану залежність. Зазвичай припускають, що ця залежність має вигляд багаточлена n -ї степені.

Оскільки простіше всього для виявлення експериментальних залежностей вибирати емпіричні формули по графіках, які дозволяють легко визначити параметри лінійної залежності, можна обмежитися в багаточлені першими двома членами. Для визначення значень постійних, що входять у ці рівняння, найчастіше використовують метод найменших квадратів.

Як видно з наведеного вище матеріалу, існують різноманітні методи обробки даних експериментальних досліджень, що вимагають не тільки певного рівня підготовки та знань із теорії математичної статистики, але й великих обчислювальних ресурсів.

Продуктивність праці дослідника значно підвищується при використанні засобів обчислювальної техніки. У сучасних умовах розвиток застосування електронних обчислювальних машин при здійсненні математичного моделювання ведеться по двох основних напрямках. З однієї сторони, ЕОМ використовують для автоматизації досліджень. У цьому випадку засоби

обчислювальної техніки безпосередньо включають до складу вимірювальних систем, що забезпечують збір первинної інформації, попередню обробку одержуваних даних, їхнє зберігання, остаточну обробку та видачу результатів.

Прикладом, що ілюструє переваги застосування таких вимірювальних систем, є використання ЕОМ у комплексі з АЦП для виміру швидкості циркуляційних потоків рідини та часу її гомогенізації при моделюванні процесів інжекційної обробки сплавів. Тривалість циклу одержання первинної інформації, включаючи запис сигналу та визначення середніх значень контрольованих величин, знижується в кілька разів у порівнянні із традиційними системами вимірів, оснований на застосуванні осцилографів або самописців.

Другим напрямком використання ЕОМ при моделюванні є їхнє застосування для статистичної обробки нових результатів, порівняння нових отриманих даних зі старими, а також перевірки висунутих гіпотез.

Завдяки бурхливому прогресу технічного й програмного забезпечення персональних комп'ютерів математична обробка даних стала доступною кожному, оскільки при наявності бібліотек прикладних програм відпала необхідність у складанні й налагодженні для рішення чисельними методами задач, що виникають у процесі досліджень.

Сучасні системи статистичного аналізу даних можуть включати більше 200 процедур їхньої обробки по наступних розділах математичної статистики: дисперсійний аналіз; аналіз часових рядів; контроль якості; багатовимірний аналіз; непараметричний аналіз; планування експерименту; підбор розподілів; прогнозування; розвідницький аналіз; регресійний аналіз та ін.

Однією з найбільш ефективних систем статистичного аналізу даних на сьогоднішній день вважається статистичний графічний пакет STATGRAPHICS, розроблений американською корпорацією Manugistics. Даний пакет програм включає 11 модулів, що дозволяють дослідникові, що не володіє в досить повному обсязі тонкощами математичної статистики, провести аналіз отриманих експериментальних даних у суворій відповідності з положеннями її основних розділів. Використання та-

кої комп'ютерної системи при здійсненні фізичного моделювання дає можливість скласти оптимальний план експерименту, виробити чіткі формалізовані правила застосування рішень на кожному етапі його проведення, одержати багатофакторні математичні моделі, що досить точно описують досліджуваний процес, а також виключити вплив суб'єктивного фактора на коректність підсумкових результатів. Причому необхідна кількість дослідів, а також часові й матеріальні витрати, пов'язані з їхнім проведенням, у цьому випадку будуть мінімальними.

Не менш конкурентоздатним є також русифікована програма STATISTICA, розроблена фірмою StatSoft, Inc., США. У ній реалізований так званий графічно-орієнтований підхід до аналізу даних. Підхід полягає в тому, щоб одержати всебічно візуальне подання даних на всіх етапах статистичної обробки та на основі цього подання вибрати наступний крок аналізу.

В STATISTICA є сотні типів графіків, призначених для візуалізації даних, розвідувального аналізу, графічного висновку результатів і вибору наступних напрямків аналізу. Такі унікальні графіки, як лиця Чернова, діаграми Вороного, матричні дозволяють «візуалізувати» кореляційну матрицю, категоризовані, трасувальні й ін. графіки. Також великий вибір двовірних і тривірних наукових і ділових графіків і діаграм стали легкодоступними для користувача.

Крім стандартних типів графіків в STATISTICA є велика кількість спеціалізованих статистичних графіків: «ящиків з вусями» з різноманітними опціями на вибір середньої точки, граничних значень, припасування, визначення викидів, різних гістограм, графіків на нормальному імовірнісному папері, графіків типу «імовірність–імовірність», «квантиль–квантиль» і т.д.

Графіки можна зменшувати, збільшувати, накладати один на одний, змінювати масштаби, обертати, коректувати перспективу, застосовувати засіб «Рентген» у тривірній графіці, щоб побачити «обриси далеких гір на тлі ближніх», визначати власну палітру кольорів, додавати користувальницький текст, рисунки, стрілки й т.д. Графіки можуть автоматично змінюватися при зміні пов'язаного з ними файлу даних.

Крім того, авторам також відомий цілий ряд такого роду статистичних пакетів (STADIA, SPSS, SYSSYAT, S-plus, SAS,

CSS, BMDP, SIGN ін.). З вітчизняних розробок варто згадати пакети STADIA, ЕВРИСТА, МЕЗОЗАВР, ОЛІМП:Статексперт, Статистик–Консультант, САНІ, КЛАС–МАЙСТЕР й ін.

Проблема вибору найбільш підходящого пакета для певної категорії користувачів, кола розв'язуваних задач, типу й можливостей комп'ютерів і т.д. не проста та залежить від багатьох факторів, висвітлення яких у даній роботі не ставилося як завдання.

Контрольні питання й завдання

1. Дайте характеристику основним поняттям і визначенням моделювання.
2. Дайте визначення аналогової моделі.
3. Дайте визначення фізичної моделі.
4. Дайте визначення математичної моделі.
5. Чим відрізняються види моделювання один від одного?
6. Які основні переваги та недоліки видів моделювання?
7. Що таке критерії подоби?
8. Що таке сукупність величин, які визначають систему, що моделюється?
9. Як, з метою її аналізу, підрозділяються величини, що характеризують фізичну систему?
10. За якими показниками можна визначити правильність складання сукупності величин, що характеризує систему, що моделюється?
11. Що таке однозначність системи?
12. Що таке однорідність системи?
13. Назвіть й охарактеризуйте способи складання сукупностей величин, що характеризує систему, що моделюється.
14. Недоліки й переваги розмірних і безрозмірних величин.
15. Що таке нормалізація величин?
16. Охарактеризуйте й поясніть спосіб інтегральних аналогів.
17. Приведіть рівняння Нав'є-Стокса до безрозмірного виду способом інтегральних аналогів.
18. Що таке режим автомодельності? Наведіть приклади.
19. Охарактеризуйте та поясніть метод аналізу розмірностей.

20. Дайте визначення π -теореми.
21. Наведіть приклад перетворення сукупності величин, що визначають фізичну систему, до безрозмірного виду за допомогою методу нульових розмірностей.
22. Дайте характеристику основних критеріїв подоби.
23. Навіщо потрібно оцінювати значимість критеріїв?
24. Назвіть групи критеріїв моделювання.
25. Що таке істотні критерії. Наведіть приклади.
26. Що таке вироджені критерії. Наведіть приклади.
27. Що таке несуттєві критерії. Наведіть приклади.
28. Що таке несаможітні (формальні) критерії. Наведіть приклади.
29. Мета планування експерименту.
30. Основні поняття планування експерименту.
31. Що таке активний і пасивний експерименти?
32. Як ліквідувати випадкові та систематичні помилки експерименту?
33. Як знайти емпіричну залежність між досліджуваними величинами?
34. Коротко охарактеризуйте сучасні пакети програм для статистичної обробки емпіричних даних. Їхні основні переваги та недоліки.
35. Згідно запропонованих вихідних даних, застосуйте метод нульових розмірностей для знаходження критеріїв подоби процесів за наданими варіантами:

Варіанти 1–6

Завдання 1. Вивести критерії подоби для моделювання процесу витікання сипкого матеріалу з отвору. Параметри процесу наведені в табл. 1.1 (знак "+" означає наявність наведеного параметру для даного варіанта, знак "-" – відсутність цього параметру в їхній сукупності).

Таблиця 1.1. Вихідні дані для варіантів 1–6

Параметри процесу	№№ варіантів					
	1	2	3	4	5	6
Витрати сипкого матеріалу Q , кг/с	+	+	+	+	+	+
Діаметр отвору D , м	+	+	-	-	+	-
Площа поперечного перерізу отвору S , м ²	-	-	+	+	-	+
Середній розмір зерна матеріалу d , м	+	+	+	+	+	+
Густина матеріалу ρ , кг/м ³	+	+	+	+	+	+
Насипна густина матеріалу ρ_n , кг/м ³	+	-	-	+	+	-
Час витікання τ , с	-	-	-	-	+	+
Прискорення вільного падіння g , м/с ²	+	+	+	+	+	+

Варіанти 7–12

Завдання 2. Вивести критерії подоби для моделювання процесу витікання рідкого металу з ковша у форму. Параметри процесу наведені в табл. 1.2 (знак "+" означає наявність наведеного параметру для даного варіанта, знак "-" – відсутність цього параметру в їхній сукупності).

Таблиця 1.2. Вихідні дані для варіантів 7–12

Параметри процесу	№№ варіантів					
	7	8	9	10	11	12
Час розливання τ , с	+	+	+	+	+	+
Швидкість витікання рідини w , м/с	+	+	+	+	-	+
Густина рідкого розплаву ρ , кг/м ³	+	+	+	+	+	+
Поверхневий натяг σ , Н/м	+	+	+	+	+	+
Динамічна в'язкість рідини μ , Па·с	+	-	+	+	+	+
Кінематична в'язкість рідини ν , м ² /с	-	+	+	+	+	-
Діаметр випускного отвору D , м	+	-	+	-	+	-
Площа поперечного перерізу випускного отвору S , м ²	-	+	-	+	-	-
Прискорення вільного падіння g , м/с ²	+	+	+	+	+	+

Варіанти 13–18

Завдання 3. Вивести критерії подоби для моделювання процесу продувки розплаву в металургійному агрегаті. Параметри процесу наведені в табл. 1.3 (знак "+" означає наявність наведеного параметру для даного варіанта, знак "-" – відсутність цього параметру в їхній сукупності).

Таблиця 1.3. Вихідні дані для варіантів 13–18

Параметри процесу	№№ варіантів					
	13	14	15	16	17	18
Густина рідкого розплаву $\rho_{жс}$, кг/м ³	+	+	+	+	+	+
Густина газу ρ_g , кг/м ³	+	+	+	+	+	+
Поверхневий натяг рідини σ , Н/м	+	+	+	+	+	+
Динамічна в'язкість рідини μ , Па·с	+	+	+	+	-	-
Кінематична в'язкість рідини ν , м ² /с	-	-	+	+	+	+
Діаметр сопла фурми d , м	+	-	+	-	+	-
Площа поперечного перерізу сопла фурми S , м ²	-	+	-	+	+	+
Висота фурми над рівнем спокійної ванни H_f , м	+	+	+	+	+	+
Прискорення вільного падіння g , м/с ²	+	+	+	+	+	+

Варіанти 19-24

Завдання 4. Вивести критерії подоби для моделювання процесу руху тіла в рідині. Параметри процесу наведені в табл. 1.4 (знак "+" означає наявність наведеного параметру для даного варіанта, знак "-" – відсутність цього параметру в їхній сукупності).

Таблиця 1.4. Вихідні дані для варіантів 19–24

Параметри процесу	№№ варіантів					
	19	20	21	22	23	24
Швидкість тіла v , м/с	+	+	+	+	+	+
Густина рідини $\rho_{жс}$, кг/м ³	+	+	+	+	+	+
Поверхневий натяг рідини σ , Н/м	-	+	-	+	-	+
Динамічна в'язкість рідини μ , Па·с	-	-	+	-	+	+
Кінематична в'язкість рідини ν , м ² /с	+	-	-	+	+	+

Параметри процесу	№№ варіантів					
	19	20	21	22	23	24
Лінійний розмір тіла l , м	+	+	+	+	+	+
Прискорення вільного падіння g , м/с ²	+	+	+	+	+	+

Варіанти 25–30

Завдання 5. Вивести критерії подоби для моделювання процесу продувки рідкого сплаву інертним газом у ливарному ковші. Параметри процесу наведені в табл. 1.5 (знак "+" означає наявність наведеного параметру для даного варіанта, знак "-" – відсутність цього параметру в їхній сукупності).

Таблиця 1.5. Вихідні дані для варіантів 25–30

Параметри процесу	№№ варіантів					
	25	26	27	28	29	30
Густина рідкого розплаву $\rho_{ж}$, кг/м ³	+	+	+	+	+	+
Густина газу $\rho_{г}$, кг/м ³	+	+	+	+	+	+
Поверхневий натяг рідини σ , Н/м	+	+	+	+	+	+
Динамічна в'язкість рідини μ , Па·с	+	+	+	+	-	-
Кінематична в'язкість рідини ν , м ² /с	-	-	+	+	+	+
Діаметр сопла донної фурми d , м	+	-	+	-	+	-
Площа поперечного перерізу сопла донної фурми S , м ²	-	+	-	+	-	+
Прискорення вільного падіння g , м/с ²	+	+	+	+	+	+

2. СТРУКТУРА Й МЕТОДИ ПРОЦЕСУ ДОСЛІДЖЕНЬ

2.1. Загальні положення*

За характером поставлених цілей, розв'язуваних задач і застосовуваних методів наукові дослідження можуть бути поділені на наступні види.

Аналіз наукової інформації, що є в літературі, патентній документації, дисертаціях, звітах про НДР і т.д., проводиться з метою визначення можливих напрямків і конкретних методів дослідження, а також поглиблення знань по досліджуваному питанню. При виконанні практично всіх досліджень складається огляд літератури.

Теоретичні дослідження та узагальнення виконують для визначення принципів можливостей обраного напрямку шляхом аналізу задалегідь відомих закономірностей, при аналізі результатів проведених експериментів, підготовці попередньої гіпотези, підведенні підсумків закінченого дослідження та розробці нових теоретичних положень.

Лабораторні дослідження проводять з метою вивчення властивостей речовин, матеріалів і закономірностей металургійних процесів. Ці цілі багато в чому визначаються розмірами устаткування. При достатній потужності за допомогою лабораторних установок можна розробляти або уточнювати окремі елементи технології металургійних процесів і навіть створювати нові технологічні процеси.

Напівпромислові або дослідно-промислові дослідження проводяться на дослідному встаткуванні, що має більші розміри, ніж лабораторні установки, і мають всі головні елементи промислових агрегатів, або на промислових установках, спеціально виділених або споруджених для рішення дослідницьких задач. Основні цілі таких досліджень – створення нових технологічних процесів, уточнення елементів технології, розробка або вдосконалювання конструкцій вузлів або агрегатів.

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [1, 5]

Дослідження на промислових агрегатах виконують для вдосконалювання технологічних процесів і устаткування з метою підвищення продуктивності та поліпшення якості продукції. Особливість проведення більшості промислових досліджень полягає в тому, що вони здійснюються на агрегатах, які випускають товарну продукцію, а це ускладнює виконання виробничого плану. Принципово нова технологія розробляється безпосередньо на діючих промислових установках тільки тоді, коли немає сумніву в тому, що її впровадження дозволить збільшити обсяг і підвищити якість продукції, що випускається.

Найбільш масштабні розробки нових технологічних процесів проводяться з використанням всіх зазначених видів дослідження. Тоді дослідження включають такі етапи:

1. Визначення мети та можливих шляхів її досягнення. Розробка технічного завдання, плану та програми досліджень.
2. Попередній аналіз наявної наукової інформації. Установлення характеру розв'язуваних задач.
3. Спорудження лабораторної установки та проведення на ній досліджень.
4. Аналіз даних лабораторних досліджень і додаткової наукової інформації, розробка робочої гіпотези та вибір технічних рішень для будівництва напівпромислової або дослідно-промислової установки.
5. Спорудження дослідно-промислової або напівпромислової установки та проведення на ній досліджень.
6. Узагальнення даних дослідно-промислових або напівпромислових досліджень, уточнення розроблених раніше теоретичних положень і знаходження основних теоретичних рішень для будівництва промислових установок і цехів.
7. Будівництво промислових установок, цехів, відпрацювання технології процесу та доробка конструкцій устаткування.
8. Розробка остаточної теорії питання або її уточнення.
9. Удосконалювання технології процесу, конструкцій агрегатів та устаткування з метою підвищення їхньої продуктивності і поліпшення якості продукції на основі розробленої теорії.

По закінченні кожного етапу уточнюються зміст робіт, план і програма наступного етапу. Нерідко науковці виконують

тільки окремі етапи загального дослідження. У таких випадках застосовувані види дослідження залежать від окремих цілей і завдань. Якщо в обмежений строк виконується складна та трудомістка НДР, можна проводити одночасно кілька етапів. При цьому від керівника роботи потрібно ретельна її координація для забезпечення взаємозв'язку етапів.

Вибір видів досліджень залежить від цілого ряду об'єктивних і суб'єктивних факторів, найголовнішими з яких є наступні.

Мета і задачі дослідження. Наприклад, щоб вибрати склад шлаків з необхідними властивостями, досить здійснити теоретичні та лабораторні дослідження і узагальнити їхні результати. Якщо потрібно перевірити ці шлаки в певних технологічних умовах, то проводять і промислові випробування.

Наявність кадрів відповідної кваліфікації. Цей фактор має істотне значення при проведенні глибоких теоретичних досліджень, математичному моделюванні, роботі на складному устаткуванні.

Наявність необхідного устаткування є обов'язковою передумовою проведення лабораторних або дослідно-промислових досліджень.

Обсяг фінансування визначає чисельність залученого наукового персоналу, можливості придбання устаткування та матеріалів, оплату послуг сторонніх організацій.

Строки проведення досліджень. При обмежених строках іноді доводиться відмовлятися від деяких видів досліджень, пов'язаних з великими витратами часу.

Співвідношення різних видів робіт залежить від загальної спрямованості дослідження (теоретичне або прикладне). Після встановлення основних видів робіт вибирають конкретні методи виконання окремих етапів дослідження.

У загальному випадку процес моделювання містить у собі наступні етапи:

1. Постановка задач.
2. Вибір і аналіз умов подоби.
3. Вибір і розрахунок конструкції та параметрів моделі у випадку фізичного моделювання, або вибір структури і мате-

матичний опис окремих блоків у випадку математичного моделювання.

4. Виготовлення та налагодження моделі.

5. Проведення дослідів на моделі, обробка їхніх результатів і перенос отриманих знань з моделі на натурний зразок.

На першому етапі необхідно мати ясно поставлену мету і задачу з виділенням істотних сторін об'єкта моделювання, що визначають досліджуваний процес.

На другому етапі важливу роль грає досвід, професіоналізм дослідника, тобто знання конкретних особливостей об'єкта моделювання, що допомагає вибрати правильну методику досліджень.

Немаловажний і третій етап, що дозволяє найбільш точно досліджувати особливості об'єкта за допомогою правильного вибору конструкції фізичної моделі або структури та параметрів математичної моделі.

Четвертий етап по своїй суті не є строго науковим. Тут потрібно забезпечити точне виконання результатів проведення попередніх етапів.

Найцікавішим і завершальним є етап дослідження моделі, що дозволяє одержати нові результати, наприклад знаходження оптимальних сполучень параметрів, що раніше не спостерігалися на об'єкті досліджень. Перевірку відповідності моделі зразку також доцільно здійснювати саме на цьому етапі, оскільки тут явно видима адекватність моделі зразку.

Експериментальна перевірка моделі дуже тісно пов'язана з попередніми етапами, оскільки при одержанні результатів, що неадекватно відображають реальний процес, часто доводиться переходити від одного етапу до іншого й навіть повертатися, наприклад, від останнього етапу до другого або третього.

Процес управління об'єктом за допомогою моделі можна розглядати, як процес управління знанням або навчання моделі (рис. 2.1).

Дослідник, маючи певні знання про об'єкт, будує перший варіант моделі та шляхом порівняння з експериментальними даними перевіряє відповідність моделі об'єкту. При необхідності ставляться спеціальні експерименти і на основі передбаче-

них $y'(t)$ і фактичних $y(t)$ дані коректуються параметри $x(t)$ або структура моделі.

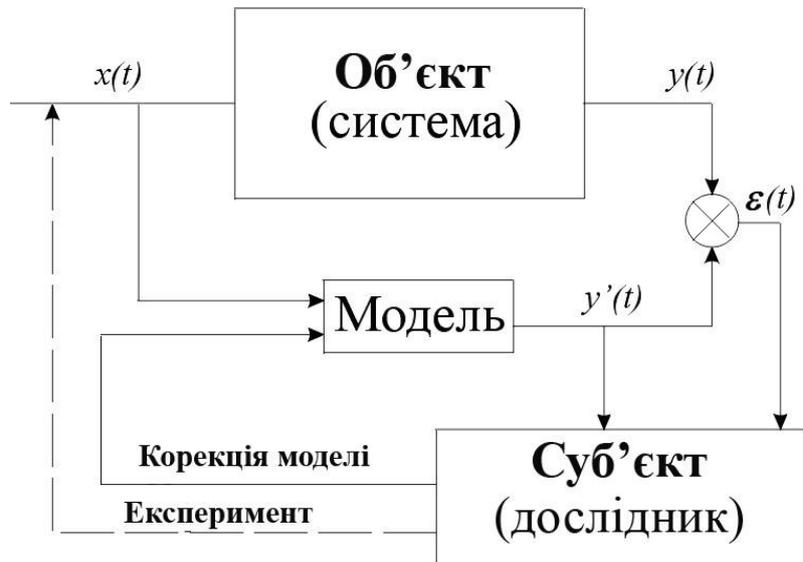


Рис. 2.1. Процес пізнання об'єкта за допомогою моделі

Такі цикли обігу (суб'єкт→модель→об'єкт→суб'єкт), що утворюють спіралеподібний процес пізнання, здійснюють доти, доки не буде отримана деяка модель, що перебуває в задовільній відповідності з експериментальними даними про об'єкт досліджень.

І лише після цього результати експериментів, проведених у діапазоні адекватності, можна сміло переносити на реальний зразок.

Обробку отриманих результатів здійснюють із використанням методів математичної статистики і залученням засобів обчислювальної техніки. При цьому необхідно виділити вперше зафіксовані дані, спробувати дати їм повне пояснення та зіставити їх із уже відомими результатами.

Після узагальнення дані повинні бути представлені у вигляді таблиць і графіків.

Відзначимо, що результати одиничного експерименту не можуть бути безпосередньо поширені на випадки, для яких початкові та крайові умови і значення фізичних параметрів повністю не збігаються з тими, які мали місце при експериментальному дослідженні. Обмеженість області застосування результа-

тів експериментального дослідження висуває питання про можливість узагальнення дослідних даних. Цю можливість відкриває метод моделювання, що дозволяє поширити результати одиничного дослідження по вивченню якого-небудь явища на цілу групу явищ, подібних дослідженню.

Цей метод указує на те, як повинне бути поставлене експериментальне дослідження і як потрібно обробляти дані, щоб поширення результатів дослідів на групу подібних явищ було обґрунтованим.

Фізичне явище, що є об'єктом експериментального дослідження, можна розглядати як модель цілої групи подібних явищ. Тому моделювання якого-небудь фізичного явища є здійсненням явища, подібного «зразку» (явищу, що моделюється). Більш повне визначення моделювання має на увазі здійснення такого явища, у якому поля всіх фізичних змінних подібні до полів відповідних змінних у явищі, що моделюється.

Моделювання, по-перше, має на меті відтворення на моделі явища, подібного до явища в існуючому зразку, і, по-друге, коли зразка ще не існує. У цьому випадку модель, досліджувана раніше спорудження зразка, є «прообразом» майбутніх подібних їй (у геометричному та фізичному сенсі) зразків. У першому випадку ми маємо справу з дослідженням важкодоступних або зовсім недоступних промислових об'єктів, у другому випадку – з вивченням властивостей заново запроєктованих пристроїв на моделях. Обидва випадки дослідження полягають у можливості узагальнення експериментальних результатів і поширення їх на всі явища, подібні до даної системи.

У задачі експериментального дослідження входить вивчення полів всіх істотних для досліджуваного процесу параметрів (фізичних змінних). У ряді випадків цілком достатньо встановлення закономірностей, характерних для середніх значень відповідних параметрів. При цьому об'єм експериментів скорочується. Для моделювання необхідний опис фізичного явища в зразку у вигляді системи рівнянь, що характеризують природу явища, а також початкові та граничні умови в безрозмірному виді. Як слідує з теорії подоби, така система рівнянь характеризує цілу групу подібних явищ.

При аналітичному рішенні задачі всі крайові умови рівноцінні, тому що вони є тими додатковими вимогами, яким повинне задовольняти рішення системи диференціальних рівнянь.

Інший перебіг має справа при експериментальному дослідженні фізичного явища на основі методу моделювання, коли виникає необхідність практичної реалізації крайових умов. У цьому випадку виявляється доцільність класифікації крайових умов по ознаці їх реалізуємості. Аналіз ряду фізичних явищ приводить до висновку про те, що крайові умови корисно розділити на дві категорії: некеровані та керовані. Перші з них реалізуються незалежно від бажання дослідника в силу самої природи фізичного явища. Другі ж можуть бути реалізовані на розсуд експериментатора.

Нижче розглянемо більш докладно структуру процесу моделювання з позицій концептуального моделювання.

2.2. Постановка задач дослідження*

Аналіз задачі.

Задача на дослідження та розробку будь-якої системи виходить, в остаточному підсумку, від потреб практики. При цьому формулюється перелік експлуатаційних і технологічних характеристик (у вигляді цифр і побажань). Цей перелік, природно, не повний і не завжди вірний. Нерідко пропонована система, хоча й відповідає букві задачі, зовсім непридатна по очевидним для виробничника причинам. Тому діалог з виробничником потрібний на самому початку, – до того, як завдання стане директивним документом.

Необхідність розробки або вдосконалення системи – предмет ретельного аналізу. Перша дилема для дослідника – підібрати зі старих, уже наявних систем або розробити нову систему. Тут дослідник повинен ясно бачити особливості, строки, масштаби та перспективи розроблюваної системи. Чи є система вдосконаленням або спрощенням існуючої, єдиним прототипом нового класу систем або лише одним з ряду варіантів? Які дже-

* Розділ складено з використанням матеріалів роботи [5]

рела інформації про недоліки в існуючій системі: це надійна статистика відмов або паніка після однієї аварії від незрозумілих причин? Знадобиться та ж система для наступного покоління систем або всі витрати на її розробку та освоєння одночасні? Які альтернативи – чи не можна взагалі обійтися без системи? Які технологічні альтернативи? І т.д. і т.п.

Ці та багато інших питань дослідник у більшості випадків не може вирішити самотійно, але він зобов'язаний їх обміркувати та домогтися однозначних і обґрунтованих відповідей на свої пропозиції. Невирішене питання, що залишилося висіти між інстанціями, нерідко, спливаючи наприкінці, робить марною всю роботу.

Коли натурне випробування просте та вірогідне, а зміни в технології нескладні, нове іноді з'являється й взагалі без дослідження. Однак якщо перевірка зробленої пропозиції вимагає істотної витрати сил, то й аналіз його треба робити за всіма правилами випробування. Рішення задачі «методом тику» ніколи не вирішує корінні проблеми.

Результатом всебічно проведеного аналізу є технічне завдання, що є декларативним документом.

Дерево цілей.

Нехай установлено, що для досягнення мети зміною конструкції або технології витрати та строки настільки великі, що виправдане створення нової або вдосконалення наявної системи. Тоді треба вибрати шлях, оцінити витрати і строки розробок. Кінцеві вимоги до системи вже сформульовані в технічному завданні. Для досягнення цієї мети треба вирішити серію окремих задач, кожна з яких розчленовується на підзадачі. Щоб оглянути весь об'єм і взаємозумовленість робіт, доцільно скласти дерево цілей. Дерево цілей буде корисним, якщо зробити його спочатку ширшим за реальний обсяг досліджень. Простіше придумати для повноти картини щось зайве, ніж потім, уже в ході роботи, намагатися доповнити об'єм і фінансування та відсунути строки.

Маючи перед очима дерево цілей, роблять першу прикидку плану – перебір альтернатив. Частина варіантів відпадають уже після обробки довідників і монографій. Складання огляду

по всій літературі скоротить дерево ще більше: щось можна прийняти за досить достовірне без перевірки, щось перевірити вибірково, щоб прояснити протиріччя в літературних даних. Первісне дерево цілей – систематизований перелік того, що треба встановити. Після огляду й аналізу альтернатив у ньому залишиться те, що неминуче прийдеться досліджувати. Після цього потрібно остаточно вирішити, чи має робота того, щоб нею займатися.

Відомі й узаконені методи розрахунку очікуваного економічного ефекту від досліджень і розробок. Немає, однак, загальноприйнятого методу обчислення ризику – імовірності того, що робота не приведе до тієї мети, для якої розрахований ефект. Для точного розрахунку ризику треба не менше інформації, ніж для самого дослідження. Керівництво ухвалює рішення щодо включення роботи в план завжди при недоліку інформації, тобто на основі не тільки розрахунків економічного або соціального ефекту, але й особистого досвіду та інтуїції. Суб'єктивність такого рішення можна зменшити, якщо звести думки декількох досвідчених і зацікавлених людей у певну систему та зіставити. Для цього залучають, принаймні, трьох знаючих фахівців – дослідника, технолога та конструктора або експлуатаційника (замовника). Кожний дає відповіді на список питань, що стосуються всіх трьох стадій роботи – дослідження, розробки й освоєння технології, застосування (збуту).

Достовірний результат опитування дає лише в тому випадку, коли суть проблеми послідовно розчленована на прості окремі питання – наприклад, що допускають відповіді «так – ні» (двобальна шкала). Щоб довідатися відповіді на питання більш ширше той, що задає питання, повинен сам запропонувати і варіанти більш широких відповідей. Наприклад, для п'ятибальної шкали відповідей запитальник може починатися так:

Питання. Чи великий розрив між метою дослідження та сьогоденним рівнем знання?

<i>Відповідь</i>	<i>Бал</i>
1. Для рішення бракує фундаментальних знань	-2
2. Істотно бракує технологічних знань	-1
3. Невелика недостача технологічних знань	0

- | | |
|---|----|
| 4. Близько до досягнутого в попередніх дослідженнях | +1 |
| 5. У межах досягнутого | +2 |

Головне в переліку питань – можливо ширше охопити фактори ризику різного походження – наприклад, за такою схемою:

1. У дослідженні

<i>Відповідь</i>	<i>Бал</i>
1. Величина розриву між метою й сьогоднішнім знанням	-1
2. Обмеження по витратах на дослідження	-2
3. Обмеження по строках дослідження	-2
4. Залежність від суміжників у виготовленні зразків, випробуваннях та устаткуванні	-2
5. Передбачуваність обсягу та детального змісту експериментів	+1
6. Забезпеченість кадрами	-2
7. Наявність фахівців-консультантів	+2
8. Особиста зацікавленість учасників	+2

2. У виробництві

<i>Відповідь</i>	<i>Бал</i>
1. Ступінь поліпшення системи в порівнянні з існуючою	+2
2. Сумісність нової системи з існуючою	+2
3. Залежність від суміжників	-2
4. Відповідність лабораторних випробувань умовам цеху або експлуатації	0
5. Визначеність завдання для технологів	+2
6. Наявність фахівців у технології	-1
7. Зв'язок з виробництвом і споживачами	-1
8. Відповідність мети довгостроковим планам фірми	+2

3. У збуті та експлуатації

<i>Відповідь</i>	<i>Бал</i>
1. Сумісність технології з навколишнім середовищем	+1
2. Ліміт ресурсів (матеріалів, енергії, устаткування, трудовитрат)	0
3. Можливий обсяг збуту – його гарантії та перспективи	0

4. Конкуренція	0
5. Чіткість технічної мети	+2
6. Компетентність замовника	0
7. Соціальна потреба в результаті	+2
8. Важливість економічного ефекту для фірми	+2

Можна запропонувати багато способів оцінювати кожну відповідь балами, переводити бали в імовірність невдачі, обчислювати по ланцюжку подій ризик припинення роботи на кожній стадії та можливі від цього збитки і, зіставляючи з ефектом, приймати рішення – робити або не робити роботу. Безсумнівно, однак, що всі перераховані фактори дійсно важливі та повинні бути враховані наперед, а думка технолога і споживача тут так само важлива, як і дослідника. Тому варто відняти ще частину часу в цих фахівців, щоб одержати конкретну оцінку ситуації у вигляді списку відповідей. Якщо ризик прийнятний і варіант прийнятий, по дереву цілей розробляють план.

План, обсяг, строки.

План, написаний за одну годину, іноді можна уточнювати весь рік. Тому не варто шкодувати про час, витрачений на складання докладного плану.

Навіть для одноосібно виконуваної пошукової роботи пишуть план. Тільки виписавши одна по одній всі дії, можна переконатися, що робота має закінчення, і воно досягне за розумний час.

Для затвердження планових робіт зазвичай потрібно два або три документи: програма, календарний план – у вигляді списку робіт і строків або сіткового графіка (іноді це частина програми) і методичний план. Програма – перерахування основних етапів роботи із показом результату, методу, строків і виконавців.

Програмі передують більш трудомісткий основний документ – методичний план. У ньому конкретно та вичерпно повно перераховуються варіанти роботи, їхнє сполучення. Бажане оформлення таких планів у вигляді таблиць. Як пункт методичного плану формулюється і технічне завдання на розробку установки або методики.

Перший варіант методичного плану найбільш громіздкий. Тут повинне бути враховане все, аж до святкування днів народження. Потім дослідник приступає до процедури спрощення плану. Цей шлях надійніший, ніж «пристосування до обставин» із самого початку («будемо жити як хочеться, а потім – як прийдеться»).

Логіка скорочення зазвичай така. По-перше, краще менше, та краще: краще небагато надійних точок з достатнім для статистичних висновків числом експериментів на точку, ніж багато «проб» по одному досліді. По-друге, зовсім не обов'язково робити всі випробування для всіх варіантів. Можна відразу бачити, що по деякому аргументі відмінності в даній системі будуть свідомо невеликі (або малоцікаві). Відповідне дослідження уздовж цього ряду виключається зі збереженням контрольних точок. По-третє, звичайно краще ґрунтовно витратитися на два головних – важких, але перспективних варіанта, ніж зробити за їхній рахунок вісім простих спроб, але без глибокого задуму. Нарешті, щоб забезпечити порівнянність по всіх параметрах з базовим варіантом, на нього витрачається стільки ж часу й засобів, що й на самий багатообіцяючий варіант. Тому остаточна таблиця варіантів досліджень дуже складна та містить безліч перетинань, але з обов'язковою наявністю опорних точок.

Можна скоротити об'єм при тій же надійності, застосовуючи математичне планування експерименту, але всі його прийоми виходять із існування заданої наперед області пошуку, кількісно сформульованої мети пошуку, однорідного масиву даних, стандартизованої техніки вимірів, простих гіпотез у вигляді шуканих залежностей. Тому планування експерименту корисно лише як другий етап досліджень – коли визначені мета та області пошуку для кожного типу експериментів.

Не можна запланувати відкриття, але вся робота для нього планується (у тому числі і по строках): ресурси та час завжди жорстко обмежені. Крім директивних строків, існує і природний строк, після якого роботу припиняють через непотрібність. Знаючи прогноз можливих причин невдачі, мінімізують ризик, позбуваючись, по можливості, сумнівної методики і промислових експериментів, які важко організувати.

Багато технологічних процесів і прийомів відіміруть ранише, ніж їх встигне осягнути теорія. Тому ризиковано заглиблюватися в експериментальне дослідження механізму явищ для рішення термінової «разової» практичної задачі.

Порівняно легко планувати за аналогією з попередніми задачами: час, завантаження працівників, устаткування для простих робіт – стандартних випробувань і типових вимірів на серійному встаткуванні.

Найменш певний по строках і найбільший по обсязі розділ – створення нової методики (або її пристосування до нових умов). Тут важливо якомога докладніше розчленувати та спланувати наперед сам процес налагодження, але головне – обмежити вибір методу з урахуванням відведених строків. Складна методика виправдана для важливої, розрахованої на роботу з «далеким прицілом» задачі. Попередній аналіз витрат і строків нерідко змушує обмежити розмах і ціль досліджень. Багато гірше, якщо це доводиться робити по ходу роботи.

Коли час і послідовність всіх робіт визначилися, складають сітковий графік. При великій кількості виконавців його оптимізують на ЕОМ. Невеликій групі оптимізація на ЕОМ рідко допомагає (працівники всі ті ж, а невизначеність у часі та завантаженні встаткування в можливих помічників більша). Однак сам сітковий графік корисний і тут. На ньому в кожен момент видно не тільки все, що залишилося зробити, але й найближча точка найбільшого ризику, про яку настав час подумати.

2.3. Огляд літератури*

Задача.

Огляд літератури – обов'язкова частина всякого звіту про дослідження. Він повинен повно і систематизовано викладати стан питання, дозволяти об'єктивно оцінювати науково-технічний рівень роботи, правильно вибирати шляхи й способи досягнення поставленої мети та оцінювати як ефективність цих способів, так і роботи в цілому. Предметом аналізу в огляді по-

* Розділ складено з використанням матеріалів роботи [5]

винні бути нові ідеї та проблеми, можливі підходи до рішення цих проблем, результати попередніх досліджень, дані економічного характеру, можливі шляхи рішення задач. Суперечливі відомості, що є в різних вихідних документах, повинні бути проаналізовані й оцінені з особливою старанністю.

По огляду можна також судити про рівень знань і загальній культурі дослідника (дуже погана ознака – огляд, складений після роботи, щоб здати звіт). Праця окупається, якщо огляд допоміг усвідомити необхідність, мету та метод дослідження, а також зрозуміти зміст і місце власних результатів у загальному ряді досліджень на початку роботи.

З аналізу літератури повинно бути видно, що в цьому вузькому питанні відомо, цілком вірогідно, що сумнівно, спірно; які завдання в поставленій технічній проблемі першочергові, ключові; де і як варто шукати їхнього рішення. Гарний огляд, вичерпно повний, критичний та узагальнюючий – це праця не менш складна, ніж оригінальне дослідження. Не можна навчитися писати гарні огляди по інструкції – потрібний власний досвід, але можна спробувати показати, який мінімум праці треба вкласти в критичний огляд, як раціонально організувати цю працю, яких елементарних грубих помилок, що повторюються в кожного новачка, треба намагатися уникнути.

Витрати часу на огляд складаються приблизно так:

- 1) виписки з довідників, читання і конспектування основних монографій – 3–5 %;
- 2) складання робочого плану огляду – 1–2 %;
- 3) пошук періодики (і складання картотеки) – 5–8 %;
- 4) читання та конспектування періодики – 30–40 %;
- 5) відбір матеріалу з конспектів, його зіставлення, аналіз – 20–30 %;
- 6) написання огляду – 10–20 %;
- 7) виправлення тексту – 10–15 %;
- 8) переписка та виготовлення рисунків – 5–6 %.

Відзначимо, що закінчення конспектування всіх першоджерел – це тільки половина роботи.

Дослідження завжди має вузьку конкретну мету. Наприкінці огляду варто привести вибір мети та методу її досягнення. Весь огляд повинен підготувати це рішення. Звідси треба мати

його план і вибіркового матеріалу. В огляді розглядаються тільки такі вузькі питання, які можуть прямо впливати на рішення задачі, але зате настільки повно, щоб охопити практично всю сучасну літературу по цьому питанню і планувати дослідження без ризику «відкрити Америку». Вимога повноти захищає від розтікання досліджень ушир. Даремно починати «від Адама», з переказу прописних істин з підручників – захопившись цією нехитрою справою, до суті задачі можна й не дійти. Мало користі і у хронології робіт з усіма дискусіями. Важливо відбити сучасний стан конкретної задачі. Тут потрібно сформулювати небагато (4–7) основних питань. Відбираючи їх, треба передбачити, без чого не можна обійтися, щоб показати необхідність роботи та обговорити потім її результати (всі дані для їхнього зіставлення з літературою й спільним аналізом заготовлюються в огляді).

Пошук джерел.

Пристаючи до зовсім нового для себе питання, треба взяти з найбільш відомих монографій і довідників основні відомості про нього та посилання на основні статті. Потім, переглянувши в систематичному каталозі технічної бібліотеки відповідну рубрику (наприклад, «Ливарне виробництво» – півящика карток), можна знайти одну–дві маловідомі книги або брошури по вузькій темі роботи (це цілком виправдає витрачений час!). Бібліографія в книзі обривається, як правило, за 2–3 роки до виходу її у світ. Усе, що було після, треба шукати в періодичних виданнях. Насамперед, переглядають реферативні журнали (РЖ) за роки, що залишилися. Реферати в РЖ з'являються через 5–7 місяці після виходу статті. Ще рік проходить, поки він потрапить у предметний покажчик. Тому, крім РЖ, треба переглянути й основні журнали за останні рік–два.

Огляд повинен містити всі самі свіжі роботи – аж до тих, що вийшли за 1–2 місяці до захисту дисертації або написання звіту про виконану роботу. Тому, поки пишеться огляд і робиться сама робота, картотека повинна поповнюватися безперервно. Вибравши коло читання, переглядають хоча б кілька журналів постійно, з номера в номер, і вибирають найцінніші матеріали. Ніякі автоматизовані пошукові системи не замінять

особистого архіву, де матеріал реєструється лише після оцінки по надійності, корисності, перспективності.

Зміст конспекту.

Ціль конспектування статті – не тільки записати, але й попередньо обробити та проаналізувати основні факти і аргументи автора, щоб можна було порівнювати з іншими експериментами і теорією. Звичайна помилка починаючого дослідника – конспект, що містить тільки висновки без аналізу їхньої надійності. Необхідне критичне сприйняття того, що зроблено, причому критичне сприйняття не тільки фактів (факти в науці майже достовірні), а трактування фактів. Трактування фактів може бути надзвичайно суб'єктивне, і критичне відношення до цього трактування необхідне для виникнення нової ідеї дослідження.

У публікаціях експериментів є три основних дефекти, які можуть поставити під сумнів весь результат:

- 1) невідповідність обіцяної точності та фактично доступної при даних засобах вимірів (не враховані деякі джерела помилки; у результаті, наприклад, автор стверджує, що результати укладаються в параболічну залежність, а розсіювання точок таке, що можна провести й пряму);
- 2) не враховані побічні фактори (домішки, перешкоди), які впливають на явище так само сильно, як і основний фактор;
- 3) дефекти логіки у висновках.

Щоб мати можливість критично порівнювати роботи та відсіювати вірне, все обґрунтування висновків фактами повинне зберегтися в конспекті. Треба записувати не висновки, а їхню логічну схему зі своїми зауваженнями.

Багато непорозумінь і сумніви зникнуть при порівнянні однієї роботи з іншими. Конспект корисний тільки в тому випадку, якщо по ньому можна звиряти роботи, не перечитуючи їх цілком знову. Для цього повинні бути збережені всі подробиці методики досліджень. Тому такі подробиці методики, найчастіше розсіпані по тексту статті, треба зібрати та компактно викласти на початку конспекту (навіть якщо сам автор не надає їм значення, вони іноді вирішують усе).

Вивчення теорії.

Експериментатори часто скаржаться, що їм важко читати теоретичні роботи. Варто пам'ятати, що, навіть не володіючи відповідним математичним апаратом, можна критично оцінювати ефективність теорії, її корисність у додатку до тих явищ, які вивчаються. Якщо не ставиться мета використати або спростувати теорію, то нема рації стежити за викладеннями та перетвореннями авторів теорії. Важливо перевірити постановку задачі – які фактори враховані, а якими зневажають із самого початку. Про невраховані фактори часто умовчують. Тому важливо їх визначити і записати, оскільки типовий брак у роботі теоретика – тонке дослідження ефектів другого порядку в зневазі ефектів першого порядку.

Далі треба знайти в тексті всі припущення, зроблені по ходу викладення матеріалу. Наприклад, вираз «розклавши z і u у ряд по t та обмежившись першими двома членами, одержуємо рішення у вигляді...» може означати, що автор тільки записав рівняння і, не зумівши їх вирішити, повертається до тривіальної задачі, де відповідь можна було побачити взагалі без обчислень.

Якщо остаточний результат для нас корисний, варто прикинути, чи правильний він. Насамперед – перевірити перехід до очевидних граничних випадків. Далі треба з'ясувати, при яких обмеженнях, зроблених у постановці задачі та по ходу обчислень, для якої області значень основних змінних і параметрів отримане рішення? Чи зустрічаються такі сполучення параметрів у природі? Іншими словами, чи описує теорія хоч яке-небудь реальне явище? Де вона застосовна?

Нарешті, треба перевірити порядок величин результату. Далеко не всякий результат теорії вдається кількісно зіставити з експериментом – не вистачає констант або надійності самого експерименту. Але не так легко й стверджувати, що експерименти якісно підтверджують теорію, особливо в тому випадку, якщо розбіжності даних теорії і експерименту перевищують 10 %.

Угруповання та аналіз матеріалу.

Безнадійна справа – писати огляд «з натхнення», згадуючи різні факти із прочитаного матеріалу. Навіть художні літературні твори, написані по такому принципі, читати не цікаво. Безглуздо переказувати матеріал від статті до статті. При цьому не досягається головна мета огляду – критичне зіставлення та аналіз всіх матеріалів разом. Між конспектами і текстом огляду є ще одна необхідна стадія проміжної обробки матеріалу. Насамперед, потрібно перегрупувати матеріал конспектів відповідно до плану огляду (дані однієї статті попадають у різні пункти плану, а в кожен пункт набираються факти з багатьох статей). Не треба плутати факти та думки – думки дають окремо.

Коли всі конспекти оброблені, починається головна і найбільш складна робота – звірення та аналіз фактів. Для цього будуються порівняльні таблиці, графіки.

Усюди, де є теорія, треба порівняти її з експериментом, зібравши, якщо треба, з інших джерел необхідні дані.

Коли всі можливості порівняння вичерпані, пишеться сторінка тексту в огляд. Стискаючи текст, треба зберігати конкретність фактів з метою наступного аналізу.

Автор огляду повинен проявляти своє власне відношення до фактів. Не можна приймати на віру та переказувати всі факти підряд. При посиланні на який-небудь факт або висновок без застережень визнається їхня надійність. Але якщо це зачіпає інтереси дослідника, обов'язково варто висловити сумнів. Якщо факти з різних робіт суперечливі, а ми, згадуючи ті й інші, віддаємо одному з них перевагу, слід пояснити, чому. Якщо ми знаємо про якісь роботи, але не розглядаємо їх з-за ненадійності результату, треба про це сказати.

Критичне відношення до справи повинне виражатися не у викритті попередників, а в обґрунтованому відборі того, що в них вірно, і в конкретних пропозиціях – як поставити експеримент або виконати розрахунки, оцінки, щоб зняти сумніви та розкрити причини протиріч.

Огляд думок не потрібний – після огляду та аналізу фактів досить виділити, чим можна пояснити всю сукупність фактів, які з пояснень не можна прийняти, оскільки вони описують

лише одну сторону явища, які пояснення марні як занадто загальні.

Не завжди легко, але потрібно докопатися, на яких фактах засноване загальноприйняте пояснення явища, що повторюється з роботи в роботу. Іноді, дійшовши по ланцюжку послань до першоджерела, бачиш, що там це був лише здогад, і впевненість у ній з'явилася згодом лише від багатьох переспівів, але не від нових експериментальних доказів.

В огляді теорій треба підкреслити всі розходження у вихідних допущеннях та у якісних результатах. Підтвердженням теорії служить загальне узгодження всіх отриманих закономірностей з експериментальними даними.

Огляд теорій закінчується порівнянням умов та областей застосовності кожної з моделей із показом області реального експерименту, де не годиться жодна з них (звідси видно, куди повинна розвиватися теорія).

Заключний розділ огляду відповідає на запитання, що в цій області відомо досконально? Чим це пояснюється? Чи однозначно? На які питання відповіді суперечливі? На які питання взагалі немає осмисленої відповіді? Які тут є здогади? Які треба вирішити головні (ключові питання) на шляху до рішення всієї проблеми або конкретної задачі? Яким методом можна сподіватися одержати на них однозначну відповідь? Яка мета наших досліджень? Чому ми вибираємо саме цей об'єкт і метод досліджень? Чого ми хочемо, зрештою, довідатися? Формулювання побажань є першим кроком до їхнього здійснення.

2.4. Методика експерименту*

Мета та принципова схема вимірів.

Якомога більшу частину вимірів завжди прагнуть виконати на діючих стандартних установках, для яких наперед відомі реальні оцінки погрішностей і відтворюваності.

Проектування нової установки, комплектація її приладами, вузлами та деталями, виготовлення, налагодження (і пере-

* Розділ складено з використанням матеріалів роботи [5]

робка) не тільки займають багато часу, але й вносять велику невизначеність у загальний термін досліджень. Тому побудову нової установки затівають лише при гострій необхідності: 1) коли випробувати ідею нової технології ніде; 2) для виміру нових властивостей; 3) для спостереження нових явищ; 4) для вимірів або спостережень в особливих умовах, недоступних на існуючих установках; 5) у випадку, якщо потрібна установка на порядок точніша або продуктивніша існуючої; 6) коли установка одним прямим виміром заміняє відразу багато непрямих. При цьому слід зазначити, що, як правило, комбінована установка для одночасного виміру багатьох властивостей зазвичай гірша, ніж її спеціалізовані прототипи.

Якщо необхідність побудови нової установки очевидна, то проробляють принципову схему експерименту та установки або пристосування для неї.

Перший і головний етап роботи – чітко встановити мету експерименту, тобто що ми збираємося робити з відповіддю? Якщо відповіді немає – відпадає всяка необхідність і доцільність проведення експерименту.

Усякий фізичний експеримент зводиться, як правило, до деяких вимірів. Але отримані в результаті цифри рідко є остаточною метою дослідження. У більшості випадків ціль експериментів – не числа, а розуміння суті процесу або явища. Вимір потрібний, щоб довести деякий факт, відібрати головні фактори, що впливають на явище, знайти закон, керуючий процесом. Тому спочатку варто встановити, чи дадуть очікуваний результат виміри, чи досить цього результату для доказу факту, для однозначного встановлення взаємозв'язку явищ? Чи не допустить цей результат ще й кілька інших тлумачень? Якими експериментами та оцінками ці альтернативні тлумачення можна відкинути? Чи не було все результатом не шуканого ефекту, а недоліків методики?

Таким чином, планування експерименту починається з обговорення ще не отриманого результату. Потрібно чітко представити, які однозначні висновки вдасться зробити, якщо буде отриманий очікуваний результат. Нерідко після такого аналізу доводиться не тільки переглянути способи, але й заново сформулювати задачу дослідження.

Усякий, навіть чисто якісний, експеримент вимагає попереднього кількісного аналізу. Треба оцінити, якого порядку величини очікуваного ефекту, якими засобами виміру можна його виявити (випадкова погрішність вимірів повинна бути хоча б на порядок менше очікуваного ефекту). І для чисто якісного виявлення ефекту варто вказати, яка ймовірність одержати ті ж результати через випадкові флуктуації (перешкоди). Все це повинне бути підкріплене статистичними розрахунками.

Аналіз експерименту починається з перерахування побічних явищ, що накладаються на досліджуваний ефект. Всі джерела істотних погрішностей рідко передбачає навіть експериментатор з великим досвідом. Деякі перешкоди виявляють та усувають у процесі налагодження моделі та самих вимірів. Досвід учить, що той, хто ставить експеримент без ретельного аналізу можливих помилок, стане жертвою власної самовпевненості. Помилки спливають не всі відразу – одна за іншою. Якщо схема не продумана в деталях заздалегідь, помилки можна усувати роками.

Далі оцінюють величину побічних ефектів. Якщо вони порівнянні з основним, необхідно міняти схему експерименту, щоб усунути або компенсувати перешкоду.

Передбачати якнайбільше джерел помилок і грубо оцінити їх за допомогою простих фізичних моделей набагато важливіше, ніж дати скрупульозний підрахунок однієї–двох помилок (при більш широкому огляді вони можуть і пропасти на тлі більш суттєвих джерел-перешкод).

Програму самого експерименту завжди коректують у ході роботи. Однак першу серію основних експериментів треба спланувати заздалегідь – при цьому легко виявити недоліки розробленої схеми. Важливо перевірити, чи стабільні (у межах заданої точності) результати вимірів, коли шуканий ефект свідомо відсутній.

Проектування установки вимагає докладного знайомства з літературою. Насамперед, варто переглянути капітальні монографії про досліджуване явище та посібник з техніки експерименту. Потім – опис методик і посилання на них у своїх конспектах по огляду літератури. Нарешті – розділи реферативних журналів і предметні покажчики журналів по техніці експери-

менту за останні 2–3 роки. Як правило, вдається знайти посилання на подібні роботи та установки. Якщо навіть заздалегідь видно, що це не зовсім те, до зазначених у посиланнях першоджерел все-таки варто добратися та уважно прочитати. Витрати часу на літературу завжди окупаються. Навіть якщо роботи закінчилися невдачею, у цих статтях можна знайти згадування про деякі ускладнення та перешкоди, які дослідникові й у голову не приходили. Якщо основне питання раніше не вирішене, у попередників можна знайти зненацька просте та витончене рішення деяких завдань. Після уважного ознайомлення з роботами попередників нерідко доводиться розстатися й з основною ідеєю експерименту, оскільки цим шляхом уже хтось ходив і зустрів явно непереборні при сьогоденній техніці труднощі. Зате з інших робіт впливають зовсім інші шляхи рішення, про які дослідник і не здогадувався.

«Стандартні» виміри.

Більшість існуючих лабораторій організовано за принципом спільності методик, а не задач. Це забезпечує кваліфіковане обслуговування устаткування, його повне завантаження, гарантує певний професійний рівень вимірів. Негативна сторона такої організації полягає в тому, що колектив лабораторії не може сам собі ставити завдання і їх виконувати. Тобто принцип «виміряй мені щось, але не знаю – як» тут не проходить. Однак така організація лабораторії дозволяє добре організувати виробничі експерименти. У такому випадку експериментатор виступає в ролі своєрідного диспетчера. Саме від його організаторських здібностей залежить чітка робота лабораторії і, в остаточному підсумку, результат експериментів. Варто сказати, що, оскільки заводські працівники, як правило, слабо розбираються в методиці проведення вимірів, то в деяких випадках, пов'язаних з одержанням інформації, що виходить за «критичні» області, знайомі штатному персоналу, дослідникові самому доводиться вникати в тонкощі стандартної методики й давати відповідні рекомендації.

Деякі масові виміри роблять на автоматизованих установках – багатоканальних спектрофотометрах, електронних і рентгенівських мікроаналізаторах, аналізаторах зображень і т.д.

Убудована в них ЕОМ за вкладеною фірмою програмою обробляє інформацію, вносить виправлення на умови вимірів і виводить на печать або екран відразу кінцевий результат – число, графік і навіть оцінку помилки. Пробившись на таку установку, експериментатор зовсім не врятований від аналізу помилок. Навпроти, доводиться досить довго з'ясовувати, які саме виправлення та помилки враховує фірмова програма, і що в ній не врахували укладачі для наших умов.

Математичне планування експерименту.

Математичній теорії планування експериментів присвячене значне число публікацій. Тонкощі того або іншого методу широко освітлені у відповідній літературі. Докладний опис таких методів досить громіздкий і не був метою цього посібника. Деякі найбільш прості методи планування експериментів наведені в главі 5 нашого посібника.

Контрольні питання та завдання

1. Назвіть етапи процесу моделювання.
2. Охарактеризуйте етапи процесу моделювання.
3. Коротко охарактеризуйте структуру процесу моделювання.
4. У чому полягає аналіз поставленого завдання?
5. Побудуйте дерево цілей і план досліджень відповідно до завдання викладача.
6. Проведіть опитування викладачів відповідних кафедр і, по можливості, виробничників по питанню актуальності поставленого завдання.
7. Складіть план і програму, визначте передбачувані обсяги та строки виконання завдання.
8. Які вимоги пред'являються до літературного огляду?
9. Як розподіляються витрати часу на літературний огляд?
10. Відповідно до завдання керівника складіть літературний огляд по питанню рішення поставленої задачі.
11. Як виконується пошук літературних джерел?
12. Особливості конспектування статей.

13. У чому полягають особливості вивчення теоретичного матеріалу по досліджуваному питанню?
14. Як групувати та аналізувати матеріал, відібраний у результаті літературного пошуку?
15. У чому полягає мета і принципова схема вимірів при дослідженнях?
16. Вихідні передумови для спорудження дослідницьких установок.
17. Як скласти програму експерименту?
18. У чому полягають особливості проведення експериментів в умовах діючого виробництва?
19. Як проаналізувати результати експерименту?
20. Основи теорії проектування дослідницької установки.

3. ФІЗИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

3.1. Принципи фізичного моделювання*

Є ряд переваг фізичного моделювання над експериментальним вивченням багатьох металургійних процесів у природі:

1. Можливість варіювання факторами, що впливають на процеси, у широких межах, у тому числі при таких їхніх значеннях, які недосяжні на натурних об'єктах (зразках).
2. Можливість фіксувати та відтворювати досліджувані явища. У натурних (виробничих) умовах найчастіше утруднене проведення деяких експериментів, оскільки можуть виникнути небажані ефекти. Фізичне моделювання дозволяє проводити експерименти без небезпеки небажаних наслідків для агрегатів і готової продукції.
3. Простота лабораторного оформлення – все залежить від знань і досвіду експериментатора. Наприклад, при вивченні гідродинамічних процесів при певному масштабуванні продувку металу в ковші можна замінити продувкою води стисненим повітрям у прозорій посудині.
4. Відносна швидкість проведення експерименту. Проведення ряду експериментів у натурних умовах найчастіше вимагає тривалої підготовки до їхнього здійснення. У той же час аналогічні експерименти на моделях в умовах подоби при хорошій організації займають години або навіть хвилини.
5. Відносно невеликі витрати засобів, матеріалів і устаткування на проведення експерименту, особливо на «холодних» моделях.

Основна вимога при проведенні фізичного моделювання – можливо більш повна подоба процесів на моделі та у природі (зразку). Це забезпечується рівністю всіх критеріїв подоби, що не завжди можливо по тих або інших причинах. Тому розрізняють два види фізичного моделювання:

1. *Точне моделювання*. Вимагає чисельної рівності всіх критеріїв подоби, що описують процес, але це не завжди вдається до-

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [1, 4, 8]

триматися (значні розміри моделі, відсутність підходящих модельних середовищ та ін.).

2. *Наближене моделювання.* Через складність металургійних процесів (спільне протікання гідродинамічних процесів, процесів теплообміну, масообміну й ін.) точної подоби дотримати не вдається. У цьому випадку забезпечується подоба найбільш істотних величин, що визначають характер досліджуваного явища.

Обов'язковою передумовою подоби фізичних явищ повинна бути геометрична подоба, тому що подібні явища можуть протікати тільки в геометрично подібних системах. Зіставляються між собою при аналізі подібних явищ тільки однорідні величини.

Відмінність фізичної подоби від геометричної полягає в тому, що кожна фізична величина має свою чисельно відмінну від інших константу подоби. Тому при кожній з них ставиться особливий підрядковий індекс. Для забезпечення фізичної подоби моделі оригіналу необхідно:

- 1)забезпечити однорідність фізичних властивостей обох об'єктів, маючи на увазі істотні ознаки систем;
- 2)скласти сукупність істотних величин, що однозначно характеризують обидві системи;
- 3)привести ці величини до безрозмірного виду однаковим способом;
- 4)забезпечити рівність однойменних безрозмірних параметрів у сукупностях, що описують обидві системи.

Фізичні системи є подібними, якщо вони повністю відповідають трьом теоремам подоби.

I теорема. Подібні явища мають однакові критерії подоби.

II теорема (π -теорема). Сукупність із n розмірних величин, одиниці виміру яких включають k основних величин, можна перетворити без зміни інформації, що є в ній, у сукупність, що містить $n-k$ безрозмірних величин.

III теорема. Подібними явищами будуть ті, які мають подібні умови однозначності та однакові визначальні критерії.

Три загальні теореми також доповнюються положеннями, що є досить істотними при рішенні задач моделювання.

1. Подоба складних систем, що складаються з декількох подібних підсистем, забезпечується подобою всіх схожих елементів, що є загальними для підсистем. Наслідком цього положення є те, що подібні складні системи залишаються подібними після будь-яких спрощень, якщо тільки ці спрощення були проведені в системах відповідно однаково.
2. Всі теореми та умови подоби справедливі для систем різної складності і можуть бути поширені на нелінійні системи, або системи зі змінними параметрами, якщо виконуються умови збігу відносних характеристик, схожих параметрів, що є нелінійними або змінними.
3. Умови подоби, справедливі для ізотропних систем, що характеризуються однаковістю фізичних властивостей по всіх координатах усередині даної системи, можуть бути поширені й на анізотропні системи, якщо при цьому відносні анізотропії в порівнюваних системах відповідно однакові.
4. У системах, геометрично не подібних, але що мають нелінійну подобу простору, процеси можуть бути фізично подібні, маючи в схожих точках простору подібні зміни параметрів процесу.
5. Всі умови подоби, що відносяться до детерміновано заданих систем, справедливі для стохастично обумовлених систем за умови збігу в цих системах густин ймовірностей схожих параметрів, представлених у вигляді відносних характеристик. При цьому дисперсії та математичні очікування всіх параметрів з урахуванням масштабів у подібних системах повинні бути однакові. Додатковою умовою подоби є виконання вимоги фізичної реалізуємості схожої кореляції між стохастично заданими параметрами, що входять в умову однозначності.

3.2. Методи одержання високих температур*

Одержання та процеси лиття більшості металів пов'язані із застосуванням високих температур. Дослідження виплавки металів, їхнього розливання, взаємодії рідких металевих розплавів зі шлаками, з газовими атмосферами, з вогнетривами і, нарешті, вивчення властивостей рідких металів і шлаків вимагають створення джерел високотемпературного нагрівання. Такими джерелами високотемпературного нагрівання є нагрівальні пристрої – печі.

Основним завданням печі є створення зони рівномірного нагрівання в певному обмеженому об'ємі та забезпечення температурного режиму в часі. Головними частинами будь-якої пічної установки є: джерело теплової енергії; камера нагрівання, тісно пов'язана із джерелом енергії; засоби керування та контролю теплового режиму.

Найбільше поширення в лабораторній практиці одержали електричні печі. Залежно від способу нагрівання їх можна розділити на наступні типи.

1. **Печі опору.** Вони добре піддаються регулюванню, зручні для створення заданого розподілу температури усередині камери нагрівання, можна застосовувати нагрівачі різної форми. Для нагрівачів, що працюють в області 1200–1600°C, використовують благородні метали, а для більш високих температур – молібден, вольфрам, тантал, графіт. Нагрівачі з дисиліциду молібдену можуть працювати в окисній атмосфері до 1700°C, а з карбіду ніобію – до 2800°C у вакуумі.
2. **Дугові печі.** В основному це вакуумні печі для плавки металу у вакуумі або в атмосфері нейтрального газу. Дозволяють досягти високої температури, але із труднощами піддаються регулюванню, в них складно створювати зону рівномірного нагрівання у великому об'ємі.
3. **Плазменно–дугові печі.** Ці установки здатні створювати досить високе нагрівання в різноманітних атмосферах, але в них важко підтримувати задану температуру розплавів й однорідне нагрівання у всій камері печі.

* Розділ складено з використанням матеріалів роботи [7, 9]

4. **Високочастотні печі.** Дозволяють досягти високих температур, добре піддаються регулюванню теплового режиму, можливе живлення різних установок від одного генератора. Однак важко нагрівати неметалічні та немагнітні матеріали, розміри простору, що нагрівається, обмежені контуром індуктора.

Розрахунки печей.

Розрахунки лабораторних установок досить складні та рідко виконуються на практиці. Для проведення розрахунку необхідно знати характеристики теплопроводячих поверхонь, що нагріваються, товщини стінок, теплопровідності та інші характеристики матеріалів. Тому що подача енергії в піч необхідної потужності залежить від товщини теплоізоляції і приблизно пропорційна температурі нагрівання, для оцінки необхідної потужності можна користуватися наближеною формулою В.Д.

Кінджері $Q = 0,0015 \frac{A_m t}{l}$, де A_m – середня поверхня, см²; t – температура в печі, °С; l – товщина теплоізоляції, см.

Щоб забезпечити досягнення заданої температури в прийнятний час, необхідно збільшувати потужність щодо розрахункової на 20–25 % і вище, а з огляду на втрати тепла крізь отвори в кінцях трубчастої камери й т.п. необхідно ще збільшити потужність на 10–20 %.

Печі опору.

Електричні печі опору використовують для дослідження фізико-хімічних властивостей рідких і твердих металів, процесів взаємодії металу зі шлаками, з газом при високих температурах.

Ці печі являють собою камери або трубчасті конструкції із закладеними в стінки, навитими на труби або вільно розташованими нагрівальними елементами, крізь які пропускають струм. У деяких випадках сам нагрівач утворює камеру печі.

Нагрівачі.

Для виготовлення нагрівачів, залежно від необхідної температури нагрівання і атмосфери нагрівальної установки, використовуються всілякі матеріали. Форма нагрівачів може бути різною: дріт, стрічка, труби, стрижні.

Металеві нагрівачі. При виготовленні нагрівачів із дроту з невисоким омичним опором рекомендується спочатку виготовити із дроту спіраль, яку поміщають усередині пічних стінок. Метали з високим електричним опором (молібден, вольфрам, платина і її сплави) використовуються у вигляді товстого дроту, стрічки, стрижнів. Такі нагрівачі підвішуються на стінках камери, збираються у вигляді різних «шпилькових» конструкцій, у формі «білячого колеса» і т.д. Більшість металів і сплавів, крім платини, в окисній атмосфері працювати не можуть, тому простір печі, де змонтований нагрівач, заповнюють захисною нейтральною атмосферою або створюють вакуум. Нагрівачі із благородних металів і сплавів, хоча й можуть працювати в окисній атмосфері, але, завдяки випару оксидів, зменшують свій перетин. Для захисту нагрівачі обмазують цементними покриттями. Обмазки не повинні містити кремнезем і залізо, що руйнують нагрівач. Краще інших підходять для цієї мети маси, виконані з Al_2O_3 і вогнетривкої глини.

Найбільш розповсюдженою формою лабораторної печі опору є трубчаста піч, у якій нагрівальна обмотка навита на зовнішню поверхню труби (муфеля) і зверху обмазана цементом. Порцелянову, корундову, силіманітову або цирконову трубу на керамічних підставках вставляють у корпус, простір між корпусом і трубою засипається теплоізоляцією.

Варто враховувати, що при температурі, більшою за $1700^{\circ}C$, діоксид цирконію взаємодіє із глиноземом, а цирконові труби стають електропровідними. Щоб дріт рівно лягав на трубу, поверхню труби перед обмоткою покривають шаром незатверділого цементу. Для компенсації теплових втрат біля країв труби роблять більш щільне намотування. У вакуумних печах, що працюють до $2000^{\circ}C$, термічна ізоляція зазвичай замінюється радіаційними екранами з листового молібдену або танталу, установлюваними навколо нагрівача усередині металевих корпусів.

Застосування молібденового дроту до 1700°C або вольфрамових прутків до 2500°C допускається у вакуумі та при створенні відновної атмосфери, наприклад водневої. Водень дають у піч безперервно, підтримуючи в корпусі позитивний тиск, що усуває можливість підсмоктування повітря та утворення гримучої суміші. На виході з печі водень спалюють. Тантал можна застосовувати у вакуумі та в інертному газі до 2200°C при тривалій роботі та до 2400°C при короткочасній.

Вольфрам частіше застосовують у вигляді товстих прутків, з яких сплітають нагрівач у вигляді «білячої клітки». З листового танталу та молібдену товщиною $0,25\text{--}0,4$ мм роблять нагрівачі для установок зі швидким нагріванням. На кінцях металевих листових нагрівачів потрібно робити пропили та прорізи з метою зменшення перетину для підвищення електричного опору.

Для підвищення робочої температури дріт з молібдену, вольфраму або танталу не повинен стикатися з вогнетривкими деталями печі. При нагріванні більше 1600°C спіралі підвішують усередині пічного корпусу. Такі підвісні безконтактні спіралі з тугоплавких металів можуть забезпечити тривале нагрівання печі до 2000°C .

У глибокому вакуумі (менше $0,01$ Па) відбувається сильний випар молібдену при нагріванні $>1800^{\circ}\text{C}$, вольфраму $>2400^{\circ}\text{C}$ і танталу $>2200^{\circ}\text{C}$. Металеві нагрівачі жолобляться при раптовому відключенні струму.

Неметалічні нагрівачі. Найпоширенішими є готові стрижні, труби з карбїду кремнію, що містить 50% C і 50% Si, силітові нагрівачі. Стрижні можуть розташовуватися в печі як вертикально, так і горизонтально.

Силітові нагрівачі при правильній експлуатації працюють при високих температурах (до 1450°C) протягом декількох сотень і навіть тисяч годин в атмосфері CO, азоту та водню, питомий електричний опір нагрівачів $(1,15\text{--}5,7) \cdot 10^2$ Ом·м.

Також для нагрівачів використовується дисиліцид молібдену MoSi_2 , стійкий проти окислювання при нагріванні на повітрі до 1700°C , в атмосферах SO_2 , NO_2 , CO_2 . Стійкість поясню-

ється утворенням на поверхні нагрівачів захисного шару зі склоподібного кремнезему.

Використання замість стрижнів нагрівальних труб дозволяє збільшити відношення поверхні випромінювання до електричного опору, застосовувати менший струм при більш високій напрузі.

Графітові нагрівачі. Значне поширення одержали печі із графітовими нагрівачами. Застосування графітових нагрівачів до 2000°C у вакуумі виправдано їхньою доступністю, задовільними властивостями, гарною оброблюваністю. У печах із захисною атмосферою нагрівачі можуть застосовуватися до температури 3000°C. При більш високих температурах відбувається розпилення графіту.

Печі із графітовим нагрівачем можуть бути вертикальними і горизонтальними. У горизонтальній печі графітова труба, оточена графітовим засипанням, затискається у двох контактних вуглецевих блоках, які з'єднуються з мідними шинами.

Вертикальний графітовий нагрівач являє собою стакан зі стовщенням знизу й зверху. Унизу нагрівач закінчується конусним контактом, що притискають до нижнього струмопідводу. Термічне розширення нагрівача забезпечується ковзним контактом його верхньої стовщеної частини у втулці, що нерухомо змонтована в мідному струмопідводі.

Нагрівач зазвичай оточують системою графітових, молібденових і сталевих екранів з корозійностійкої сталі.

Для різних фізико-хімічних дослідів, які проводяться у вогнетривких човниках, застосовують горизонтальні трубчасті печі.

Усередині нагрівача розташовується корундова труба, що проходить крізь ущільнення в латунних наконечниках. Між корундовою трубою і нагрівачем пропускають потік азоту або аргону, що повністю захищає нагрівач від руйнування зсередини.

Велике поширення в металургійних лабораторіях дотепер має графітова піч опору Таммана. На клеммах трансформатора (шинах) укріплений циліндричний корпус печі діаметром 300–400 і висотою 300–350 мм. Нагрівачем служить графітова труба діаметром 50–70 мм, закріплена між двома мідними латунними контактами зверху та знизу. Простір між контактами і

корпусом печі, що охолоджується водою, засипається термоізоляцією. Печі можуть працювати як у горизонтальному, так і у вертикальному положенні.

Недоліком графітових нагрівачів і графітової термоізоляції є необхідність відсутності контакту їх із середовищем, що окислює. Кожухи печей, у яких засипана ізоляція, повинні бути герметичними, щоб виключити проникнення повітря. Бажано, щоб графітові печі працювали у вакуумі або в нейтральній атмосфері.

Високочастотні індукційні печі.

Завдяки своїм перевагам ці печі одержали широке поширення в металургійних лабораторіях. Джерелом живлення печей служать високочастотні лампові, тиристорні та машинні генератори.

У лабораторній практиці рідко доводиться розраховувати індуктор. Частіше підбирають індуктор до наявного генератора та металевго об'єкта, що нагрівається, тобто до тигля з металом.

Для кращого використання потужності струму необхідно, щоб глибина проникнення струму була мінімальною. Чим вище частота, тим менше глибина проникнення.

Для нагрівання вуглецю, вольфраму, молібдену, заліза придатні частоти до 10000 Гц, для матеріалів з більш високим електричним опором потрібні більш високі частоти. Хороші провідники, такі як мідь, із важкістю піддаються високочастотному нагріванню. Для плавки цих матеріалів доводиться застосовувати або знижену частоту, або непряме індукційне нагрівання, використовуючи як нагрівач графіт у формі труби або тигля. Графітовий нагрівач може бути замінений металевим, наприклад молібденовим.

Індукційні печі для нагрівання і плавки можуть бути відкритими або закритими. У відкритих печах в індукторі розміщують шар ізоляції, усередині якої розташовується тигель для досліджуваної речовини. Для нагрівання непровідників, наприклад шлаків, можна застосовувати тиглі із заліза, платини, графіту.

Індуктор виготовляють із мідної трубки, по якій циркулює вода. Щоб розмістити більше число витків індуктора на необхідній висоті, трубку роблять профільованою: прямокутної, квадратної або еліпсоподібної форми.

Інший вид печей – це закриті печі, які працюють у захисній атмосфері та у вакуумі. У цих печах індуктор може бути винесений за межі камери нагрівання або плавильної камери. У такому випадку корпусом печі служить кварцова труба.

Верхня частина кварцового корпусу зазвичай робиться герметичною. У вузький патрубок упаюється плоскопаралельне скло для спостереження та оптичного виміру температури, магніти для скидання добавок у тигель і трубопровід, що приєднує піч до системи відкачки або подачі газу. У деяких конструкціях верхня частина печі має шліф з металевою або скляною голівкою, у якій можуть розташовуватися необхідні пристрої для введення добавок, термопари занурення, стопора й т.п. У таких печах після плавки метал заморожують у тиглі та після розбирання печі витягають тигель разом з металом. Однак може бути виконане розливання металу і крізь дно тигля у виливницю, що розташована нижче, за допомогою стопора.

Кварцові печі легко виготовляються. Але при роботі у вакуумі $<3 \text{ Па}$ усередині кварцового корпусу з'являється блискаючий електричний розряд внаслідок випару металу та виникнення іонізованої атмосфери в печі. Це порушує електричний режим, утруднює вимір температури, спостереження та може привести до пробою корпусу. Більш зручними для досліджень є печі з металевими корпусами. У цих печах індуктор розміщений усередині вакуумної камери з водяним охолодженням.

Дугові печі.

Використання дуги як джерела нагрівання в лабораторній практиці має досить обмежене застосування. Нагрівання камери печі дугою, що горить між двома електродами, важко здійсненне, тому що нелегко домогтися рівномірного розподілу та регулювання температури. В основному для виплавки злитків сталей, сплавів або чистих металів застосовують дугові однофазні вакуумні печі. Плавка в дугових печах виконується в мідний кристалізатор, що охолоджується водою. Печі працюють

або у вакуумі, або в атмосфері нейтрального газу; вони поділяються на печі з електродом, що витрачається, і на печі з електродом, що не витрачається.

Печі першого типу призначені для одержання невеликих злитків сплавів для досліджень. Як електрод тут застосовується штанга з вольфраму. Метал, що розплавляється, подається під електрод або розташовується на піддоні з лункою або у виливниці під електродом. При включенні дуги відбувається переплавлення матеріалу та утворення злитка металу. На одному піддоні можна виплавити кілька композицій сплавів без перезарядження печі.

Особливе значення дугові печі другого типу мають для ванної плавки у тиглі, що охолоджується водою. Вони називаються гарнісажними вакуумними дуговими печами. Принциповою особливістю таких печей є мідна або графітова чаша-тигель, що охолоджується водою, у якій розплавляють і витримують у рідкому стані метал, що переплавляється.

Плазменно–дугові печі.

У низькоінтенсивній дузі на вугільних електродах температура може досягати 3600°C . Якщо збільшувати струм дуги при постійному перерізі анода, то найбільша щільність струму буде досягатися тоді, коли температура кінця анода буде дорівнювати температурі кипіння матеріалу анода. У цій точці характеристика дуги змінюється і її температура стрибком піднімається до $7000\text{--}8000^{\circ}\text{C}$, з анода виривається потік розпеченого пару внаслідок високої концентрації енергії в анодному кратері. Високотемпературна плазма створюється і при використанні водяної пари або інертного газу, що поступає в дугу. Плазменний потік концентрується в кільцевому електроді. Це створює можливість одержання високих температур. Газ подають у корпус дугового пальника. Виникає інтенсивний вихровий потік, який має уздовж осі електрода невелику область низького тиску. У цій області відбувається інтенсивна іонізація. Охолодження зовнішньої області дуги газом робить її менш провідною, і тому дуга стискується у вузький стовп уздовж осі електрода. Завдяки тому, що газ безперервно надходить у камеру плазменного пальника, гаряча плазма викидається із сопла. Ви-

никає стовп розпеченої плазми, що має температуру до 30000°C , який можна використовувати для нагрівання та плавлення інших матеріалів.

В якості газу найкраще використовувати нейтральний газ. При цьому плазменний струмінь не так агресивно впливає на матеріал, що нагрівається.

Плазменні нагрівачі поділяються на дві групи: працюючі в режимі плазменного струменя, що являє собою потік газу, сильно нагрітого в плазмотроні; працюючі в режимі плазменної дуги, що утворюється між виробом, який нагрівається, і внутрішнім електродом плазмотрона, що обдувається потоком газу в поздовжньому напрямку й стиснутим в поперечному напрямку або стінками сопла, або магнітним полем.

У плазмотроні іншого типу для плавки металу плазменною стиснутою дугою плазменний струмінь, підведений до виробу, що нагрівається, дозволяє збудити дугу між внутрішнім електродом плазмотрона та виробом. Дуга проходить крізь отвір сопла, що й обмежує її діаметр. У поздовжньому напрямку дугу обдувають потоком газу, який захищає сопло. У металургійних цілях плазменне нагрівання може бути використане у ванних печах з вогнетривким тиглем або для переплавлення підготовлених заготовок на злиток у мідному кристалізаторі, що охолоджується водою.

Електронно–променеві печі.

Спосіб плавки електронним променем має ряд переваг. Можна використовувати шихту будь-якого виду. Завдяки досягненню високої температури і тривалій витримці металу при низькому тиску забезпечуються прекрасні умови для рафінування. Особливість електронно-променевого нагрівання полягає в тому, що, завдяки термоелектронній емісії, з поверхні катода здійснюється випуск електронів, які спрямовуються до анода. Анод заземлюють, а катод ізолюють. Між катодом і анодом прикладають напругу, що розганяє електрони. Її величина становить 10–30 кВ. Навколо катода встановлюють електрод–прожектор, що знаходиться під невеликим негативним потенціалом. Це забезпечує потрібний напрямок електронного променя.

Потік електронів бомбардує поверхню металевої заготовки, яка нагрівається. Кінетична енергія електронів перетворюється в теплову. Метал нагрівається та плавиться. Розплавлений метал стікає в мідний кристалізатор, який охолоджується водою.

Електронно–променева піч для плавки металу складається з однієї або декількох електронних пушок, плавильної камери, кристалізатора, що охолоджується водою, вакуумної відкачувальної системи та джерела живлення.

Розрізняють три типи електронно–променевих установок: з кільцевим катодом, з радіальними та аксіальними електронно–променевими пушками.

3.3. Вимір температури*

Температура – це фізична величина, що характеризує стан термодинамічної рівноваги макроскопічної системи. У рівноважних умовах температура пропорційна середній кінетичній енергії часток тіла. Безпосередній вимір температури неможливий. Існуючі методи виміру температури ґрунтуються на використанні однозначного взаємозв'язку між температурою та іншою фізичною величиною, вимірюваної безпосередньо (об'єм, тиск, ЕРС, опір і т.д.).

Жодне сучасне дослідження немислимо без точного виміру температури досліджуваного тіла. У багатьох випадках точність її виміру визначає погрішність усього дослідження.

Методи виміру температури можна розділити на прямі (контактні), здійснювані за допомогою термометрів, термоелектричних пірометрів і термометрів опору (датчик вимірювального інструмента міститься в безпосередній близькості до об'єкту, що нагрівається), і непрямі безконтактні оптичні. В оптичних методах вимірюється або інтенсивність монохроматичного випромінювання, або зміна загальної кількості випромінюваної енергії, або зміна спектрального розподілу випромінювання у функції від температури. Оптичні методи мають ту

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [4, 9]

перевагу, що немає необхідності робити уведення їх в реакційні камери – для виміру достатня дуже невелика видима площа поверхні тіла, що нагрівається.

Оскільки в металургії і, зокрема в ливарному виробництві, дослідники мають справу з підвищеними температурами ($>300^{\circ}\text{C}$), зупинимося на найбільш поширених способах і засобах їх виміру в цьому діапазоні.

Термоелектричні пірометри – термопари.

При нагріванні спаю двох різнорідних металевих провідників з'являється ЕРС, що є сумою ЕРС Пельтьє, що виникає в спаї, і ЕРС Томпсона, що виникає внаслідок градієнта температур у кожному дроті. Сумарна ЕРС є функцією температури для даної пари металів. Якщо один спай термопари підтримувати при постійній температурі, то ТЕРС (термоЕРС) термопари буде функцією температури, при якій перебуває інший її спай. Якщо відградувати дану термопару, тобто знайти залежність її ТЕРС від температури одного зі спаїв при збереженні постійної температури іншого спаю, то по вимірюваній потім величині ТЕРС можна знайти значення температур. Робочий спай зазвичай називають гарячим, а термостатований спай - холодним. Для визначення ТЕРС у ланцюг термопари включають вимірювальний прилад, що за допомогою проводів з'єднують із холодними кінцями термопари.

Зазвичай холодний спай підтримують при 0°C у посудині Д'юара з водою та льодом. При віддаленому розташуванні холодного спаю використовують компенсаційні дроти, які заощаджують термопарний дріт. У ланцюг термопари компенсаційні дроти включають із відповідним дотриманням полярності. Залежність ТЕРС для компенсаційних проводів від температури повинна бути такою ж, що й у термопари. Місця з'єднання компенсаційних проводів з термоелектродами повинні перебувати при одній температурі. Якщо холодні спаї не термостатуються при 0°C , то потрібно знати їхню температуру під час дослідів й вводити відповідну поправку на температуру холодних спаїв, що буде дорівнювати різниці ЕРС холодного спаю при даній температурі і 0°C .

Матеріали для термопар.

При виборі матеріалу для термопар керуються наступними вимогами: пряма залежність між ТЕРС і температурою; досить велика, стійка та відтворювана величина ТЕРС; матеріали термопар повинні бути корозійностійкими, механічно міцними.

Термопари із благородних металів.

Платина-платинородієва термопара (ПР 10/0) має позитивний електрод зі сплаву, що містить 90% Pt й 10% Rh і негативний із чистої платини. Ці термопари найбільш вивчені, їх застосовують при еталонних роботах до 1063°C і в якості зразкових термопар для перевірки інших термопар. Припустимі межі вимірів ПР 10/0 I розряду – до 1100°C, II й III розряду – до 1400°C. Тривале застосування можливо при 1300°C, а короткочасні – до 1750°C. Витримка при високій температурі негативно позначається на властивостях термопари. У платиновому електроді відбувається ріст зерна, ТЕРС знижується, електрод стає крихким. При високих температурах платина поглинає CO, CO₂, пару металів, оксиди й карбіди. До технічних термопар випускаються компенсаційні дроти: до платинородієвого електрода – мідний червоних кольорів; до платинового – дроти зі сплаву, що містить 99,6% Cu та 0,4% Ni зеленого кольору. Поліпшені властивості мають термопари, виготовлені зі сплавів платини з родієм, які можна об'єднати в ряд: ПР 13/1, 20/5, 30/6, 30/13, 40/20, 100/20. У чисельнику – вміст родію в сплаві із платиною в позитивному електроді, у знаменнику – те ж у негативному електроді.

Найпоширенішою є термопара ПР 30/6. Вона має лінійну характеристику при температурах >1000°C. Її чутливість при вимірах порядку 1800°C становить 9–12 мкВ/°C. При коливаннях температури холодних кінців від 0 до 100°C погрішність ≤4°C, що дає можливість відмовитися від компенсаційних проводів. Термопару можна довгостроково використовувати в окисних середовищах до 1600°C і короткочасно при нагріванні до 1800°C. Платинородієві термопари можуть працювати в окисному середовищі та у вакуумі. При вимірах температури

цими термопарами можна користуватися стандартними таблицями. Точність виміру становить: до $1550^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$, вище $1550^{\circ}\text{C} \pm 3^{\circ}\text{C}$.

Термопари з тугоплавких металів.

У вольфрам-молібденовій термопарі (ВМ) позитивним електродом є вольфрам. Особливістю термопари ВМ є те, що в інтервалі температур $0\text{--}1300^{\circ}\text{C}$ її ТЕРС негативна, поблизу 1300°C вона дорівнює нулю, а вище 1300°C її характеристика позитивна. Термопару ВМ можна використовувати у вакуумі, відновному середовищі. Чутливість термопари невелика ($7 \text{ мкВ}/^{\circ}\text{C}$). Спеціальний термопарний дріт з вольфраму та молібдену не випускається, тому характеристики термопар ВМ, зроблених із дротів різних партій, можуть значно відрізнятись. Після перших же вимірів при підвищених температурах зміни, що відбуваються у вольфрамовому електроді, впливають на характеристики спаю. У місці переходу з'являється ділянка термоелектричної неоднорідності. При вимірах ця ділянка може бути причиною утворення додаткової ЕРС.

До кращих високотемпературних термопар відноситься вольфрам-ренієва ВР 5/20, позитивний електрод якої виготовлений зі сплаву, що містить 95% W та 5% Re, а негативний – зі сплаву, що містить 80% W та 20% Re. Застосовується також термопара ВР 10/20. До 2000°C ці термопари мають плавну зміну характеристики від 0 до 20–30 мВ. Достоїнством цих термопар є їх висока механічна міцність, широкий діапазон застосування (у вакуумі, у водні, у присутності вугільного та керамічного пилу). Тривалі виміри можна проводити до 2300°C у інертній атмосфері, а короткочасні – в окисній. Як компенсаційні проводи для термопари ВР 5/10 використовують мідь і сплав міді з 2,25% Ni або залізооманганін, а для термопари ВР 10/20 – мідь і сплав міді з 1,25% Ni або залізомідь.

Для зменшення неоднорідності та одержання стабільності показань рекомендується піддавати дріт попередньому відпалу у водні при $1500\text{--}1600^{\circ}\text{C}$ на протязі 5–10 хв. Однак відпал не може повністю ліквідувати неоднорідність дроту з різних

партій, тому доводиться для кожної термопари будувати індивідуальну характеристику.

Погрішність показань електродів, зроблених із дроту різних партій, досягає 5°C при роботі до 1500°C .

Термопари з неметалічних матеріалів.

Основними матеріалами для цих термопар служать керамічні або вуглецеві матеріали. Використовуються графіт, карбід кремнію або бора. Одним з перших пристроїв була термопара Фіттерера, у графітовому ковпачку якої поміщають стрижень із карбиду кремнію. Така термопара має високе значення ЕРС (до 500 мВ при 1750°C), хорошу чутливість ($30\text{ мкВ}/^{\circ}\text{C}$), лінійну характеристику в області температур $100\text{--}2000^{\circ}\text{C}$ и хорошу відтворюваність. Конструктивне оформлення термопар цього типу приблизно однакове: внутрішній електрод (стрижень) вставляється в зовнішній електрод – чохол. Стрижень з'єднується з денцем чохла спіканням. Вільні кінці термоелектродів виведені у корпус–голівку, що охолоджується водою. На задній стінці голівки укріплена колодка із клемою для приєднання до вимірювальних приладів.

Досить перспективне використання наступних термопар: карбід титану – графіт, борид цирконію – графіт, борид цирконію – карбід цирконію, дисиліцид молібдену – дисиліцид вольфраму. Термопара ТМСВ–340М (позитивний електрод – дисиліцид молібдену, негативний – дисиліцид вольфраму) використовується до 1650°C у відновній і окисній атмосферах. Термопару ТГБЦ–350М (позитивний електрод – графіт, негативний – борид цирконію) використовують до 2000°C у інертній або відновній атмосферах. Термопара ТГКТ–60М (графіт – карбід титану) використовується до 2500°C . При температурі 500°C характеристика цієї термопари майже лінійна, температурна чутливість до $70\text{ мкВ}/^{\circ}\text{C}$, при 2000°C ТЕРС дорівнює 125 мВ . Слід зазначити, що термопари з неметалічних матеріалів важко пристосовувати до дослідних установок, тому що вони мають велику теплову інерцію.

Термопара хромель-алюмель (гр. ХА). ТЕРС термопари гр. ХА практично лінійно залежить від температури, чутливість - значно більша, ніж у термопар із благородних металів.

Термопару можна застосовувати у відновних і нейтральних середовищах. В окисному середовищі електроди поступово окислюються і ТЕРС термопари зменшується. Дуже несприятливо діє на термопару наявність вільного вуглецю в контрольованому середовищі.

Погрішність термопари гр. ХА становить $\pm(1,3-0,8)\%$ при температурах 300-1300°C.

Хромель-алюмелеві термопари широко застосовують на металургійних заводах для виміру температури газових потоків, а також для контролю температури в термічних печах та установках.

Термопара хромель-копель (гр. ХК). Термопара гр. ХК розвиває найбільшу ТЕРС серед стандартних термопар, але має нелінійну характеристику. Погрішність термопар при зміні низьких температур $\pm(0,8-0,7)\%$ в інтервалі 300-800°C, тому термопары гр. ХК застосовують там, де це дозволяє їхня жароміцність (низькотемпературні продукти згорання, нагріте повітря і т.п.). Висока ТЕРС дозволяє застосовувати в комплекті з термопарами гр. ХК вимірювальні прилади зі шкалами - 50...+50°C, 0-100°C і т.д., що мають підвищену чутливість.

Хромель-копелеві термопары часто входять до складу інших вимірювальних засобів, зокрема, хромель-копелеві термомобатарей використовують у радіаційних пірометрах.

Градуїровка термопар.

Нові термопары, особливо ті, характеристика яких залежить від партії дроту, повинні бути відградуїровані. Градуїровка здійснюється по постійних реперних точках, або по температурах кристалізації чистих металів, або методом звірення за допомогою зразкових пірометрів.

Градуїровка по постійних температурних точках.

Цей метод оснований на тому, що при кристалізації чистого металу температура його від початку та до кінця кристалізації залишається постійною. Рекомендується користуватися процесом кристалізації, а не плавлення, тому що в останньому випадку важко забезпечити досить повільну зміну температури металу.

Градуїровку термопар здійснюють у печі опору. Невелику частину металу плавлять у графітовому тиглі при глибині ванни >120 мм. Тигель установлюють у зоні рівномірного нагрівання печі. Термопару в захисному ковпачку занурюють у метал, не доводячи її до дна тигля та уникаючи зіткнення зі стінками. Піч з термопарою витримують 10–15 хв. при температурі на $10\text{--}15^\circ\text{C}$ вище температури кристалізації металу. Потім температуру знижують зі швидкістю $1\text{--}1,5^\circ\text{C}/\text{хв.}$ і відраховують ЕРС термопар. Будують графік зміни ЕРС, визначають площадку кристалізації, що відповідає табличній температурі. Ретельне проведення такої градуїровки забезпечує середню квадратичну помилку $<\pm 0,3^\circ\text{C}$ при 1083°C . Цей метод найбільш точний.

Градуїровка в індукційній печі менш точна, але дозволяє збільшити інтервал температур від 300 до 1800°C . Тигель з металом ($200\text{--}300$ г) установлюють в індукторі. Нагрівання регулюють таким чином, щоб температура металу була трохи вище температури затвердіння.

У цьому методі робоча ділянка термопарі попадає в область із більшим градієнтом температури, у результаті розвиваються «паразитні» ЕРС, які й ураховуються при градуїровці. У термопарі не виникає наведень високочастотного поля, тому що спай екранований шаром металу. Середня квадратична помилка при градуїровці термопар цим методом становить $\pm 6^\circ\text{C}$ при 1770°C .

Метод звірення.

Цей метод застосовують для термопар II розряду і для технічних термопар. Декілька термопар, що підлягають градуїровці, разом зі зразковою термопарою I розряду зв'язують в один пучок, поміщаючи зразкову термопару в центр. Робочі кінці обв'язують платиновим дротом для поліпшення контакту. Вільні кінці всіх термопар термостатують при одній температурі, що вимірюють із точністю $\pm 0,1^\circ\text{C}$. Кінці термопар поміщають у піч опору, нагріту до температури, близької до постійних точок. Піч термостатують, потім по черзі для кожної термопарі виконують кілька циклів відліку при одній температурі, починаючи та закінчуючи кожен цикл із термопарою I розряду. Потім переходять на нову температуру. ЕРС вимірюють із то-

чністю до 0,001 мВ. Високотемпературні термопари градуують у вакуумній печі опору, у яку поміщають молібденовий блок із трьома отворами. В один отвір поміщають зразкову термопару, в інший – що підлягає градуїровці. У третій отвір фокусують оптичний пірометр. Блок підвішують у печі в зоні максимального нагрівання. Платинову зразкову термопару в піч поміщають у герметичному корундовому чохлі (з урахуванням повітряної атмосфери), термопару, що підлягає градуїровці, вводять крізь вакуумне ущільнення й нагрівають у вакуумі.

Оптичні методи виміру температур.

Принципи оптичної пірометрії.

Оптичні методи основані на вимірі випромінювальної здатності нагрітого тіла, що відповідає його температурі. Якщо тіло при будь-якій температурі повністю поглинає все падаюче на нього електромагнітне випромінювання незалежно від довжини хвилі, то воно є абсолютно чорним тілом (АЧТ). Коефіцієнт поглинання АЧТ при будь-якій температурі дорівнює одиниці, а коефіцієнт поглинання інших тіл менше одиниці. Повна енергетична яскравість АЧТ визначається за законом Стефана–Больцмана, Вт/м²: $E_T = \sigma T^4$, де σ – постійна Стефана–Больцмана, $\sigma = 5,6696 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²К⁴).

Оптичні прилади для виміру температури фіксують не істинну температуру тіла, а псевдотемпературу, що тим більше відрізняється від істинної температури, чим значніше розходження характеристик випромінювання досліджуваного тіла та АЧТ. У цьому полягає принциповий недолік безконтактних методів виміру температури.

Яскравісна температура тіла.

Якщо тіло перебуває в умовах АЧТ, то вимірюється його істинна температура. У всіх інших випадках визначають яскравісну або гадану температуру. Досить близько до умов АЧТ знаходиться рідкий метал у тиглі індукційної печі або в печі опору. Якщо глибина циліндра в шість разів більше його діаметру, то циліндр є АЧТ навіть у випадку, коли стінки тигля гладкі зсередини й складаються з речовини з низькою випромінювальною здатністю. Якщо стінки тигля шорсткуваті, а матеріал

його має випромінювальну здатність, близьку до одиниці, то глибина тигля може бути тільки у два рази більше його діаметра. Якщо стінки циліндра нагріті до тієї ж температури, що й об'єкт, то така система буде досить близька до АЧТ. Якщо ж стінки нагріті до більш високої температури, ніж тіло, то воно відбиває в об'єктив пірметра випромінювання й від стінок, тобто буде здаватися більш гарячим.

Колірна температура.

Для сірих тіл, у яких у даній ділянці спектра коефіцієнт чорноти випромінювання не змінюється з довжиною хвилі, колірна температура дорівнює істинної. Сірі тіла випромінюють постійну кількість енергії для всіх довжин хвиль. При вимірі високих температур користуються світлофільтрами, що послаблюють світло і пропускають певну частину світлового потоку без зміни довжини хвилі. Крім світлофільтрів, що послаблюють світло, перед об'єктивом пірметра можуть знаходитися скло віконцець та інші прозорі перешкоди. В цьому разі необхідно будувати градуїровочну криву для умов виміру температури в даному досліді за допомогою термопари або по точках плавлення чистих металів.

Радіаційна температура – це температура АЧТ, при якій повні енергетичні яскравості чорного та нечорного тіл (віднесені до всього діапазону довжин хвиль спектра теплового випромінювання) рівні між собою.

Основні типи оптичних пірметрів.

Пірметри зі зникаючою ниткою.

Оптичний пірметр зі зникаючою ниткою вимірює енергію монохроматичного випромінювання тіла, тобто яскравісну температуру при певній фіксованій довжині хвилі 65 мкм, що виділяється зі спектра випромінювання за допомогою червоного фільтра. Вимір температури пірметрами зі зникаючою ниткою проводиться шляхом порівняння яскравості досліджуваного тіла та нитки фотометричної лампи, градуйованої по АЧТ при довжині хвилі 65 мкм. За допомогою оптичної системи зображення нагрітого тіла проектується на площину нитки лампи накалювання. Реостатом сила струму розжарення нитки регулюється таким чином, щоб яскравість лампи зрівнялася з яскравістю вимірюваного тіла. Температура визначається по силі

струму розжарення нитки в момент її «зникнення» на тлі розпеченого тіла. Нитка розжарення лампи живиться від акумулятора. Сила струму розжарення відзначається на шкалі приладу. Для візування, фокусування нитки лампи та об'єкта служить оптична система. Є пристрої для введення червоного та фільтрів, що послаблюють світло. Гадана температура на шкалі приладу за допомогою градуїрочної кривої переводиться в істинну температуру. Зразкові пірометри дозволяють вимірювати температуру з точністю 0,2–0,5% у межах 800–3000°C, еталонні пірометри мають точність виміру 0,05% при 1000°C. Наближене калібрування оптичних пірометрів здійснюється по точках плавлення чистих металів: фіксують силу струму лампи в момент початку затвердіння.

Фотоелектричні пірометри.

Фотоелектричний пірометр вимірює яскравісну температуру тіла за допомогою фотоелемента, на який попадають промені від вимірюваного джерела та від джерела порівняння. Ці пірометри мають найменшу методичну погрішність.

Радіаційні пірометри.

Ці пірометри вимірюють радіаційну температуру за результатами виміру теплового випромінювання у всьому спектрі довжин хвиль. Радіаційний пірометр складається із двох блоків: телескопа, у який входять оптична система та приймач випромінювання, що показує або реєструє, і вимірювального приладу – мілівольтметра або автоматичного потенціометра. Приймачем випромінювання служить тонка металева пластина, покрита сажею, що перетворює променеву енергію в теплову. Температура пластини вимірюється термобатареею.

Колірні пірометри.

У колірних пірометрах використаний метод червоно-синього відношення. Для виміру обох монохроматичних яскравостей використовують один приймач випромінювання (фотоелемент або фотоопір) із загальним каналом посилення вимірюваних сигналів. Перевага методу колірної пірометрії перед іншими безконтактними оптичними способами виміру температури полягає в тому, що в якості об'єкту виміру необов'язково мати АЧТ. Крім того, виключаються вплив випромінювань, зміни рельєфів поверхні, відстані від пірометра, неселективних

поглиначів променистої енергії, розташованих між об'єктом виміру та пірометром (сіток, діафрагм, призм і т.п.). Комплект приладу складається із трьох блоків: датчика, блоку електроніки, що має підсилювальну та обчислювальну схеми, приладу, що показує або реєструє. Принцип дії приладу оснований на автоматичному вимірі логарифма відношення спектральних яскравостей у червоній і синій ділянці спектра. Обчислювальний пристрій автоматично здійснює логарифмування відношення яскравостей. Логарифм спектрального відношення яскравостей пропорційний зворотнім значенням колірної температури.

Вимір полів температури здійснюється, в основному, рухливими зондами, на кінці яких розташовуються датчики температури: термоелектричні перетворювачі. Чутливий елемент датчика (спай термоелектричного перетворювача, нитка або плівка термоперетворювача опору) перебуває в контакті з досліджуваною рідиною.

Конструкції типових датчиків температури показані на рис. 3.1. Зонди вводяться в потік або крізь стінку робочої камери, у якій розташоване об'єктне тіло, або крізь стінку труби або її вихідний торець (рис. 3.2). Місце уведення герметизують ущільненнями чепцевого типу або за допомогою сильфонів. Переміщення зонда та визначення положення в потоці його чутливого елемента здійснюються за допомогою координатного пристрою, постаченого мікрометричним гвинтом або стандартними механічними індикаторами.

Для виміру температури твердих тіл найпоширеніші термоелектричні перетворювачі. Термоперетворювачі опору у звичайних температурних областях застосовують для виміру середньої температури тіла або його поверхонь.

У тілах без внутрішніх джерел теплоти спаї термоелектричних термоперетворювачів розміщують у пазах або свердліннях. Спаї термоперетворювачів приварюють, припаюють або зачеканюють, а пази заповнюють матеріалом з теплопровідністю, близькою до теплопровідності тіла (рис. 3.3).

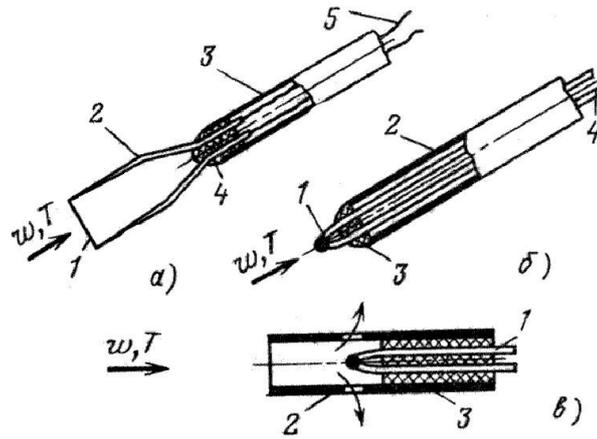


Рис. 3.1. Зонди для виміру полів температури в рідині: а – з термометром опору: 1 – нитка; 2 – вилка; 3 – трубка; 4 – епоксидна смола; 5 – дроти; в – з екрануванням спаю: 1 – термоелектричний перетворювач; 2 – трубка з вентиляційними отворами; 3 – ізоляція

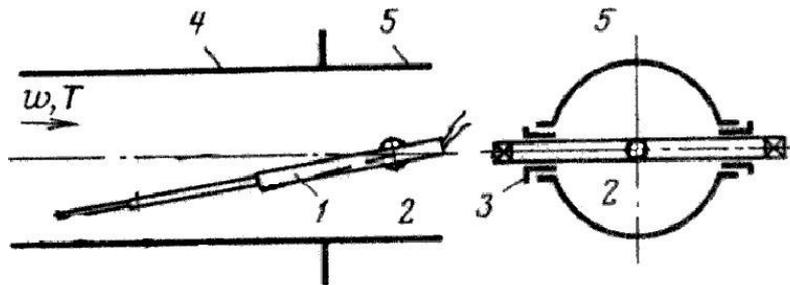


Рис. 3.2. Рухливий зонд для виміру поля температури або швидкості: 1 – тіло зонда; 2 – поворотний вал; 3 – система ущільнення; 4 – труба; 5 – камера зонда

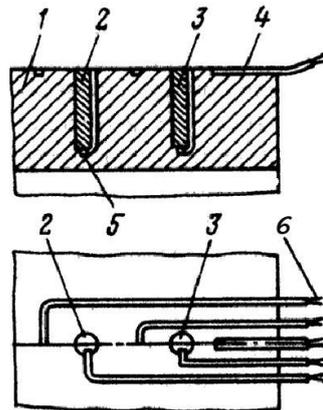


Рис. 3.3. Способи закладення термоелектричних перетворювачів для виміру температур у твердому тілі: 1 – труба; 2 – металеві пробки; 3 – канавки; 4 – капіляри з термоперетворювачами; 5 – спай; 6 – дроти

3.4. Вимір тиску*

Одиницею тиску у міжнародній системі одиниць є паскаль (Па). Однак до цього часу ще використовуються прилади, відградузовані кгс/см², кгс/м², мм рт. ст., та бар.

За принципом дії розрізняють рідинні та пружинні прилади для виміру тиску і розрідження. У рідинних приладах сила вимірюваного тиску врівноважується вагою стовпа рідини, у пружинних – напругою пружних елементів (мембран, сильфонів, трубчастих пружин). Найменшу погрішність мають рідинні прилади, а серед механічних – компенсаційні прилади.

Рідинні прилади тиску.

Рідинні прилади мають невелику погрішність, тому їх часто використовують у якості контрольних або зразкових приладів. За рідину зазвичай застосовують спирт, трансформаторне масло, воду та, рідше, ртуть.

Максимальні межі виміру рідинних приладів визначаються густиною рідини, що врівноважує, і граничною висотою стовпчика рідини $h_{\text{макс}}$, при якій ще не спостерігається витиснення рідини із приладу $P_{\text{макс}} = \rho gh_{\text{макс}}$.

До рідинних скляних манометрів відносяться двоохтрубні (U-подібні) і одноохтрубні (чашкові). Ці прилади служать для визначення надлишкових тисків, що не перевищують 0,2 МПа (2 кгс/см²).

Найбільш широко розповсюджений двоохтрубний манометр (рис. 3.4, а), що складається зі скляних вимірювальних трубок 1 і 2, з'єднаних унизу між собою. Між трубками поміщена двохстороння шкала (на рисунку не показана).

Прилад заповнюється робочою рідиною до нульової відмітки в середині шкали. Трубка 1 (плюсова, +) з'єднується з вимірюваним середовищем, що перебуває під абсолютним тиском (під більшим тиском P_1), а трубка 2 (мінусова, –) – з атмосферою (з меншим тиском P_2).

* Розділ складений з використанням матеріалів робіт [7, 9]

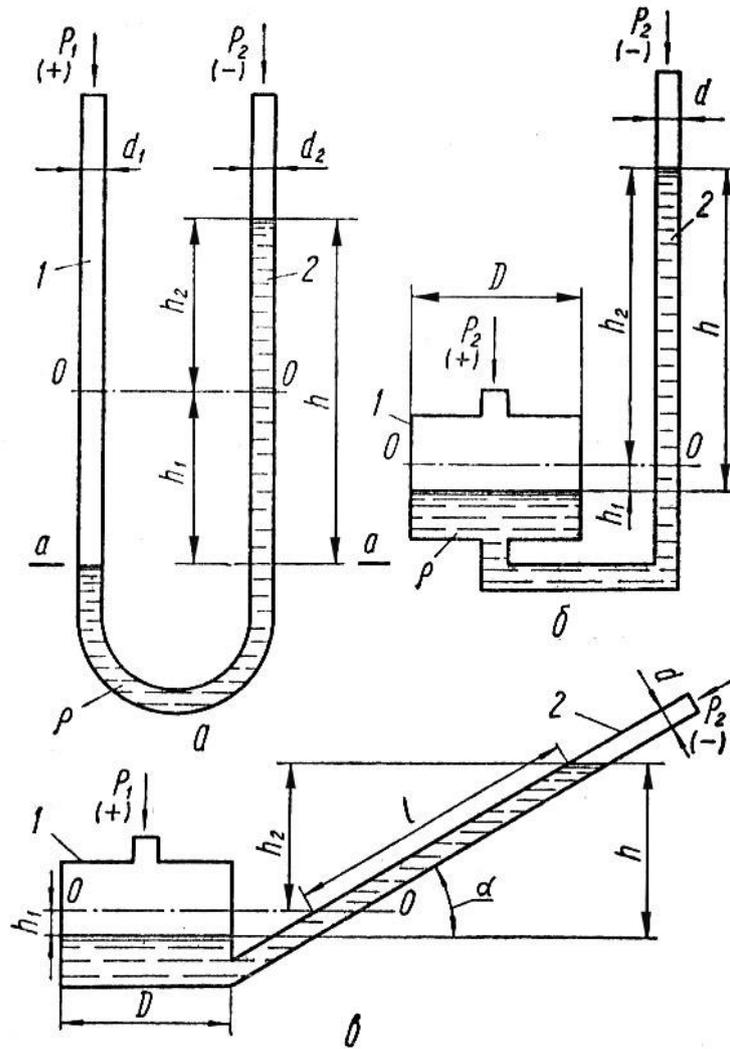


Рис. 3.4. Рідинні скляні манометри: а – U-подібний; б – чашковий з вертикальною трубкою; в – чашковий з похилою трубкою

При включенні манометра в роботу вимірювана різниця тисків $P_1 - P_2$ урівноважується висотою стовпа робочої рідини h , відлічуваної по шкалі приладу. Тому що рівень рідини в трубці 1 понизиться, а в трубці 2 зросте, то загальна висота стовпа h буде дорівнює сумі відліків, зроблених по шкалі вище та нижче нульової відмітки: $h = h_1 + h_2$. Якщо робочою рідиною є вода або спирт, то відлік показань ведуть по нижній границі її мениска, якщо ртуть – по верхній. У момент рівноваги для перетину $a-a$ можна записати $P_n = \rho gh = P_1 - P_2$.

Таким чином, надлишковий тиск P_n визначається висотою стовпа та густиною рідини і не залежить від площі поперечного перерізу вимірювальних трубок.

При вимірі тиску двохлабним манометром представляє незручність необхідність відліку рівнів рідини одночасно в обох трубах. При значних пульсаціях тиску це утруднює точний відлік показань.

Цього недоліку позбавлені однострубні манометри (рис. 3.4, б), які відрізняються від двохлабних тим, що замість плюсової трубки вони мають широку металеву або скляну посудину (чашку). Посудина 1 і трубка 2 заповнюються робочою рідиною до нульової відмітки шкали. Шкала розташовується уздовж трубки 2.

При вимірі тиску чашковим манометром відлік показань роблять тільки по відхиленню рідини в трубці 2 (по висоті стовпа h_2). Загальна висота стовпа рідини, що врівноважує вимірюваний тиск, становить $h = h_2 \left(1 + \frac{d^2}{D^2} \right)$. Із цього рівняння видно, що загальна висота стовпа рідини h більше обмірюваної по шкалі на величину $h_2 \frac{d^2}{D^2}$. Зазвичай $\frac{d^2}{D^2} \leq \frac{1}{400}$, тобто $h \approx h_2$, або остаточно $P_n = h_2 \rho g$.

Для точних вимірів невеликих тисків газоподібних середовищ застосовується однострубний манометр із похилою вимірювальною трубкою – мікроманометр (рис. 3.4, е). Він має широку металеву або скляну посудину 1 і з'єднану з нею одним кінцем скляну вимірювальну трубку 2, уздовж якої розміщена шкала. Трубка розташована під кутом α до горизонту. Границі виміру мікроманометрів до 2500 Па (250 кгс/м²). Основна погрішність виміру не більше 1,5%.

У мікроманометрах діаметр посудини вибирається досить великим, тому при вимірах зневажають зниженням рівня рідини в ній. У зв'язку із цим вимірюваний мікроманометром тиск $P_n = h \rho g$.

Відлік показань ведуть не по величині h , а по переміщенню рідини в трубці 2, тобто по величині l . Тому що $h = l \cdot \sin \alpha$,

то $P_n = \rho g l \cdot \sin \alpha$. Оскільки l завжди більше h , то точність відліку величини l завжди вище точності відліку h .

Пружинні манометри.

Загальними недоліками рідинних манометрів є велике запізнювання, можливі викиди або витік рідини, малі діапазони виміру. Пружинні манометри позбавлені цих недоліків і мають наступні переваги: простота устрою, великий діапазон вимірів, можливість застосування дистанційної передачі та автоматичного запису показань. Однак при вимірі малих тисків погрішність пружинних приладів більша, ніж рідинних.

Дія пружинних манометрів оснований на вимірі величини деформації різних пружних елементів, викликаній зміною тиску. Деформація пружного елемента перетворюється передавальним механізмом у кутове або лінійне переміщення покажчика по шкалі приладу.

По типу застосовуваних пружин манометри діляться на трубчасті та мембранні.

У цілому пружинні манометри підрозділяються на прилади: з одновитковою трубчастою пружиною (рис. 3.5, а); з багатовитковою (гелікоїдальною) трубчастою пружиною (рис. 3.5, б); з гармоніковою мембраною (сильфоном, рис. 3.5, в); з гофрованою (рис. 3.5, г) або плоскою (рис. 3.5, д) металевою мембраною; з плоскою (рис. 3.5, е) або гофрованою (рис. 3.5, ж) млявою мембраною.

При деформації пружна манометрична пружина створює протидіючу силу. Часто на додаток до манометричної пружини (мембрані або сильфону) для розвантаження її надається гвинтова пружина, на яку покладається основна роль по створенню протидіючої сили. Мляві мембрани завжди комплектуються додатковою пружиною.

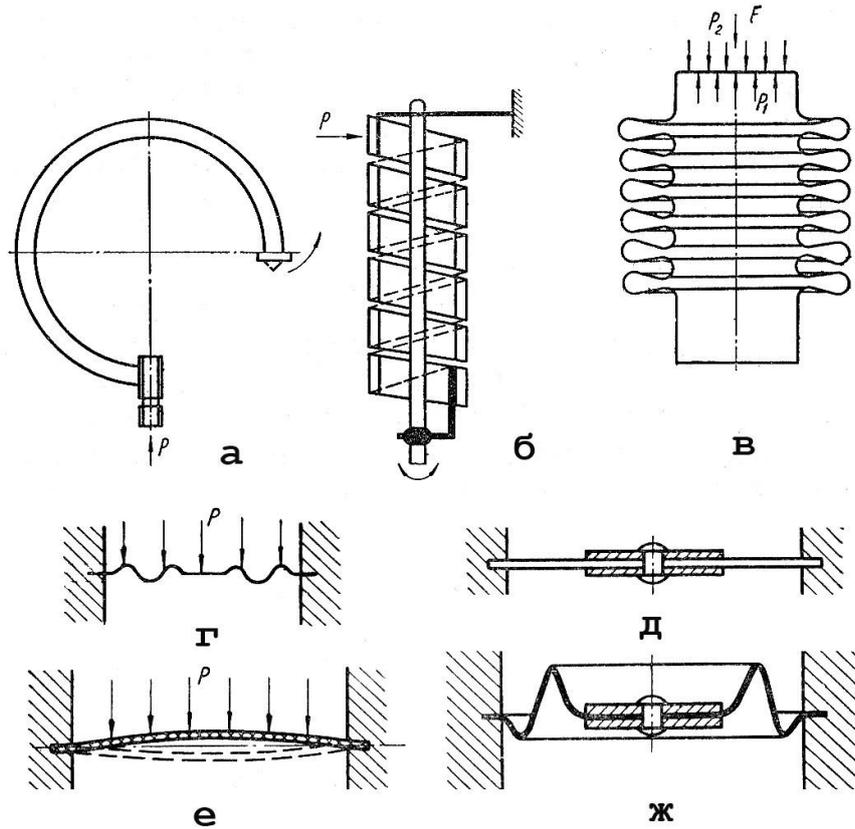


Рис. 3.5. Чутливі елементи пружинних манометрів

3.5. Методи і правила фізичного моделювання гідродинамічних процесів*

Найбільш близьким по суті до досліджуваних металургійних процесів є високотемпературне («гаряче») моделювання, при якому як моделюючі рідини використовуються рідкі розплави та інші, аналогічні реальному процесу, реагенти. Основними недоліками такого виду моделювання є труднощі отримання критеріїв теплової подоби, умов зародження нових фаз, труднощі та навіть, що найчастіше, неможливість визначення гідродинамічних параметрів поведження моделі й т.п. Останні доводиться визначати по ряду непрямих ознак: наприклад, по висоті сплесків, бурунів, хвиль, характеру поведження поверхневих шарів розплаву й т.п., що найчастіше дає можливість визначення лише якісних характеристик об'єкта моделювання.

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [1, 2, 4, 6, 8]

Цей недолік обумовлений відсутністю на даному етапі розвитку науки і техніки первинних датчиків, здатних витримати важкі умови, що мають місце в металургійних системах.

Для вивчення гідродинамічних процесів у металургії найчастіше вдаються до допомоги низькотемпературного («холодного») моделювання, при якому рідкий метал замінюють підходящими за умовами постановки задачі рідинами.

Підбір моделюючого середовища є однієї зі складових частин підготовки до проведення лабораторного експерименту. Оскільки для будь-якої речовини, що перебуває в рідкому стані (води, ртуті, рідкого металу й т.д.) справедливі закони та теоретичні залежності гідравліки, то при фізичному моделюванні процесів лиття, обумовлених протіканням гідродинамічних явищ, як середовище, що імітує розплав, може бути використана в принципі будь-яка рідина, за винятком ртуті, що представляє собою серйозну небезпеку для здоров'я персоналу лабораторій.

Густина і кінематична в'язкість рідин, доступних для застосування у звичайних лабораторних умовах, близькі за своїми значеннями (табл. 3.1). Тому вибір моделюючої рідини залежить, в основному, від особливостей задач, розв'язуваних при фізичному моделюванні. Якщо, приміром, досліджується гідродинаміка потоків рідкої сталі ($\rho=7200 \text{ кг/м}^3$, $\nu=6,3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$) або чавуну ($\rho=6700 \text{ кг/м}^3$, $\nu \approx 6,3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$), що перемішують інертним газом, то як моделюючі середовища, як правило, використовують воду та повітря.

При зміні густини газу з $1,3 \text{ кг/м}^3$ (при температурі 0°C) до $0,2$ (при температурі 1600°C) величина отриманого параметричного критерію змінюється на 5–6 % відносних, чим цілком припустимо зневажити. Це дозволяє використовувати при моделюванні в якості газу, що моделює, повітря при кімнатній температурі.

У випадку, коли моделюються процеси, що протікають при наявності в реальному агрегаті рідкого металу та технологічного шлаку, то для проведення експерименту необхідне застосування комбінації рідин (вода – гас, вода – етиловий спирт, гліцерин безводний – нафта). При підборі двох моделюючих

рідин прагнуть забезпечити мінімально можливе перекручування фізичної сутності досліджуваного процесу.

Таблиця 3.1. Густина і кінематична в'язкість деяких рідин при 20°C

Рідина	Густина, кг/м ³	Кінематична в'язкість, x10 ⁶ м ² /с
Анілін	1022	4,3
Бензин	739–780	0,83–0,93
Парафін (при 52°C)	764	6,6
Тіосульфат натрію (при 48°C)	1750	7,5
Вода прісна (10–70°C)	1000–978	1,31–0,42
Нафталін 90 % + толуол 10% (при 74°C)	1032	6,9
Дифеніл (при 67°C)	1035	7,0
Салол (при 43°C)	1195	н. буд.
Гліцерин безводний	1250	4,1
Гас (при 15°C)	192–860	2–3
Барвисті розчини	900–1200	90–120
Масло мінеральне	877–892	313–1450
Нафта (при 15°C)	760–900	8,1–9,3
Камфен (при 52°C)	845	7,2
Спирт етиловий безводний	190	1,51
Силіконове масло	965	100

Практично всі методи визначення швидкостей потоків у рідких середовищах можна розділити на дві групи:

1. Зондові з використанням чутливого елемента, що поміщається в досліджуване середовище.
2. Безконтактні, до яких відносяться кінематичні та часопрольотні методи.

Серед зондових найбільш часто використовують трубки для виміру повного та статичного тисків (так називані п'єзометричні трубки Піто, див. п. 3.4). Знаючи різницю між повним і статичним тиском, шляхом нескладних розрахунків можна визначити швидкість потоку.

До зондових методів можна віднести також термоанемометричні та електродифузійні методи.

Термоанемометричні методи основані на залежності теплообміну між потоком, що набігає, і нагрітим тілом (нитка з матеріалу з високим омичним опором, крізь яку пропускають електричний струм) від швидкості потоку. При зміні швидкості потоку змінюється інтенсивність тепловідводу, а, отже, і температура нитки. Сталість температури нитки досягається регулюванням сили струму, що гріє нитку, за значенням якого й визначають швидкість потоку, що набігає.

При використанні електродифузійної анемометрії в рідину, що моделює, вводять певну кількість електроліту. Зміна швидкості пересування електроліту супроводжується зміною його опору, що фіксується відповідними приладами та потім перераховується за спеціальними формулами.

До основних недоліків зондових методів варто віднести змінення потоків самими датчиками (зондами), обов'язковий етап градуїровочних експериментів.

Методи, позбавлені зазначених недоліків, відомі за назвою безконтактних. До них відносяться кінематичний метод (метод треків) і часопрольотний метод з використанням лазерних анемометрів.

Візуалізація рідинних і газових потоків – це створення умов, що сприяють появі контрастної картини траєкторій руху потоків моделюючої рідини за рахунок введення в неї барвних рідких речовин або дрібнодисперсних твердих часток, що мають високий коефіцієнт відбиття. Краплі кольорової рідини або ж частки, що уносяться оптично прозорими потоками, у точності відтворюють їхній рух і при належній освітленості дозволяють одержати чітку картину розподілу потоків у робочому об'ємі агрегату, що моделюється.

Візуалізація течій вважається важливим фактором у дослідницькій роботі та, у першу чергу, у фізичному моделюванні гідродинамічних процесів, тому що не тільки дозволяє зробити певні висновки щодо якісної сторони досліджуваних явищ, але й відноситься до однієї з необхідних умов реалізації оптичного методу контролю часу перемішування рідини та фотометода виміру швидкості рідинних потоків.

До теперішнього часу накопичений багатий досвід візуалізації ліній струму при вивченні гідродинамічних процесів. Всі відомі способи виділення потоків прозорої рідини на заздалегідь підбраному кольоровому тлі можна розділити на три групи залежно від виду застосовуваного маркера потоку.

До першої групи відносяться способи, що допускають подачу в циркулюючу рідину, що моделює розплавлений метал, спеціальних барвників, які вводять у рідкому стані за допомогою шприца або з використанням напірної ємності, розташованої над моделлю на висоті не менш 2 м. При цьому слід пам'ятати, що більшість інтенсивних барвників мають важкі молекули і їхні молекулярні коефіцієнти дифузії набагато менші, ніж коефіцієнти переносу кількості руху розчинника (кінематичної в'язкості). У зв'язку із цим у нетурбулентних областях поширення хмари барвника буде проходити повільніше в порівнянні з поширенням кількості руху.

Способи візуалізації рідинних потоків, що становлять другу групу, оснований на використанні дрібнодисперсних часток або кульок діаметром до 0,5 мм, матеріал яких по густині близький до густини моделюючої рідини (вода). Практичні результати, отримані різними дослідниками, свідчать про те, що для цих цілей може використовуватися знежирена алюмінієва пудра, нафталінова емульсія, кульки з поліпропілену або воску, дерев'яні опили, ебоніт, а також крупинки фуксину.

До третьої групи способів візуалізації слід віднести ті, у яких у якості трасерів застосовуються газові пухирці, що вводять спеціальним чином у рідке середовище. Останнім часом широке розповсюдження одержав метод водневих пухирців, оснований на застосуванні електролізу, у результаті якого утворюється безліч дрібних пухирців водню, що досить чітко позначають траєкторії рідинних потоків.

Завдяки можливості фіксування швидкопротікаючих процесів, що значною мірою полегшує їхнє наступне вивчення, фотографія та відеозйомка одержали надзвичайно широке застосування в науці і техніці. Як ми вже відзначали, у ході візуальних спостережень за рухом газорідинних потоків виникає необхідність проведення фотозйомки картин їхнього розподілу. Для одержання якісних фотографій ділянок моделі, що зніма-

ють на відповідну апаратуру, необхідно не тільки знати можливості наявної в розпорядженні апаратури, але й володіти навичками роботи з нею.

У складних умовах спеціальних видів фотозйомки гідродинамічних процесів часто потрібна розробка спеціальних пристосувань, що дозволяють реалізувати поставлену задачу в кожному конкретному випадку з найбільшою ефективністю. Наприклад, при фотографуванні плоских прозорих моделей, що виготовляють зазвичай з органічного скла, необхідно попередньо виконати вимоги, спрямовані на виключення відблисків на знімках, а також тремтіння фото- або відеокамери. У цьому випадку для фотографування моделі в розпорядженні дослідника повинні бути два світильники (прилади, розраховані на висвітлення предметів, що перебувають на близькій відстані), спеціальний штатив і трос, що забезпечують стійкість і зручність управління фотокамерою. Трос доцільно використовувати при зйомці на фотокамеру із тривалими витримками, коли підвищується ймовірність одержання нерізких знімків через тремтіння камери в момент натискання спускової кнопки.

Вибір освітлювальних приладів, застосовуваних при зйомці, визначається видом світла, що повинне створюватися даним приладом, світлочутливістю плівки та світлосилою оптики. За джерела світла у світильниках використовуються лампи накаливання, кварцові галогенні та люмінесцентні лампи низького тиску.

Часопрольотний метод оснований на зіставленні доплеровських частот прямого світлового потоку та потоків, що розсіюються, які реєструються фотоприймачем, і вимагає виняткової прозорості моделюючого середовища. На цей час серед металургів СНД цей метод ще недостатньо розповсюджений.

До недоліків безконтактних методів варто віднести необхідність наявності на моделі прозорого для променів середовища, що накладає на процес моделювання певні обмеження.

Вибір методів вимірів залежить від задач експериментів, умов їхнього проведення, точності та діапазону одержуваних значень. Вибір конструкції моделі багато в чому залежить від характерних рис процесу, який моделюється, а також від того, у якому виді необхідно одержати інформацію, що цікавить. При-

міром, якщо досліджуваний процес обумовлений інтенсивним рухом рідинних потоків та, у підсумку, потрібне одержання картин їхнього розподілу в різних зонах ванни, що перемішується, модель конструктивно повинна забезпечувати можливість візуального контролю та фотографування потоків.

Як уже згадувалося, модель виготовляється геометрично подібною до натурального зразка по внутрішніх контурах. При цьому використовуються всілякі матеріали, але найчастіше застосовують органічне скло.

Підготовка моделі до проведення досліджень полягає у виборі варіанта раціонального розміщення застосовуваної апаратури, забезпеченні можливості швидкої заміни моделюючої розплав рідини, підтримці необхідної освітленості об'єктів, що підлягають фотографуванню, і так далі.

Проведенню досліджень на моделі передуює математичне планування експерименту, настроювання апаратури, що реєструє, і, при необхідності, тарування перетворювачів вимірювальних систем.

Фізичне моделювання, залежно від розв'язуваних задач, може проводитися по вже відомим або спеціально розробленим методикам із застосуванням широкого набору контрольних датчиків і електронних приладів, призначених для реєстрації параметрів процесів, що протікають у моделях.

Масштаб моделі, необхідний для розрахунку її конструкції та параметрів, вибирається на підставі аналізу умов подоби. Для цього з'ясовують фізичний зміст безрозмірних величин та їхню роль при моделюванні, оцінюють діапазон чисельних значень критеріїв і виявляють, які із критеріїв попадають в область несуттєвих і можуть не забезпечуватися для моделі та оригіналу.

У випадках, коли досліджуваний процес, пов'язаний з рухом рідкого металу, є нестационарним, необхідно враховувати критерій гомохронності.

При використанні як вирішального критерію Рейнольдса слід виконати аналіз режимів плинину для визначення границь автотомельності, формальною ознакою якої є випадання даного критерію із числа аргументів і, як наслідок, виключення із сис-

теми обмежувальних вимог рівнянь, що стверджують рівність значень цього критерію для явищ, що досліджуються.

У більшості практичних випадків для процесів руху потоків рідкого металу значення критерію Re перевищують 2320, що свідчить про необов'язковість дотримання в таких випадках умови $Re=idem$. У подібній ситуації геометричний масштаб моделі рекомендується вибирати з умов $Fr=idem$ і $We=idem$ або $La=idem$. При цьому значення геометричних масштабів моделі для таких моделюючих середовищ, як вода, гас і ртуть, відповідно, знаходяться у межах 0,5–0,7; 0,3–0,5; 0,4–0,5.

Наприклад, необхідно розрахувати критерій геометричної подоби для моделювання гідродинаміки сталі в ковші. Як моделююче середовище використаємо воду. Для розрахунку

використаємо числа $We = \frac{\sigma}{\rho l w^2}$ і $La = \frac{\sigma}{\rho l^2 g}$. Відомо, що густина

на сталі в рідкому виді становить $\rho=7000-7500$ кг/м³, її динамічна в'язкість лежить у діапазоні $\sigma=1,2-1,865$ Н/м. Вода має густину $\rho'=998,2$ кг/м³, її динамічна в'язкість становить $\sigma'=0,073-0,075$ Н/м.

При дотриманні $La=idem$ одержимо вираз для знаходження коефіцієнта масштабування $K_l = \sqrt{\frac{K_\sigma}{K_\nu K_g}}$, де масштаб

в'язкості становить $K_\sigma = \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{0,073 - 0,075}{1,2 - 1,865} = 0,04 - 0,063$, масштаб

густини $K_\rho = \frac{\rho'}{\rho} = \frac{998,2}{7000 - 7500} = 0,133 - 0,143$, а масштаб

$K_g=1$. Таким чином, $K_l = \sqrt{\frac{K_\sigma}{K_\nu}} = \sqrt{\frac{0,04 - 0,063}{0,133 - 0,143}} = 0,53 - 0,69$.

Масштаб швидкості знаходимо з умови дотримання $We=idem$, тобто $K_w = \sqrt{\frac{K_\sigma}{K_\rho K_l}}$.

При моделюванні поведінки середовища газ–рідина при продувці металу аргонном знизу використаємо модифікова-

не число Fr . З умови дотримання $Fr = \frac{w^2 \rho_z}{gl\rho_{ж}} = \text{idem}$ знаходимо,

що в цьому випадку масштаб швидкості визначається за формулою $w = w' \sqrt{\frac{K_{\rho_z}}{K_l K_{\rho_{ж}}}}$. При розрахунку масштабу густини га-

зів можна вважати, що густина повітря при 20°C становить 1,29 кг/м³, а густина аргону при 1600°C дорівнює 1,695 кг/м³.

Для забезпечення точної подоби модель агрегату по своїх розмірах повинна бути такою же, як і натуральний зразок. Виконання зазначеної вимоги пов'язане з відомими труднощами та лімітується можливостями матеріально-технічної бази лабораторії, у якій проводяться дослідження. Тому константу геометричної подоби найчастіше вибирають, виходячи з умов зручності виготовлення моделі та проведення дослідів. При цьому, природно, моделювання має досить наближений і якісний характер.

Щоб цього уникнути, роблять підбор рідини з умови масштабу кінематичної в'язкості $K_v = K_w K_l$. У випадку вивчення поведінки середовища газ-рідина, де є необхідність урахування стану поверхні рідини (хвилі, утворення крапель і т.п.), слід враховувати масштаб поверхневого натягу. При дотриманні $La = \text{idem}$ $K_\sigma = K_l^2 K_\rho K_g$, а при $We = \text{idem}$ $K_\sigma = K_l K_\rho K_w^2$.

При необхідності змінити властивості води убік підвищення в'язкості можливо використовувати розчини гліцерину або цукру, для підвищення поверхневого натягу – добавку поверхнево-активних речовин (наприклад, пральні порошки). Для зниження в'язкості та поверхневого натягу можливо використання підігрітої до 50–70°C води.

Якщо масштаби моделі є надмірними (незручними в роботі), а процеси в натурі протікають в автономній області, то на моделі досить забезпечити автономність, тобто досить мати значення числа Рейнольдса більше 10000, що часто дозволяє мати масштаб моделі 0,1–0,5 відповідно натурі.

Вибираючи масштаб моделі, слід також враховувати значний вплив сил поверхневого натягу рідини на протікання про-

цесу в моделі агрегату при занадто малих перетинах її каналів та отворів. Діаметр отворів на моделі при використанні різних моделюючих рідин повинен бути наступний: для води – не менш 12 мм, гліцерину – 10, гасу та масла – не менш 8 мм.

Конструктивно модель може бути виконана плоскою та об'ємною. Окремі її елементи можуть при необхідності оформлятися з інших матеріалів (пластиліну, воску, парафіну, тіосульфату натрію) залежно від особливостей розв'язуваних у ході моделювання задач.

У випадках, коли по ходу експерименту здійснюється пошук оптимальної форми або окремих перетинів агрегату, що моделюється, тобто при необхідності швидкої зміни конфігурації агрегату або переміщення різних перегородок для ущільнення елементів моделі, що пересуваються, можна використати гумовий шнур або хлорвінілову трубку, що поміщають у пази на торцях цих елементів.

Сполучення стінок моделей між собою виконують або за допомогою спеціального клею, приготовленого шляхом розчинення обпилювань оргскла в дихлоретані, або за допомогою металевих струбцин.

При моделюванні пристроїв, у яких витікання рідини відбувається під дією її гідростатичного стовпа (наприклад, розливання металу з ковша) не є обов'язковим дотримання повної геометричної подоби в поперечному перерізі пристрою, оскільки характеристики витікання визначаються тільки висотою цього стовпа.

Разом з тим варто пам'ятати, що при зниженні поперечного перерізу можлива поява пристіночного ефекту (ефект Коатца), що приводить до порушення гідродинамічної подоби потоків. Для виключення цієї помилки зливальний отвір повинен розташовуватися від стінок посудини на відстані, не меншій 4–5 діаметрів цього отвору.

Оскільки динаміка потоків рідин багато в чому визначається силою ваги, то важливою умовою гідродинамічної подоби є установка моделей щодо горизонтальної площини аналогічно зразку. В особливій мірі це стосується пристроїв, потоки в яких характеризуються вільним рухом з відкритою поверхнею (наприклад, при безперервному розливанні горизонтального

або похилого типу установка моделі повинна строго контролюватися за рівнем, кутоміром).

Для перерахування результатів моделювання на зразок (і навпаки) доцільно користуватися відповідними масштабами. Найбільш часто при дослідженнях, крім геометричних масштабів, використовують масштаби швидкості потоків M_ω , витрати M_Q і часу M_τ . Масштаб швидкості знаходять із умови сталості числа Фруда ($Fr=\text{idem}$) або безрозмірної швидкості ($W=\text{idem}$).

Масштаб витрат знаходять із умови нерозривності потоку:

$$M_Q = \frac{Q'}{Q} = \frac{w'f'}{wf} = \sqrt{M_l} \cdot M_l^2, \quad (3.1)$$

де f – площа перетину для проходу рідини.

Масштаб часу визначають із умови сталості критерію гомохронності:

$$M_\tau = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{l'w}{lw'} = \sqrt{M_l}. \quad (3.2)$$

Можна відзначити, що всі отримані масштаби динамічної подоби залежать від лінійного масштабу моделі.

Таким чином, загальний порядок підходу до фізичного моделювання гідродинаміки рідини в металургійних системах включає наступні етапи:

1. Розраховуємо числа Ho , Fr , Re , We у характерних перетинах потоку рідини на зразку.
2. Підбираємо моделюючу рідину, визначаємо її витрату та масштаб моделі з умов $Ho=\text{idem}$, $Fr=\text{idem}$, $We=\text{idem}$, $La=\text{idem}$.
3. При неможливості такого підходу виходимо з наступних міркувань:

- 1) розрахунок вести за умовою $Fr=\text{idem}$, при цьому отвори, щілини, канали для потоків рідини передбачати по можливості більших розмірів, орієнтуючись у першому наближенні на умову $We>20$;

- 2) витримати, якщо потрібно, умову $Ho=idem$ по окремих періодах процесу;
- 3) дотримуватися умови гідродинамічного режиму плинину рідини (по числу Re);
- 4) проводити якісні (порівняльні) дослідження відповідно до загальних положень наближеного моделювання.

3.6. Основи фізичного моделювання теплообмінних процесів*

Фізичне моделювання теплообмінних процесів зводиться, головним чином, до моделювання затвердіння та плавлення металу, шлаків, флюсів. Ці процеси описуються рівняннями теплопровідності (рівняння Фур'є) і балансу теплоти на фронті затвердіння (плавлення).

При моделюванні затвердіння виливків рівняння теплопровідності дає теплове число Фур'є – $Fo = \frac{a\tau}{l^2}$, де a – коефіцієнт температуропровідності, τ – час, l – характерний розмір (товщина шару, що твердне, при симетричному затвердінні вилівка з двох сторін – половина його товщини).

Рівняння балансу теплоти на фронті затвердіння має вигляд $C_m(T_{сол} - T_n) = L$, де C_m – теплоємність металу, що твердне, $T_{сол}$ – температура солідуса (припускається, що перегрів рідкого металу відсутній), T_n – температура на зовнішній поверхні шару, що твердне, L – теплота фазового переходу при затвердінні. Це рівняння дає критерій затвердіння

$K_L = \frac{L}{C_m(T_{сол} - T_n)}$. Для умов фізичного моделювання процесів кристалізації і плавлення можна вважати, що динаміка зміни товщини затверділої кірки підкоряється закону квадратного ко-

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [1, 6, 8]

рення $\xi = k\sqrt{\tau}$, де k – коефіцієнт затвердіння, м/с^{0,5}. У результаті може бути знайдений критерій товщини кірки $K_\xi = \frac{k\sqrt{\tau}}{l}$.

Із установлених критеріїв можуть бути отримані відповідні відносини масштабних коефіцієнтів: для часу – $\frac{K_a K_\tau}{K_l^2} = 1$,

для товщини кірки $\frac{K_k K_\tau^{0,5}}{K_l} = 1$, для теплообміну $\frac{K_L}{K_C K_T} = 1$.

Масштабний коефіцієнт для температури визначається як відношення різниці максимальної і мінімальної температур

$$K_T = \frac{T'_{сол} - T'_n}{T_{сол} - T_n}.$$

Важливе значення при моделюванні теплових процесів має дотримання умови $Bi = idem$. Це дає можливість визначення, наприклад, матеріалу, що моделює середовище. У цьому випадку $K_\lambda = K_\alpha K_l$.

Оскільки критерій затвердіння є фізичним параметром і дотримання його ідентичності при фізичному моделюванні неможливе, то на практиці частіше користуються ідентичністю комплексних чисел $Bi K_L = idem$.

У випадку накладення на розплав, що кристалізується, різних зовнішніх впливів можливе використання числа Ньютона ($Ne = idem$). У цьому випадку масштаб швидкостей потоків розплаву, що мийуть тверду кірку, розраховується зі співвідно-

$$\text{шення } K_w = \sqrt{\frac{K_\rho}{K_l^3}}.$$

С метою одержання адекватних даних по визначенню макроструктури виливків при їхній кристалізації бажане дотримання ідентичності симплекса

$$A = \frac{a_{m-p}}{a_m} = \frac{1}{1 + \frac{L}{c_{m-p}(t_{лікв} - t_{сол})}} = idem, \text{ де індекси «}m\text{» і «}m-p\text{»}$$

відносяться до твердого та твердо-рідкого стану металу. У цьому випадку також важливе дотримання умови $\frac{\lambda_{m-p}}{\lambda_m} = \text{idem}$.

Точну подобу кристалічних структур можливо одержати при дотриманні ідентичності комплексного критерію $\theta = \theta_v \cdot \theta_N = \frac{vl}{a_{m-p}} \cdot l\sqrt[3]{N} = \text{idem}$, де v – лінійна швидкість росту кристалів, N – число кристалів, що виникають в одиниці об'єму в одиницю часу ($N \cong \frac{1}{d^3}$, де d – діаметр кристала).

Очевидно, що практично розрахувати число N не представляється можливим, та й вплив θ на процес кристалізації незначний. Тому на практиці при моделюванні таких процесів враховують лише умову $A = \text{idem}$.

Для створення ідентичності протікання процесів усадки доцільне використання ідентичності симплекса $\frac{\beta_p}{\beta_m} = \text{idem}$, де β – коефіцієнти об'ємного розширення.

Зазвичай при моделюванні процесів плавлення і затвердіння як модельні середовища використовують парафін, кристалічний тіосульфат натрію, нафталін або камфен (табл. 3.2).

При моделюванні затвердіння сталевих виливків лінійний масштаб може бути обраний довільно. Часто вибирають $K_l = 0,1$.

Нескладні розрахунки показують, що при використанні, наприклад, в якості моделюючого середовища парафіну $K_a = 0,009$, $K_L = 0,56$, $K_C = 5,38$; масштаб часу $K_\tau = 1,11$, масштаб температур $K_T = 0,103$. Температура на зовнішній поверхні вилівка в процесі затвердіння близька до 1000°C . Температура на зовнішній поверхні моделі визначається з вираження для масштабу температур і дорівнює 9°C . Масштаб для коефіцієнта затвердіння складе $0,1$.

Таблиця 3.2. Теплофізичні властивості деяких речовин

Середовища	$t_{ликв},$ °C	$L,$ кДж/кг	$\lambda,$ Вт/(м·К)	$c,$ кДж/(кг·К)	$\rho,$ кг/м ³	$a,$ м ² /с	$\Delta t_{кр},$ °C	$\nu,$ м ² /с	$\sigma,$ Н/м
Сталь	1520	267,5	$\frac{29,1}{23,6}$	$\frac{0,69}{0,83}$	$\frac{7800}{7200}$	$\frac{6,3 \cdot 10^{-6}}{4,4 \cdot 10^{-6}}$	50	$6,3 \cdot 10^{-7}$	1,2– 1,87
Чавун	1200	231	$\frac{30,3}{24,0}$	$\frac{0,62}{0,79}$	$\frac{7200}{6700}$	$\frac{5,8 \cdot 10^{-8}}{4,4 \cdot 10^{-8}}$	85	$3,7 \cdot 10^{-7}$	0,004– 0,008
Парафін	52	150,1	$\frac{0,24}{0,19}$	$\frac{3,22}{3,86}$	$\frac{812}{764}$	$\frac{9,3 \cdot 10^{-8}}{7,5 \cdot 10^{-8}}$	0	$6,6 \cdot 10^{-6}$	0,006
Тіосульфат натрію	48,5	154,3	$\frac{0,93}{0,80}$	$\frac{2,72}{3,26}$	$\frac{1880}{1690}$	$\frac{20 \cdot 10^{-8}}{16,7 \cdot 10^{-8}}$	3,5	$7,5 \cdot 10^{-6}$	–
Нафталін 90 % + толуол 10%	74	142,1	$\frac{0,36}{0,31}$	$\frac{2,07}{2,48}$	$\frac{1130}{1032}$	$\frac{5,3 \cdot 10^{-8}}{13,1 \cdot 10^{-8}}$	6,5	$6,9 \cdot 10^{-6}$	–
Дифеніл	67	144,4	$\frac{0,42}{0,53}$	$\frac{2,08}{2,66}$	$\frac{1135}{1035}$	$\frac{17,9 \cdot 10^{-8}}{15,5 \cdot 10^{-8}}$	6,0	$7,0 \cdot 10^{-6}$	–
Вода (0–70°C)	0	333	0,55– 0,67	4,12	1000– 978	$13 \cdot 10^{-8}$ – $16,8 \cdot 10^{-8}$	0	$1,3110^{-6}$ – $0,4210^{-6}$	0,0756– 0,0644
Салол	43	91	4,016	0,18	$\frac{1250}{1195}$	$\frac{7,2210^{-8}}{7,5610^{-8}}$	0	–	0,059
Камфен	51– 52	40,2	0,023	$\frac{2,1}{2,4}$	845	$1,3 \cdot 10^{-8}$	–	$7,2 \cdot 10^{-6}$	0,021

3.7. Приклади фізичного моделювання гідродинамічних процесів у металургійних системах*

3.7.1. Методика досліджень

Як раніше було сказано, подоба процесів у моделі та натурі при русі рідини дотримується рівністю чисел We , Fr і Re , що визначають, відповідно, сили поверхневого натягу, тяжіння та тертя. У цьому випадку при вивченні руху рідини поза контактом з газами умовою рівності чисел We можна зневажити, а в областях рідини, що контактує з газами, прийнятно якісне порівняння поведження гідродинамічних потоків.

Наприклад, слід визначити гідродинамічну обстановку в об'ємі проміжного ковша та кристалізатора блюмової машини безперервного лиття заготовок (МБЛЗ, безперервне розливання входе до переліку спеціальних видів лиття у ливарному виробництві) Дніпровського металургійного комбінату (ДМК).

Виготовлена нами модель проміжного ковша (далі промківш) виконана із плексигласу та листової сталі в масштабі 0,2 ($k_l=0,2$) його натуральної величини (промківш ДМК). Прозорою зроблена лише передня стінка моделі промковша, що є достатнім для вивчення процесів поведження в ньому рідини при безперервному розливанні. Виготовлення днища моделі зі сталевого листа забезпечило можливість установки в місцях розташування стаканів-дозаторів регулювальних вентилів. Це дозволяє змінювати витрату рідини в широкому діапазоні та вивчати поведження рідини в промковші як при моделюванні стопорного, так і безстопорного розливання. Інші геометричні параметри моделюючої системи масштабовані стосовно промислових умов.

Модель ковша встановлена на спеціальному стенді (рис. 3.6). Опорна рама 1 установки дозволяє міняти положення моделі промковша 4 і зливної ємності 2 щодо моделі сталковша 6. Рівнемір 7 дозволяє міняти швидкість витікання рідини в промківш.

* Розділ складений за матеріали робіт [1, 2]

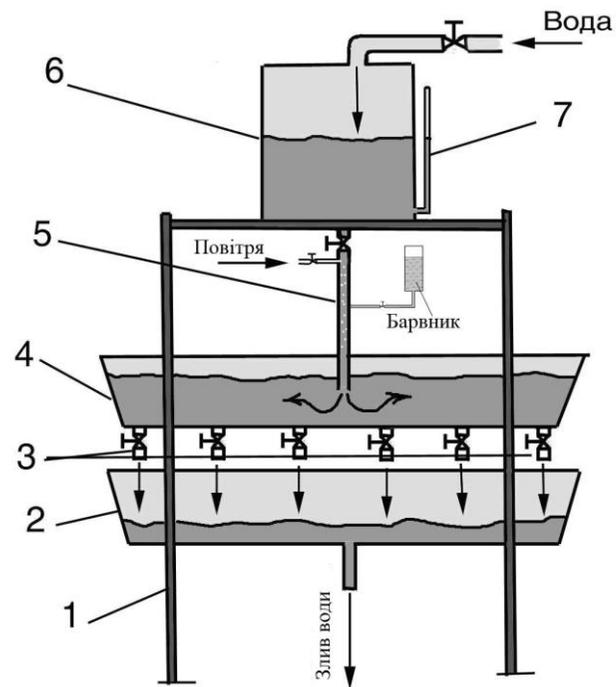


Рис. 3.6. Схема і зовнішній вигляд установки моделювання: 1 – опорна рама; 2 – зливальна ємність; 3 – ручаї з вентилями; 4 – модель проміжного ковша; 5 – модель захисної труби; 6 – модель сталерозливного ковша; 7 – рівнемір

Подача повітря в робочу рідину дозволяє моделювати картину поведження газорідної суміші як у захисній трубі, так і в об'ємі промковша.

Поведження рідини в промковшах більшою мірою залежить від інерційних і гравітаційних сил, ніж від в'язкості розплаву. Виходить, що критерієм, що визначає поведження рідини в промковшах при фізичному моделюванні, є число Fr .

В нашому випадку як моделююча рідина використовувалася вода. Масштаб швидкості склав $k_v=0,447$, а масштаб об'ємних витрат $k=0,018$. Масштаб часу розраховувався із критерію гомохронності $k_\tau=k_l/k_v=0,447$. Об'ємну витрату рідкого металу із проміжного ковша на один ручай розраховували з умови нерозривності

$$Q=S \cdot v, \quad (3.3)$$

де S – площа перетину ручая, v – швидкість лиття.

За імітатор покривних шлаків використовували полістиролові кульки діаметром 0,75–4,5 мм. Візуалізацію потоків рідини у ванні промковша здійснювали за допомогою полістиролових кульок (трасерів) діаметром 0,3–1,5 мм, що мають нульову плавучість, а також за допомогою уведення в струмінь води, що витікає з моделі стального ковша, барвника. Напрямок і швидкості основних потоків рідини визначали візуальним спостереженням і фіксацією на фотоплівку та відеокамеру.

Кількісні значення швидкостей потоків рідини визначали за допомогою розрахунку відношення обмірюваних на фотовідбитках довжин треків трасерів згідно експозиції з урахуванням коефіцієнтів масштабування. Для цього дослідження проводилися в захищеному від світла приміщенні, а область спостереження в просторі промковша одержували обтюрованим променем світла.

Для забезпечення можливості визначення локальних місць зношування футерівки днища промковша дно моделі покривали рівномірним тонким шаром срібlistого графіту. В областях, що піддаються інтенсивному впливу потоків рідини,

графіт розмивався, тоді як у застійних зонах мало місце його накопичення.

У процесі досліджень спочатку вивчали гідродинамічну картину в промковшій штатній конструкції при різних рівнях заповнення його рідиною та місці її подачі. Потім, на підставі аналізу отриманих даних, розробляли й досліджували різні конструктивні пропозиції відповідно до поставлених задач.

Подача рідини з моделі стальковша здійснювалася відкритим і закритим струменем з використанням прозорої заглибної труби. Уведення рідини в модель промковша проводилося по його поперечній осі на різній відстані від задньої стінки.

Дослідження гідродинаміки рідини на фізичній моделі кристалізатора були проведені, у тому числі, при подачі в метал нейтрального газу за допомогою порожнього стопорамоноблока та прямогочного заглибного стакана з витратою в діапазоні 0–0,02 м³/т рідкої сталі.

За моделюючу рідину використовували воду, аргон імітували повітрям. Визначальними критеріями при моделюванні були числа *We*, *Fr*, *Ne*. Число *Re* перебувало в області автомодельності. Основні параметри моделювання наведені в табл. 3.3.

У процесі моделювання вивчали загальний характер розподілу потоків рідини в кристалізаторі, глибину занурення струменя металу, швидкості потоків рідини, характер поведінки її й газу в заглибному стакані.

За імітатор покривних шлаків використовували поліетиленові кульки діаметром 0,75–4,5 мм. Візуалізацію потоків рідини здійснювали за допомогою полістиролових кульок (трасерів) діаметром 0,3–1,5 мм, що мають нульову плавучість, а також за допомогою уведення в струмінь води, що подається з моделі промковша, барвника, що красить рідину. Напрямок і швидкості потоків визначали візуальним спостереженням і фіксацією гідродинамічної картини на фотоплівку.

Дослідження проводилися в захищеному від світла приміщенні. Область спостереження в просторі моделі кристалізатора одержували обтюрованим променем світла. Кількісні значення швидкостей потоків рідини визначали за допомогою

розрахунку відношення довжин треків трасерів, вимічених на фотовідбитках, до часу експозиції з урахуванням коефіцієнтів масштабування.

Таблиця 3.3. Параметри моделювання

Найменування параметра	Позначення	Одиниця виміру	Зразок	Модель
Рідина			Сталь	Вода
Густина рідини	ρ_p	кг/м ³	7000	1000
Поверхневий натяг	σ_p	Н/м	$0,15 \cdot 10^{-3}$	$73 \cdot 10^{-8}$
Кінематична в'язкість	ν_p	м ² /с	$0,43 \cdot 10^{-6}$	$0,89 \cdot 10^{-6}$
Газ			Аргон	Повітря
Густина газу	ρ_g	кг/м ³	1,784	1,29
Масштаби моделювання				
Лінійний масштаб	M_L	–	1	0,6
Масштаб об'ємних витрат рідини	M_{Qp}	–	0,256	
Масштаб витрати газу	M_{Qg}	–	0,34	
Масштаб швидкостей	M_V	–	0,762	
Значення параметрів моделі і зразка				
Переріз кристалізатора / ефективний радіус	–	мм	<u>335x400</u>	<u>180x230</u>
	r_e	мм	207	115
Радіус заглибного стакану	r	м	0,03	0,0175
Симплекс r_e/r	–	–	6,9	6,6
Глибина занурення заглибного стакану	l_n	м	0,15–	0,09–
			0,20	0,12
Об'ємна витрата рідини	$Q_{ж}$	м ³ /хв.	0,08	0,02
Витрата газу	Q_g	л/хв.	0–11	0–3,74

Модель кристалізатора 4 (рис. 3.7) виготовлена з оргскла й кутової сталі. Стінки моделі виконані із плексигласу й кріпляться до вигнутих по необхідному радіусі металевим куточкам.

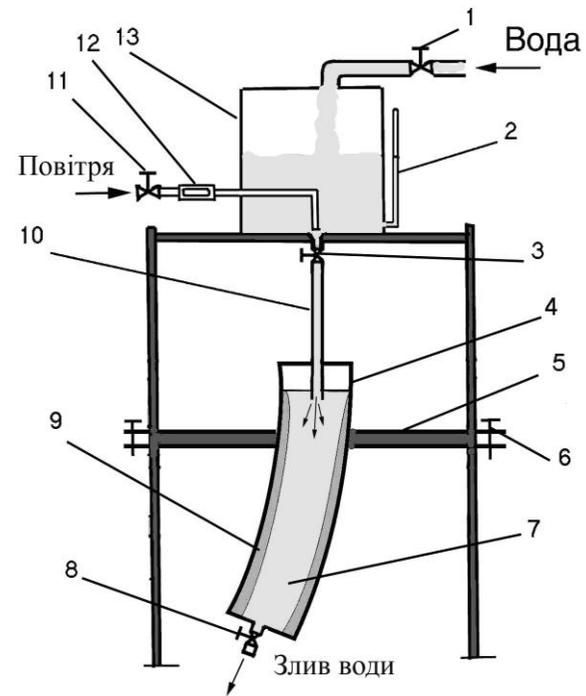
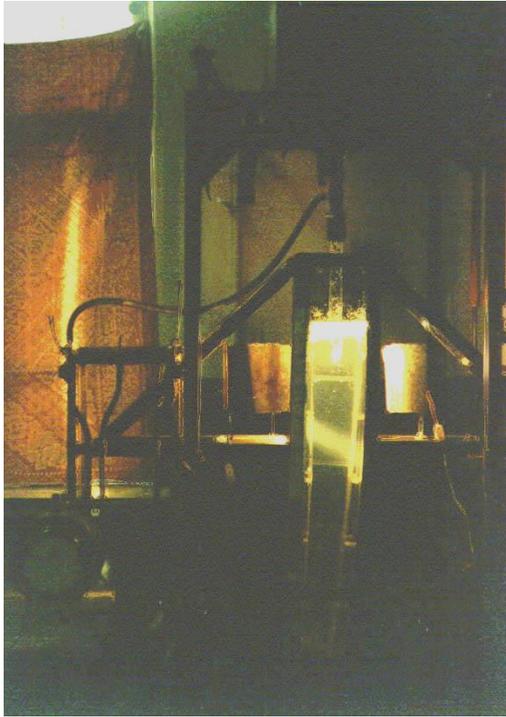


Рис. 3.7. Схема установки для моделювання гідродинаміки рідини в радіальному кристалізаторі блюмової МБЛЗ: 1, 3, 8, 11 – вентилі; 2 – рівнемір; 4 – модель кристалізатора; 5 – опора моделі; 6 – кріплення опори моделі; 7 – вода; 9 – імітація кірки заготовки; 10 – заглибний стакан; 12 – витратомір; 13 – модель промковша

Довжина криволінійної частини моделі становить 2 м, що забезпечує відсутність відбитих від її дна гідродинамічних потоків.

Уздовж стінок моделі виконані плексигласові пластини 9, що імітують тверду кірку металу. Вигин пластин відповідає динаміці просування фронту кристалізації.

Підведення рідини в кристалізатор здійснювалося крізь прозору модель прямогочного заглибного стакану 10. Масова витрата води в модель кристалізатора регулювалася вентилям 3. Рівень води в моделі промковша 12, подаваної крізь вентиль 1, регулювали рівнеміром 2, зв'язаним зі зливом води. Підведення повітря в струмінь води здійснювався крізь сталеву трубку по осі заглибного стакану. Повітря подавали з компресорної установки крізь регулювальний вентиль 11. За вентилям установлювався газовий лічильник 12 для визначення витрати газу.

3.7.2. Фізичне моделювання гідродинамічних процесів у радіальних кристалізаторах МБЛЗ

Перша серія експериментів проводилася без подачі газу в кристалізатор (рис. 3.8). Рівень металу в проміжному ковші (зразку) становив 600 мм, швидкість розливання – 0,6 м/хв.

Визначено, що від меніска металу до нижнього зрізу заглибного стакану розташовується тороподібна область руху рідини. Її просторові границі практично незмінні – верхня збігається з меніском металу, нижня – з нижнім торцем заглибного стакану. На периферії рідкої ванни кристалізатора потоки металу спрямовані нагору, у заглибного стакану – униз.

Під заглибним стаканом знаходиться найбільш високошвидкісна зона. Потоки рідини, що виходять із заглибного стакану, спрямовуються вертикально вниз, захоплюючи навколишні шари рідини, що приводить до появи додаткових циркуляційних потоків.



Рис. 3.8. Характер руху рідини в радіальному кристалізаторі без подачі газу крізь заглибний стакан

З боку малого радіуса потоки інтенсивніші, ніж по стороні великого радіуса. Це викликано відбиттям струменів рідини від стінки кристалізатора більшого радіуса. На цій стороні спостерігається лише одна циркуляційна зона, витягнута вниз на 650–700 мм від нижнього торця заглибного стакана (тут і далі всі величини представлені в перерахунку на реальний зразок).

Якщо в межах цієї зони і вище потоки металу уздовж кірки злитка спрямовані нагору, то нижче її – униз уздовж технологічної осі МБЛЗ і мають швидкість, рівну швидкості витягування заготовки. З боку стінки малого радіуса циркуляційні зони дві. Одна з них невелика і витягнута вниз від нижнього торця заглибного стакана на глибину 400–450 мм. Зона характеризується найбільшими швидкостями потоків розплаву. Друга зона, що розташовується трохи нижче, досягає гли-

бини 1300–1350 мм від меніска металу в кристалізаторі. Після цієї відмітки характер руху рідини впорядковується, стійких вихорів не спостерігається, а швидкості руху потоків рідини збігаються зі швидкістю витягування заготовки.

Також виявлено, що по всьому периметрі верхньої частини кристалізатора в районі кірки, що утворилася, розташовуються дрібні замкнуті вихори, спрямовані по меніску металу від стінок кристалізатора до його осі. Діаметри вихорів близько 30 мм. Їхні геометричні параметри практично незмінні та не залежать від умов подачі рідини.

Аналіз отриманої інформації дозволяє зробити висновок, що технологія безперервного розливання сталі без подачі газу в кристалізатор крізь прямоточні заглибні стакани має деякі недоліки. Так, рух рідини, спрямований уздовж стінки великого радіуса кристалізатора, може негативно позначитися на рівномірності товщини кірки, що кристалізується по перетині заготовки та стати причиною прориву металу під кристалізатором. Істотним недоліком є відсутність надходження гарячих порцій металу до його дзеркала в кристалізаторі, що може викликати появу браку, наприклад, у вигляді заворотів кірки, і недостатньому проплавленню шлакової суміші. Крім того, при такому способі підведення металу в кристалізатор неметалічні включення проникають углиб злитка, тим самим не забезпечуються сприятливі умови для їхнього видалення зі сталі.

Одним з ефективних рішень зазначених проблем є подача Ar у кристалізатор крізь заглибні прямоточні стакани.

При моделюванні подачу газу (повітря) у модель здійснювали з витратою 2,38 (рис. 3.9), 3,06 (рис. 3.10) і 3,74 (рис. 3.11) л/хв. (у перерахуванні на оригінал – 0,012, 0,015, 0,02 м³/т рідкої сталі). Припускали, що рівень металу в реальному промковші становив 600 мм, швидкість розливання – 0,6 м/хв.



Рис. 3.9. Гідродинаміка в порожнині кристалізатора при подачі газу з витратою 2,38 л/хв.

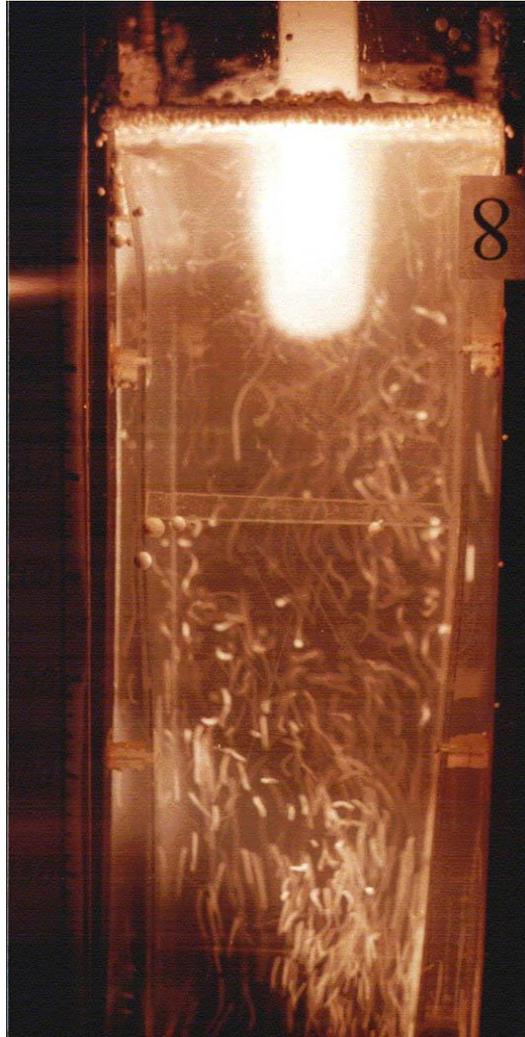


Рис. 3.10. Гідродинаміка в порожнині кристалізатора при подачі газу з витратою 3,06 л/хв.

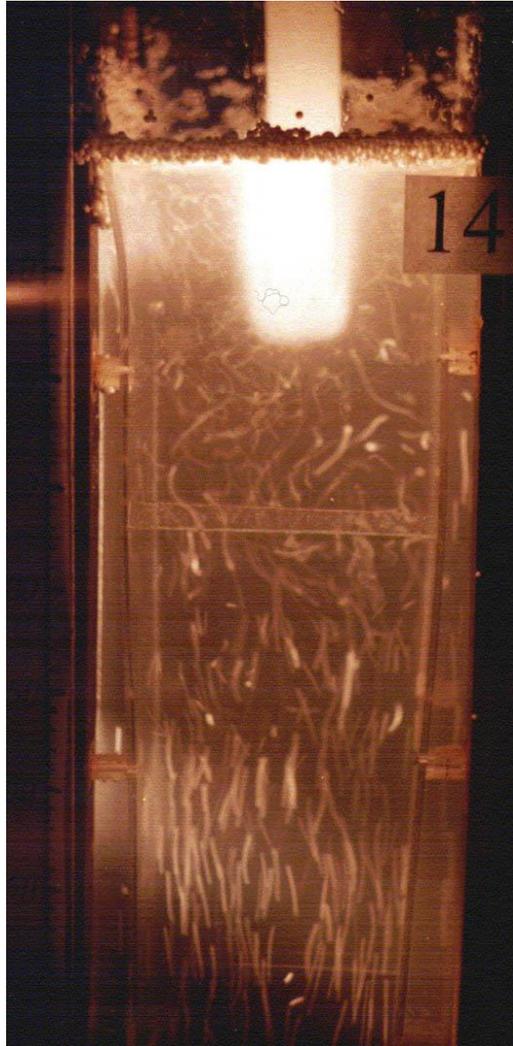


Рис. 3.11. Гідродинаміка в порожнині кристалізатора при подачі газу з витратою 3,74 л/хв.

Визначено, що збільшення витрати газу, що подається в заглибний стакан, знижувало масову витрату рідини. Причиною є ефект гальмування потоків рідини пухирцями газу, що прагнуть здійнятися нагору.

Рішення рівняння Бернуллі дозволило нам вивести рівняння для визначення масової витрати металу (M), що подається із заглибного стакана при подачі в нього якого-небудь газу

$$M = \rho_m \mu S_c \sqrt{2g \left(H_m + H_{ш} \frac{\rho_{ш}}{\rho_m} + P \frac{\rho_{гм} - \rho_m}{g \rho_{гм} \rho_m} \right)}, \quad (3.4)$$

де H_m , $H_{ш}$ – відповідно, висота стовпа металу над меніском сталі в кристалізаторі та товщина шлаків у промковші; $\rho_{ш}$, ρ_m , $\rho_{гм}$ – відповідно, густина шлаків, металу та газометалевої суміші; P – тиск навколишнього середовища; μ – коефіцієнт витрати; S_c – площа вихідного поперечного перерізу каналу стакана.

Таким чином, подача газу в струмінь металу, що витікає з промковша, при збереженні його масової витрати, означає необхідність збільшення величини відкриття сталерозливного отвору, що повинно, за рахунок зниження ефекту дроселювання, подовжити термін служби відповідного розливочного припасу.

Поводження рідини безпосередньо в заглибному стакані залежало від витрати газу. При великих (понад 2,72 л/хв.) витратах вся внутрішня порожнина заглибного стакана заповнена газорідинною сумішшю. Зниження витрати газу приводило до поділу порожнини стакана на дві зони (див. рис. 3.9). У верхній зоні газ поширювався по осі стакана в струминному режимі. Положення рівня розділу між зонами залежало від витрати газу, зменшення якої приводило до росту розмірів верхньої зони. Підвищення витрати газу приводило до поступового підняття вгору рівня розділу між рідиною та газорідинною сумішшю практично до повного заповнення нею заглибного стакана.

Подача газу змінює гідродинамічну обстановку і у рідкій ванні кристалізатора. На рис. 3.12 і 3.13 представлені результати обробки фотознімків, зроблених у процесі проведення експериментів при різних витратах газу.

Напрямки потоків рідини на периферії кристалізатора біля меніска металу не перетерпіли особливих змін у порівнянні з технологією розливання без подачі газу. Але їхній розмір та інтенсивність трохи зменшилися. У верхній осьовій частині кристалізатора з'явилася газорідинна зона (див. рис. 3.9–3.12). Визначено, що при збільшенні витрати газу її довжина зменшується за лінійним законом з 250 мм (витрата газу 2,38 л/хв.) до 165 мм (витрата газу 3,74 л/хв.).

Напрямок руху потоків рідини у верхній циркуляційній зоні змінився на протилежний у порівнянні з варіантом без подачі газу, що пов'язано із захопленням металу нагору пухирцями газу.

При подачі газу в кристалізаторі з боку його малого радіуса спостерігалися три циркуляційні зони, розташованих послідовно вглиб лунки рідкого металу.

Геометричні параметри зон залежать від витрати подаваного газу. При витраті газу 2,38 л/хв. нижня границя верхньої зони знаходиться на глибині 260 мм, 3,06 л/хв. – 300 мм, 3,74 л/хв. – 320 мм. Друга зона, що обертається в протилежному верхньої напрямку, досягає глибини, відповідно, 450, 520 й 600 мм. Напрямок обертання третьої циркуляційної зони збігається з напрямком обертання другої зони, а нижня її границя досягає глибини 950, 870 й 800 мм, відповідно. Глибше потоки рідини мають швидкість, порівняну зі швидкістю витягування зливка, і спрямовану уздовж технологічної осі МБЛЗ.

Між меніском металу та нижнім торцем заглибного стакану є тороподібна зона, у якій рідина обертається по меніску металу в напрямку від заглибного стакану до стінки кристалізатора й далі уздовж кірки заготовки вниз. Нижче є слабо виражена друга зона циркуляції. Після неї потоки металу спрямовані вниз уздовж технологічної осі МБЛЗ зі швидкістю, порівняною зі швидкістю витягування, і з утворенням дрібних вихорів, нестабільних у просторі та у часі процесу розливання.

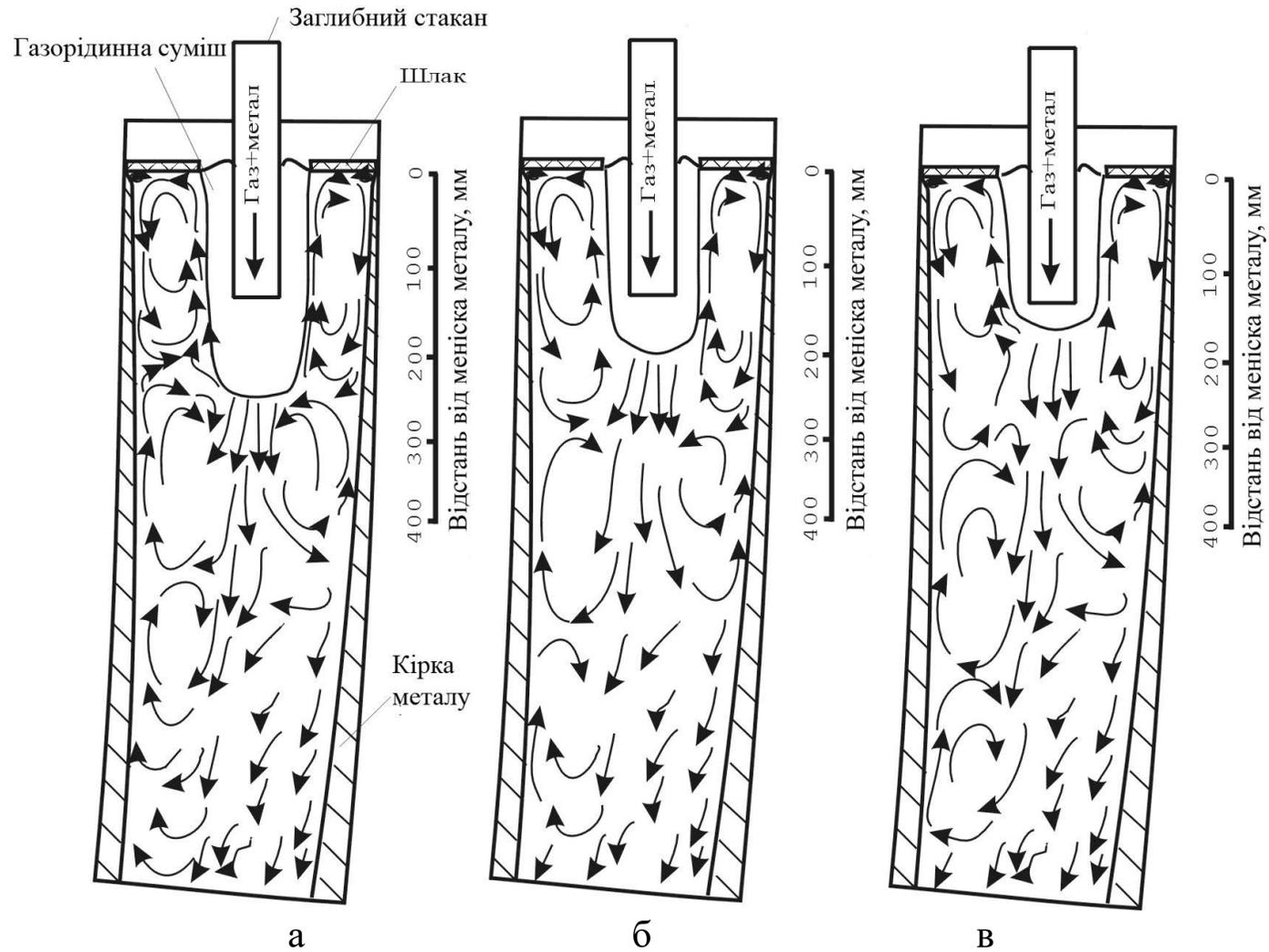


Рис. 3.12. Схема гідродинаміки рідини в кристалізаторі при подачі газу з витратою 2,38 (а), 3,06 (б) і 3,74 (в) л/хв.

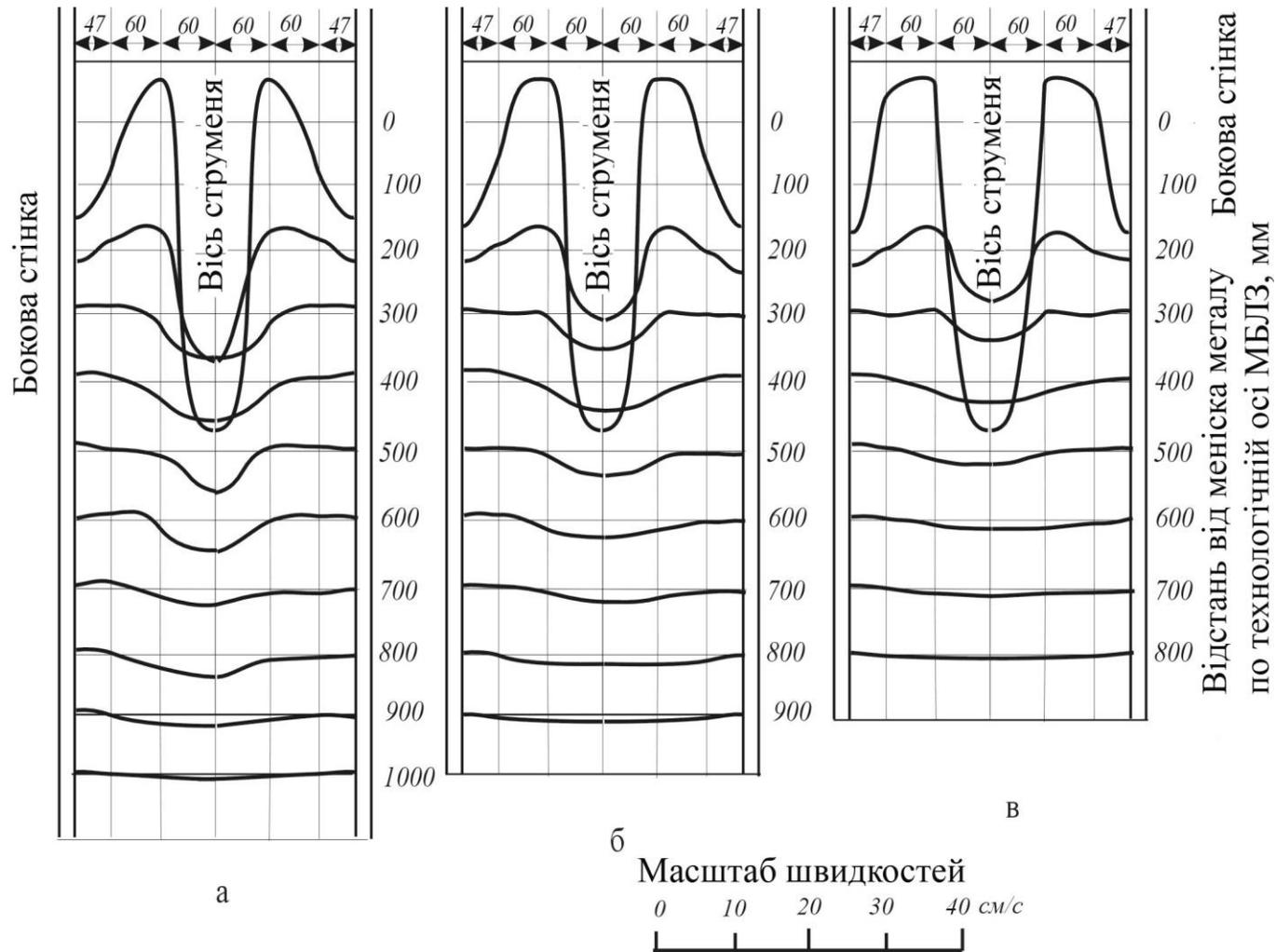


Рис. 3.13. Епюри осьових швидкостей потоків металу в кристалізаторі з витратою аргону 2,38 (а), 3,06 (б) і 3,74 (в) л/хв.

У цілому визначено, що при подачі газу в кристалізатор за допомогою прямоточних заглибних стаканів потоки рідкої сталі зміщуються у верхню частину кристалізатора та змінюють свій напрямок, що повинне приводити до: 1) зменшення температури металу за рахунок збільшення тепловіддачі кристалізатору та газу; 2) підвищенню якості заготовки за рахунок поліпшення умов для асиміляції шлаками неметалічних включень; 3) підвищенню рівномірності товщини твердої кірки заготовки за рахунок зменшення глибини проникнення високо-температурних потоків металу в рідку лунку заготовки.

Таким чином, у результаті фізичного моделювання: 1) установлені поля швидкостей у радіальному кристалізаторі блюмової МБЛЗ, у тому числі при подачі в нього нейтрального газу; 2) підтверджено, що глибина проникнення потоків металу в кристалізатор при подачі аргону в досліджених межах зменшується в 1,4–1,7 рази в порівнянні з технологією без його подачі.

Разом з тим, проведене фізичне моделювання процесів заповнення кристалізаторів металом є недостатнім з погляду визначення впливу характеру циркуляції та інтенсивності потоків металу на динаміку зміни товщини кірки заготовки, що кристалізується. Для рішення цієї задачі варто додатково провести математичне моделювання тепломасообмінних процесів, що відбуваються при заповненні кристалізаторів, у тому числі і при подачі газу крізь порожній стопор-моноблок (див. п.4.4).

3.7.3. Фізичне моделювання процесів у проміжному ковші МБЛЗ

У результаті експериментів по наведеній вище методиці визначено, що подача перших порцій рідини зі сталюковша в промковш (ПК) базової конструкції викликає сильне бризкоутворення (рис. 3.14), що знижується в міру наповнення ПК і практично зникає при рівні металу в промковші 112 мм. На бризкоутворення в значній мірі впливає як рівень металу в сталюковші, так і ступінь організації рідини, яка витікає зі сталюковша. Зниження рівня води в моделі сталюковша приводило до зменшення суцільності струменя і, як наслідок, до збіль-

шення бризкоутворення. Використання захисної труби, що подає метал у промківш під робочий рівень розплаву, забезпечувало істотне зниження бризкоутворення. Але в цьому випадку, внаслідок збільшення швидкісних характеристик струменя сталі, подаваної зі стальковша, зростає ймовірність зношування футерівки днища промковша в зоні падіння струменя. Визначено, що, з метою зменшення виносу бризок металу за межі промковша, доцільне використання не тільки заглибної захисної труби, але й виконання в порожнині ПК навколо струменя спеціальної прийомної ємності.

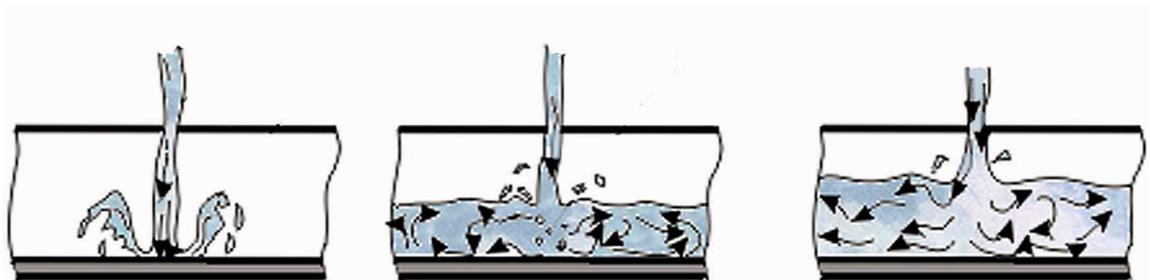


Рис. 3.14. Поводження рідини при різному її рівні в промковші

Причиною нерівномірності розподілу температури по довжині промковша є різниця в часі поширення об'ємів металу від місця падіння струменя до центральних і периферійних ручаїв. Визначено, що її величина зростає в міру підвищення рівня рідини в проміжному ковші (рис. 3.15) при слабкій залежності від місця подачі струменя металу по поперечній осі агрегату.

При зниженні рівня металу в промковші під час переходу з плавки на плавку або при завершенні розливання виникає небезпека затягування покривних шлаків у стакани-дозатори. Установлено, що біля стопорів один або, рідше, два вихори виникають при рівні металу в агрегаті нижче 300 мм. У першу чергу вихори утворюються біля стопорів крайніх ручаїв, що пояснюється малими швидкостями руху потоків рідини в цих областях. Біля центральних ручаїв вихори виникають лише при рівні металу нижче 250 мм. Найчастіше вихори локалізу-

ються із протилежної сторони стопора щодо місця подачі металу зі стального шлака.

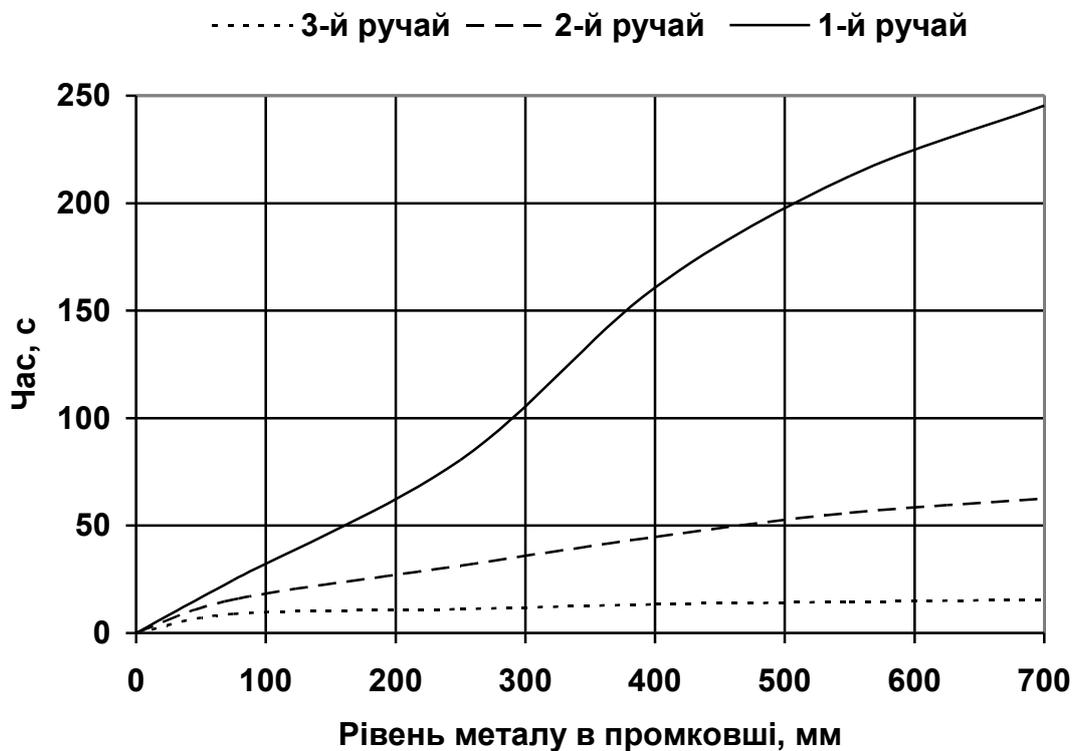


Рис. 3.15. Залежність часу поширення потоків металу до відповідних ручаїв від рівня сталі в 6-ручайному промковші

Обробка результатів експериментів показала, що швидкості потоків рідкого металу зменшуються від 0,2 м/с в центральних областях промковша до 0,017 м/с у периферійних. Використання захисної труби збільшує середню швидкість потоків на 5–7 %. Помітної різниці у швидкостях потоків верхнього і нижнього горизонтів ванни ПК відзначено не було. Загальний характер поведінки потоків рідини в міру наповнення моделі промковша змінюється від лінійного на початковому етапі заливання до спіралеподібного в міру підвищення рівня металу в агрегаті.

Виражений спіралеподібний характер потоки металу набувають при перевищенні рівня розплаву відмітки 300 мм. Потоки металу зі стального шлака розходяться радіально біля днища промковша (рис. 3.16).

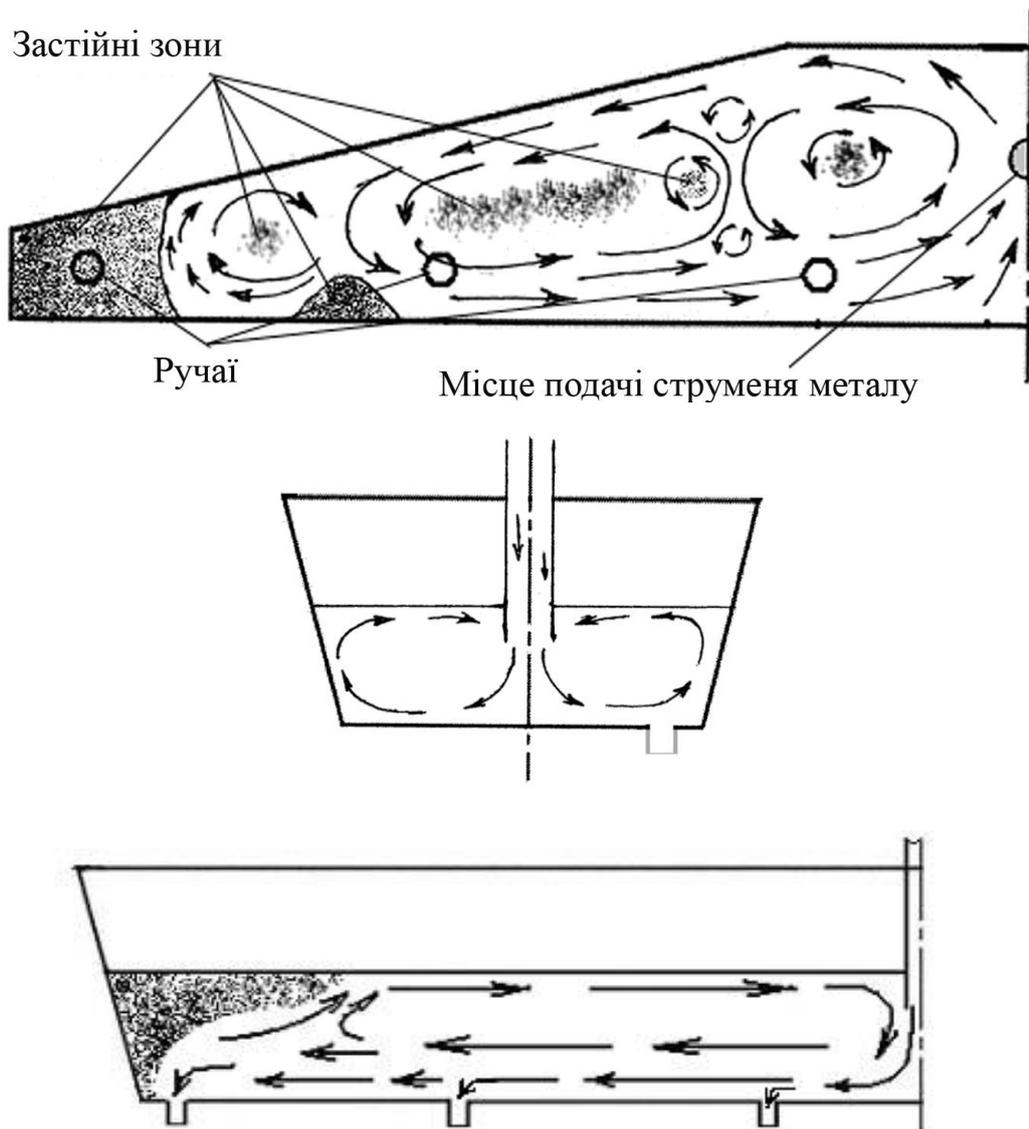


Рис. 3.16. Напрямок потоків металу в промковші штатної конструкції

Далі, піднімаючись уздовж передньої й задньої стінок ковша, потоки направляються по дзеркалу металу до поздовжньої осі агрегату, де, у результаті зустрічі один з одним, перенаправляються до днища ковша і його торців. У напрямку до торців промковша потоки згасають, утворюючи застійну зону, витягнуту по поверхні металу до місця подачі струменя металу зі стального ковша. Потім, піднімаючись уздовж передньої й задньої стінок ковша, потоки направляються по дзеркалу металу до поздовжньої осі агрегату, де, у результаті зустрічі один з одним, перенаправляються до днища ковша і його торців. У напрямку до торців промковша потоки згасають, утворюючи

застійну зону, витягнуту по поверхні металу до місця подачі струменя металу зі сталковша.

Розташування спіралеподібних потоків та їхній об'єм залежать від характеру і місця уведення в промківш струменя металу зі сталковша. Так, у міру наближення місця уведення струменя металу в промківш до передньої стінки, об'єм спіралеподібного потоку біля задньої стінки зростає зі зменшенням середніх швидкостей рідини, у середньому, на 10 %.

Наближення струменя металу, що заливається, до задньої стінки трохи поліпшує гідродинамічну картину з погляду зменшення кількості та об'єму застійних зон, однак при цьому створюються передумови для розмиву задньої стінки промковша за рахунок жорсткого впливу високотемпературних потоків металу.

Визначено, що найбільш оптимальною, з погляду рівномірності розподілу швидкісних потоків рідини, буде подача струменя металу на відстані 975 мм від передньої стінки промковша (рис. 3.17). У цьому випадку відбиті від днища високоінтенсивні потоки рідини практично не досягають місця стику днища та задньої стінки промковша, де в промислових умовах відбувається прогар ПК.

З рис. 3.17 видно, що в порожнині промковша є дві явно виражені застійні зони, розташовані в торцях агрегату та у його передньої стінки. Три вихрових потоки металу створюють ще три слабко виражені застійні зони. Такий характер потоків викликає накопичення шлаків у районі заглибної труби та застійних зон, що не сприяє ефективній роботі промковша як рафінуючого та розподільчого агрегату.

З погляду бажаного вирівнювання температури металу по довжині промковша найкращий ефект був отриманий при установці уздовж його поздовжньої осі перегородки, що виступає над рівнем металу і має в нижній частині спеціальні отвори для проходження сталі до стаканів-дозаторів. У цьому випадку час поширення потоків рідини від місця подачі струменя в промківш до його ручаїв був однаковим.

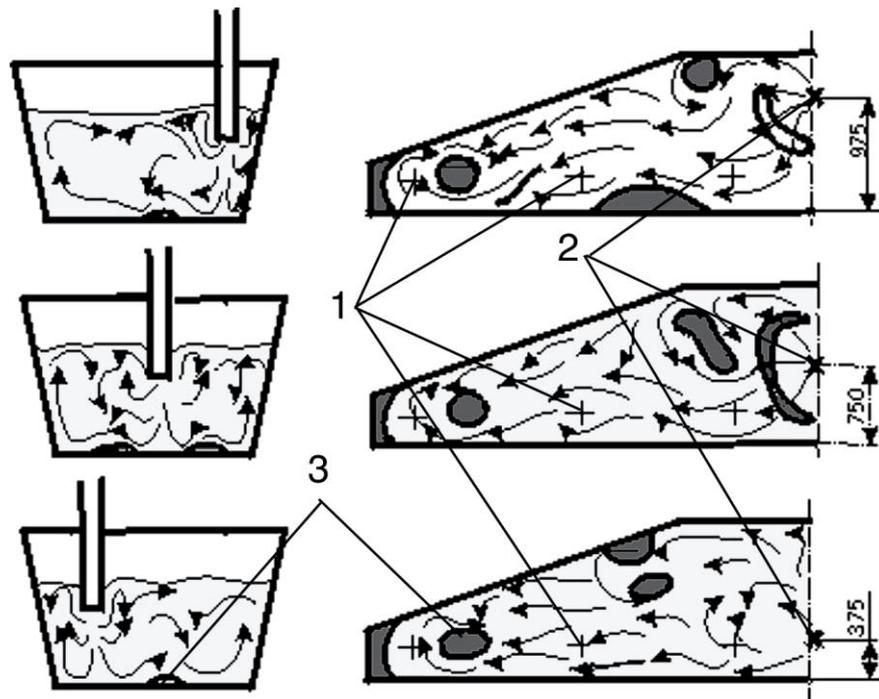


Рис. 3.17. Характер потоків рідини залежно від місця подачі струменя: 1 – струмок; 2 – місце подачі струменя; 3 – застійні зони

З метою зменшення виносу крапель металу та зниження ступеня турбулізації потоків рідини навколо місця падіння струменя металу зі стальковша була виконана прийомна ємність квадратного перетину висотою, рівною висоті вогнетривкої перегородки.

Ємність мала в торцевих стінках чотири ряди отворів діаметром (у перерахуванні на оригінал) 50–60 мм загальною площею 490 см^2 та маючих різний нахил до горизонталі. Отвори перетином 200 см^2 у поздовжній перегородці знаходилися на рівній відстані між 2-м і 3-м, 4-м і 5-м ручаями. Результати досліджень гідродинамічних потоків сталі в такій моделі показані на рис. 3.18.

Використання запропонованої конструкції істотно зменшило винос бризок із промковша на початковому етапі його заповнення та сприяло перенаправленню потоків рідини до торців агрегату. Ступінь турбулізації потоків металу істотно знизилася.

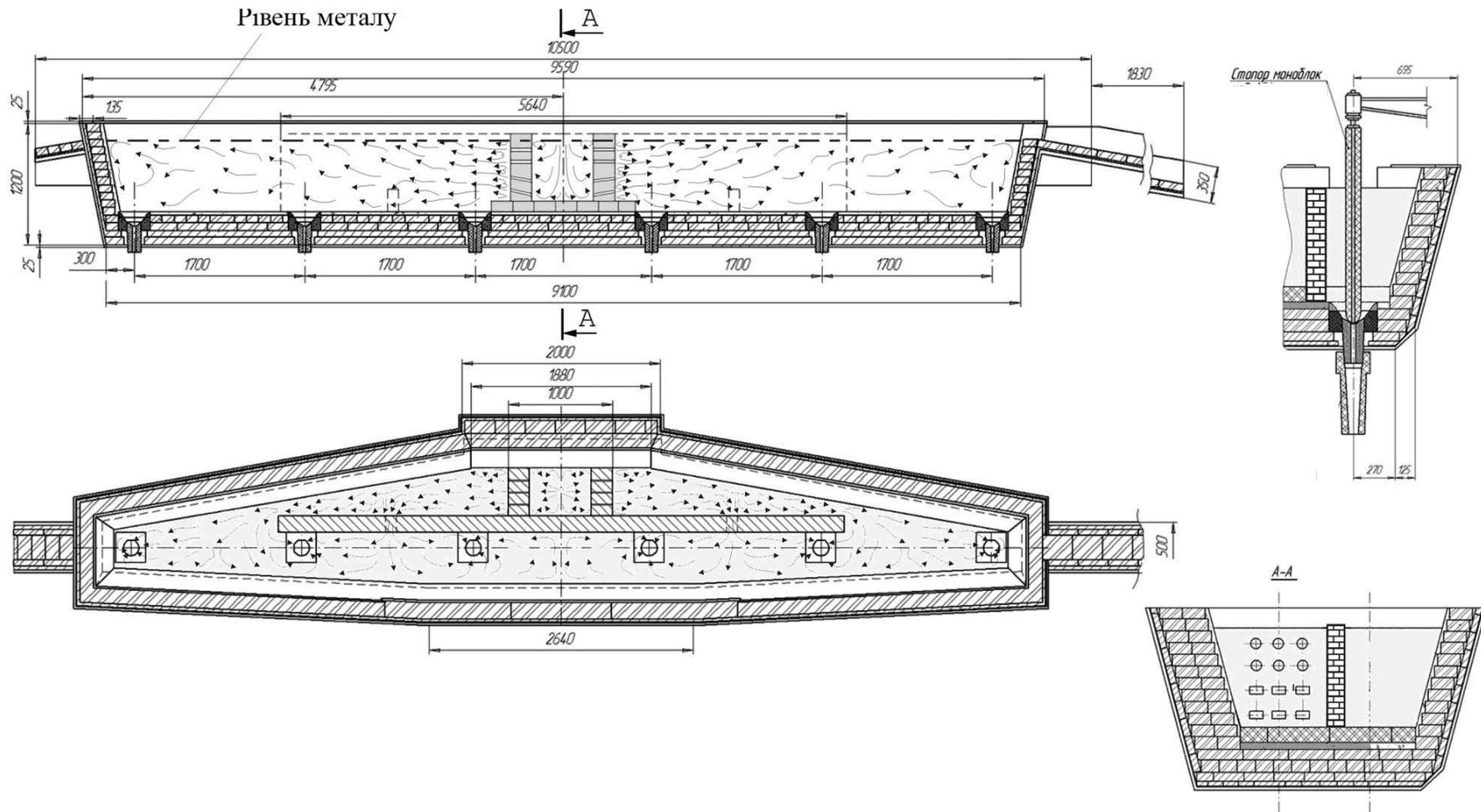


Рис. 3.18. Характер поведження потоків рідини в розробленій конструкції проміжного ковша

Час поширення барвника від місця уведення струменя до відповідних ручаїв у цьому випадку виявився однаковим, що дозволяє стверджувати про очікуване вирівнювання температури металу по ручаям ковша.

Іншим, більш прийнятним з погляду технології виготовлення ПК, але менш ефективним способом зниження ступеня турбулізації потоків рідкої сталі є технічне рішення, наведене на рис. 3.19. Моделювання показало, що різниця в часі переміщення об'ємів металу до 1-го і 3-го ручаїв при повному ковші в перерахуванні на оригінал не перевищує 40 с.

Установка перегородок і фільтруючих елементів у трапецеїдальних промковшах є, безумовно, дуже перспективним напрямком. Але до його недоліків варто віднести відносно високі матеріальні та енергетичні витрати на виготовлення додаткових конструктивних елементів, їхню порівняльну недовговічність і можливість забруднення сталі, що розливається, екзогенними неметалічними включеннями.

Більш дешевою та менш забруднюючою метал технологією є реорганізація гідродинаміки металу нейтральним газом, що подається в певних зонах робочого простору промковша.

Для вивчення питання раціонального розташування продувних елементів в об'ємі промковша використали універсальний пристрій (рис. 3.20), що дозволяє встановлювати його на будь-якій металевій площині агрегату.

Спочатку подачу газу, відповідно до раніше проведених досліджень, було вирішено організувати крізь днище моделі безпосередньо під захисною трубою (рис. 3.21).

Установлено, що це сприятливо позначається на гідродинаміці рідкого металу: 1) інтенсифікуються потоки металу, спрямовані до крайніх ручаїв (вирівнювання температури металу по ручаях і зменшення застійних зон на периферії ковша); 2) свіжі порції металу рівномірно перенаправляються до границі розділу шлак–метал (поліпшення рафінування сталі); 3) гаситься енергія падаючого зі стальковша струменя металу (збільшення стійкості днища ковша під падаючим струменем); 4) зменшується товщина шлаків навколо захисної труби (зниження ймовірності сколів її нижньої частини).

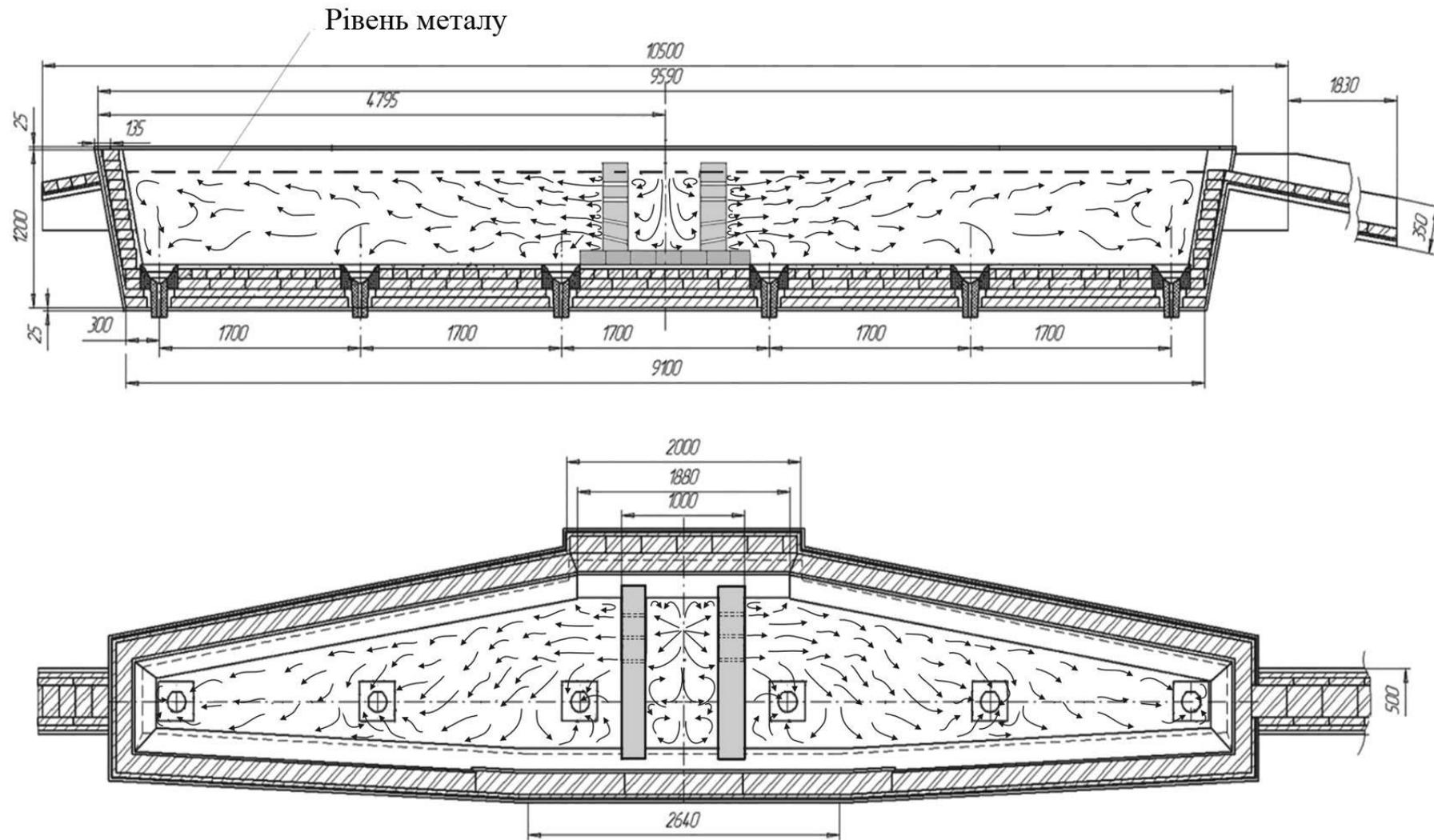


Рис. 3.19. Характер поводження потоків рідини в модифікованій конструкції проміжного ковша

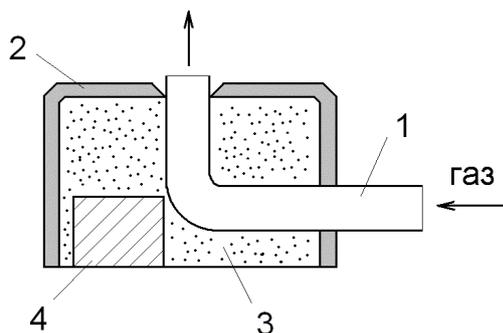


Рис. 3.20. Пристрій для подачі газу (повітря) у модель промковша: 1 – трубка силіконова; 2 – корпус; 3 – наповнювач; 4 – постійний магніт

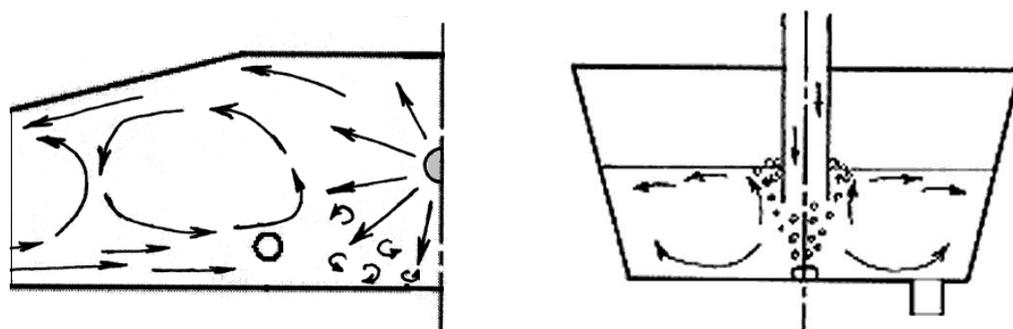


Рис. 3.21. Гідродинаміка металу при подачі газу по осі захисної труби

У той же час, через порівняно швидке загасання швидкості потоків металу, конфігурація застійних зон у торцях агрегату змінюється незначно – вони зрушуються на $\sim 5\%$ до периферії промковша. У цілому ж характер поведінки металу в об'ємі промковша не змінюється.

Установка продувних елементів у торцях промковша не привела до бажаного ефекту, що пояснюється порівняльною замкнутістю локалізованої застійної зони.

Незначний вплив на гідродинаміку розплаву дало розташування продувних елементів на стінках ковша між другим і третім ручаями, а також між місцем подачі струменя металу зі сталковша та центральними ручаями. У цьому випадку має місце роздроблення основних вихрових зон на більш дрібні і їхній деякий зсув до торців промковша. До того ж, газова завіса, що утворилася між другим ручаем і міс-

цем подачі металу зі стальковша, є свого роду екраном на шляху переміщення об'ємів металу до другого та першого ручаїв.

Із цієї причини, а також через збільшення турбулентності потоків металу, подачу газу в торцях агрегату, у районах між другим ручаєм і місцем падіння струменя варто визнати недоцільним.

Найкращий ефект був отриманий при подачі газу між першим і другим ручаями (рис. 3.22). При порівнянні рис. 3.16 і 3.22 видно, що застійна зона в торці агрегату значно зменшилася, горизонтальні циркуляційні зони змістилися до периферії промковша, більш інтенсивно відбувається надходження металу до дзеркала металу за рахунок інтенсифікації вертикальних потоків.

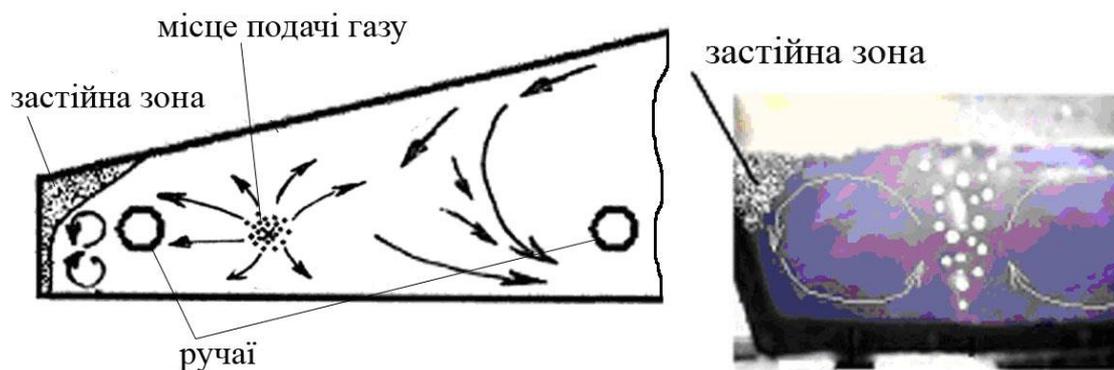


Рис. 3.22. Гідродинаміка металу при подачі газу на відстані 300 мм від 1-го ручая

Установлено, що різниця в часі проходження об'ємів води до першого і третього ручаїв знизилася з 88 с на базовій моделі агрегату до 30 с на дослідній, що припускає зниження температурного градієнта між ручаями промковша.

Таким чином, для ліквідації недоліків, виявлених у процесі експлуатації 6-ручайного великовантажного трапецеїдального промковша можна рекомендувати:

1. Установку продувних елементів під місцем установки захисної труби та на відстані 300 мм від 1-го і 6-го ручаїв у напрямку до місця падіння струменя металу зі стальковша.

2. Використовувати захисну трубу для подачі сталі зі стальковша в промківш під робочий рівень металу з можливістю уведення додаткового газу.
3. Збільшити товщину футерівки днища в місці удару струменя.
4. Подачу металу зі стальковша виконувати на відстані 975 мм від передньої стінки промковша по його поперечній осі.
5. Для вирівнювання температури металу по довжині промковша встановити уздовж його поздовжньої осі вогнетривку перегородку з отворами в нижній частині для проходу металу до стаканів-дозаторів.
6. Навколо місця падіння струменя, що подається зі стальковша, виконати прийомну ємність висотою, рівною висоті вогнетривкої перегородки з отворами, у тому числі фільтруючими, спрямованими убік торців агрегату.

Контрольні питання та завдання

1. У чому є перевага фізичного моделювання в порівнянні з натурним дослідженням фізичних процесів у металургії?
2. Назвіть і охарактеризуйте види фізичного моделювання.
3. Що необхідно для забезпечення фізичної подоби моделі оригіналу?
4. Наведіть першу теорему подоби.
5. Наведіть другу теорему подоби.
6. Наведіть третю теорему подоби.
7. Дайте короткий аналіз трьом теоремам подоби.
8. Які є методи одержання високих температур?
9. Печі опору.
10. Дугові печі.
11. Плазменно-дугові печі.
12. Високочастотні печі.
13. Електронно-променеві печі.

14. Як приблизно розрахувати потужність лабораторної печі?
15. Які існують види нагрівачів?
16. Металеві нагрівачі.
17. Неметалічні нагрівачі.
18. Графітові нагрівачі.
19. Методи виміру температури.
20. Принцип дії термопар.
21. Види термопар із благородних металів.
22. Види термопар з тугоплавких металів.
23. Види термопар з неметалічних матеріалів.
24. Як виконується градуїровка термопар.
25. Принципи оптичної пірометрії.
26. Пірометри зі зникаючою ниткою.
27. Фотоелектричні пірометри.
28. Радіаційні пірометри.
29. Колірні пірометри.
30. Рідинні прилади тиску.
31. Що таке «гаряче» моделювання? Його переваги та недоліки.
32. Що таке «холодне» моделювання? Його переваги та недоліки.
33. Як виконується підбір моделюючого середовища?
34. Назвіть методи визначення швидкостей потоків у рідких середовищах.
35. Охарактеризуйте зондові методи визначення швидкості потоків у рідких середовищах.
36. Охарактеризуйте метод визначення швидкості потоків у рідких середовищах за допомогою електродифузійної анемометрії.
37. Які ви знаєте безконтактні методи визначення швидкостей потоків у рідких середовищах?
38. Як здійснюється візуалізація плинності рідини?
39. Що таке «метод трасерів»? Переваги та недоліки.
40. Методи фіксації полів потоків рідини.

41. Що таке «часопрольотний метод» визначення швидкостей потоків рідини?
42. Як вибрати масштаб моделі?
43. Запропонуйте методику дослідження швидкісних характеристик системи при вдмухуванні дрібнодисперсних модифікаторів у рідкий розплав.
44. Запропонуйте методику дослідження швидкісних характеристик системи при перемішуванні рідкого металу в ковші подаваним знизу аргоном.
45. Запропонуйте методику дослідження тепломасообмінних процесів при кристалізації злитків і виливків.
46. Що таке ефект Коатца?
47. Наведіть загальний порядок підходу до фізичного моделювання гідродинаміки рідини в металургійних системах.

4. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Як раніше говорилося, основними цілями математичного моделювання є: 1) дослідження процесів, що протікають у досліджуваній системі, особливо по виявленню впливу окремих факторів на хід і кінцеві результати процесу, які важко визначити методами спостереження та експерименту; 2) управління процесами, яке можна здійснювати як у ході процесу (динамічне), так і по вихідних умовах для одержання кінцевого результату (статичне); 3) проектування технологічних процесів.

За своїми властивостями математичні моделі поділяються на статичні та динамічні. Перші, зазвичай, представляють системи алгебраїчних рівнянь, що визначають вплив зовнішніх впливів (входи системи) на кінцеві результати процесу (виходи системи). Другі описують зміни системи в часі. Такі моделі складаються із систем диференціальних та інтегральних рівнянь, що представляють швидкості окремих процесів. Швидкість процесу є перша похідна якого-небудь стану об'єкта (концентрація, температура) за часом, а кінцевий стан системи знаходять шляхом інтегрування диференціальних рівнянь при відповідних початкових умовах. Динамічні моделі можуть бути як із зосередженими, так і з розподіленими параметрами. У моделях із зосередженими параметрами властивості окремих об'єктів системи (температура, концентрація) приймаються однаковими по її об'єму. Такі моделі описуються звичайними диференціальними рівняннями. У моделях з розподіленими параметрами враховуються градієнти властивостей в об'ємі системи, і вони описуються диференціальними рівняннями в частинних похідних.

За методом побудови математичні моделі поділяються на статистичні, детерміновані та змішані. Статистичні моделі представляють систему залежностей, отриманих обробкою методами математичної статистики деякого масиву даних, що характеризують конкретний процес. Найбільш часто статистичні моделі використовують для прогнозування якихось промі-

жних або кінцевого результату (вихід системи) на основі певних умов початку або ходу ведення процесу (вхід системи). Для цього встановлюють статистичні залежності між виходами та входами системи, які зазвичай представляють у вигляді рівнянь парної або множинної регресії. Недоліком таких моделей є їхня вузька застосовність і нетривала надійність.

Детерміновані моделі складаються з рівнянь, оснований на фундаментальних законах переносу та збереження імпульсу, енергії і речовини. Тому що фундаментальні рівняння, що описують конкретну взаємодію, справедливі для будь-якої системи, детерміновані моделі є універсальними, практично не старіють і тільки в окремих випадках вимагають уточнення дослідних коефіцієнтів.

Змішані моделі представляють систему як фундаментальних, так і регресійних рівнянь. Такі моделі використовуються, коли не вистачає знань для детермінованого опису окремих зв'язків або елементів процесу в силу їхньої складності або недостатньої вивченості. У цих випадках знаходять статистичні залежності у вигляді регресійних рівнянь, що описують зв'язки в непізнаній ланці процесу.

Для рішення математичних задач, пов'язаних з моделюванням технологічних систем, на цей час усе більш широко використовуються наближені методи, коротка характеристика яких наведена нижче.

Метод кінцевих різниць. Цей чисельний підхід найбільш розвинений на цей час і широко використовується для рішення як лінійних, так і нелінійних рівнянь гіперболічного, еліптичного та параболічного типів. При використанні даного методу розрахункова область розбивається на рахункові осередки за допомогою якоїсь, як правило, прямокутної сітки. Похідні функції в усіх напрямках замінюються кінцевими різницями за допомогою різних співвідношень, причому найчастіше використовуються неявні різницеві схеми, що теоретично не мають обмеження на крок за часом. Тут на кожному

кроці доводиться вирішувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь, що іноді містять кілька сотень невідомих.

Метод інтегральних співвідношень. Є узагальненням відомого чисельного методу прямих, при якому область інтегрування розбивається на смуги за допомогою кривих ліній, форма яких визначається видом границь цієї області. Система рівнянь у частинних похідних, записана в дивергентній формі, інтегрується поперек цих смуг, а потім підінтегральні функції представляються певними інтерполяційними вираженнями (консервативно-диференціальні схеми). Отримана в результаті апроксимуюча система звичайних диференціальних рівнянь чисельно інтегрується. Труднощі є в рішенні крайової задачі для системи високого порядку.

Метод часток в осередках. Цей метод сполучає в собі в певних рисах переваги лагранжева та ейлерова підходів. У цьому випадку область рішення розбивається нерухомою (ейлеровою) сіткою. При цьому суцільне середовище розглядається як сукупність часток фіксованої маси (лагранжева сітка), які рухаються крізь ейлерову сітку. Частки служать для визначення параметрів самої рідини (маси, енергії, швидкості), у той час як ейлерова сітка використовується для визначення параметрів поля (тиску, густини, температури). Цей метод застосовується при дослідженні складних явищ у динаміці багатокомпонентних середовищ, яким властиві границі розділу фаз, вільні поверхні. Недоліком його є обчислювальна нестійкість. Важке також одержання інформації для сильно розріджених областей, звідки йдуть практично всі частки, кількість яких усе ще лімітована потужністю обчислювальних машин.

Велику популярність у нелінійній механіці суцільних середовищ одержав **метод кінцевих елементів**. Вихідні рівняння та динамічні крайові умови задовольняються тільки в деякому усередненому вмісті для обраного типового кінцевого об'єму («елемента») середовища. При цьому апроксимація

різних полів проводиться на кінцевому елементі локально та незалежно від його положення в загальній моделі. Основна сфера використання зазначеного підходу – це механіка твердого деформованого тіла.

До методів математичного моделювання варто також віднести й метод характеристик, метод дискретних вихорів, методи Монте-Карло і т.п.

4.1. Термодинаміка нерівноважних процесів багатоконпонентних систем*

У рівноважній термодинаміці або термостатиці дається опис системи, що перебуває в стані термодинамічної рівноваги та вивчаються тільки оборотні процеси. Всі механічні процеси, що протікають без тертя (наприклад, рух ідеальної рідини) і, отже, без виділення теплоти, відносяться до оборотних процесів.

Нерівноважна термодинаміка аналізує необоротні процеси, що протікають у реальних макроскопічних системах у часі. Це відносно нова наука, що вивчає не закони рівноважних станів, а закони руху різного виду потоків, що відбувається під дією відповідної різниці потенціалів. Вона є феноменологічною областю фізики і включає фізику континуума, гідродинаміку та магнітодинаміку в'язких середовищ, тепломасопереніс і електродинаміку.

Феноменологічна термодинаміка необоротних процесів дозволяє побудувати теорію, у якій всі процеси переносу імпульсу, теплоти, маси та заряду розглядаються з єдиних позицій. Значний розвиток нерівноважна термодинаміка одержала завдяки роботам учених голландсько-бельгійської школи Й. Пригожина, С. де Гроота, П. Мазура.

Коли в системі мають місце необоротні процеси, то *термодинамічні параметри* (температура, тиск, концентрація

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [2, 3]

і т.д.) відносяться до окремих ділянок системи, тобто вони розглядаються як локальні макроскопічні характеристики. Таким чином, ці локальні параметри є функціями просторових і часових координат, на відміну від параметрів термостатики.

В основі теорії феноменологічної термодинаміки необоротних процесів лежать два процеси – принцип лінійності та принцип взаємності.

Принцип лінійності отриманий у результаті узагальнення значного експериментального матеріалу, накопиченого в процесі вивчення явищ гідродинаміки, теплопровідності, дифузії і т.п. Він полягає в тому, що рух потоку прямо пропорційний силі, що викликає цей рух, обумовленої градієнтом відповідного потенціалу.

У вигляді ілюстрації принципу лінійного зв'язку руху із силою, що його спричинила, можна привести наступні експериментально встановлені залежності для потоків.

Потік теплоти для хімічно однорідної, але неізотермічної системи (*закон переносу теплоти Фур'є*):

$$q_T = -\lambda \cdot \text{grad}T, \quad (4.1)$$

де q_T – щільність теплового потоку; λ – коефіцієнт теплопровідності; T – температура.

Потік речовини для хімічно неоднорідних, але ізотермічних систем (*закон переносу речовини Фіка*):

$$q_C = -D \cdot \text{grad}C, \quad (4.2)$$

де q_C – щільність потоку речовини; D – коефіцієнт дифузії; C – концентрація.

Потік механічного імпульсу (*закон переносу кількості руху Ньютона*):

$$q_V = -\mu \cdot \text{grad}V, \quad (4.3)$$

де q_v – щільність потоку імпульсу; μ – коефіцієнт динамічної в'язкості; V – швидкість руху.

Потік електричних зарядів (*закон переносу електрики Ома*):

$$q_U = -j \cdot \text{grad}U, \quad (4.4)$$

де q_U – щільність струму; j – коефіцієнт електропровідності; U – напруга.

Отже, в узагальненому вигляді принцип лінійності може бути представлений вираженням:

$$j = LX, \quad (4.5)$$

де j – величина узагальненого потоку, віднесеного до одиниці площі поперечного перерізу в одиницю часу; L – феноменологічний або кінетичний коефіцієнт, що характеризує собою провідність системи стосовно даного виду потоку; X – величина градієнта відповідного потенціалу. Вираження (4.5) описує другий постулат термодинаміки необоротних процесів: потік будь-якої фізичної природи лінійно залежить не тільки від термодинамічної сили тієї ж природи, але й від всіх інших термодинамічних сил.

В явищах теплопровідності це потік теплоти і температура, у явищах дифузії – потік речовини і його концентрація, у явищах гідродинаміки – кількість руху та швидкість.

Величини, пропорційні градієнтам, що входять у вираження (4.1)–(4.4) і зумовлюють наявність потоків тих або інших субстанцій, у нерівноважній термодинаміці називаються *термодинамічними силами*.

Найпростішим видом функціональної залежності величини j від потоків і термодинамічних сил при протіканні в системі декількох різнорідних процесів є наступний:

$$j_i = \sum L_{ik} X_k, \quad (4.6)$$

де підсумовування ведеться по всіх добутках узагальнених потоків на відповідні їм термодинамічні сили. Вважається, що вираження (4.6) є визначенням термодинамічних сил i -ї природи.

Так, наприклад, якщо в розглянутій системі протікають три різнорідних процеси ($i=3$): переносу маси, теплоти та імпульсу, то кінетичний коефіцієнт L_{12} буде враховувати зміну потоку маси від градієнта температури, коефіцієнт L_{21} – зміну потоку теплоти за рахунок градієнта концентрації, коефіцієнт L_{13} – зміну потоку маси від градієнта швидкості, а коефіцієнт L_{31} – зміну кількості руху за рахунок градієнта концентрації, коефіцієнт L_{23} – зміну потоку теплоти за рахунок градієнта швидкості, коефіцієнт L_{32} – зміну кількості руху від градієнта температури.

Принцип взаємності, отриманий методом статистичної механіки, установлює, що для лінійних кінетичних рівнянь типу (4.6) справедливе співвідношення:

$$L_{12} = L_{21}, L_{13} = L_{31}, L_{23} = L_{32}, \text{ тобто } L_{ik} = L_{ki} \quad (4.7)$$

Справедливість кінетичних рівнянь повністю підтверджується досвідом.

Кінетичні рівняння переносу разом з відношеннями взаємності складають математичний апарат термодинаміки стаціонарних необоротних процесів. За допомогою цих рівнянь можна досліджувати питання кінетики різних фізичних і хімічних процесів без урахування механізму їхнього протікання.

Для встановлення зв'язку між потоками та термодинамічними силами механіка рідини та газу дає чотири рівняння, з яких три виражають закон збереження імпульсу і одне (рівняння нерозривності) виражає закон збереження маси речовини. З термодинаміки використовуються п'ять рівнянь: рівняння стану, що зв'язує тиск, густину і температуру рідини; рівняння, що встановлює залежність в'язкості від температури.

ри; рівняння енергії, що виражає закон збереження енергії, і рівняння, що встановлюють залежність теплоємності та теплопровідності від температури.

4.2. Система рівнянь переносу двохкомпонентного середовища*

Припустимо, що на систему, крім електромагнітних сил, діють масові, наприклад, відцентрова (коріолісова), обумовлена обертанням системи. Запишемо лінійні співвідношення між потоками та термодинамічними силами без урахування перехресних ефектів:

$$\left. \begin{aligned}
 \vec{q}_T &= -L_{TT} \nabla T = -\lambda \nabla T; \\
 \vec{q}_1 &= -\frac{L_{11}}{T} \left[(v_1 - v_2) \nabla p + \frac{\partial(\mu_1 - \mu_2)}{\partial C_1} \nabla C_1 \right] = \\
 &= -\rho D_1 (\nabla C_1 + b \nabla p); \\
 \vec{i} &= \frac{L_{EE}}{T} (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) = \chi (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}); \\
 \bar{\Pi}_b &= -L_{uu} \left(\overset{0}{grad} \vec{u} \right)^s / T = -2\eta \left(\overset{0}{grad} \vec{u} \right)^s; \\
 \Pi &= -L_{vv} div \vec{u} / T = -\xi div \vec{u}; \\
 w_1 &= -L_{AA} A_1 / T,
 \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

де b_1 — коефіцієнт барродифузії, що визначає внесок градієнта тиску в дифузійний потік.

З урахуванням співвідношень (4.8) можна одержати *рівняння руху* двохкомпонентного стисливого середовища:

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [2, 3]

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{u}}{d\tau} + (\vec{u}\nabla)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{u} + \left(\frac{\nu}{3} + \xi'\right)\text{graddiv}\vec{u} + \\ + \vec{f} + z(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) + \frac{\vec{i} \times \vec{B}}{\rho} \end{aligned} \quad (4.9)$$

де $\xi' = \xi/\rho$ — коефіцієнт об'ємної в'язкості.

Якщо рідина нестислива, то рівняння нерозривності має вигляд:

$$\text{div}\vec{u} = 0, \quad (4.10)$$

а рівняння руху (4.9) приймає наступну форму:

$$\frac{d\vec{u}}{d\tau} + (\vec{u}\nabla)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{u} + \vec{f} + z(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) + \frac{\vec{i} \times \vec{B}}{\rho} \quad (4.11)$$

Рівняння теплопереносу отримується з рівняння балансу внутрішньої енергії з урахуванням знайдених потоків (4.8) у припущенні, що $d = cpd$:

$$\begin{aligned} \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + (\vec{u}\nabla)T \right) = \text{div}(\lambda \text{grad}T) + \left(\xi - \frac{2}{3}\eta \right) (\text{div}\vec{u})^2 - \\ - p \text{div}\vec{u} + \eta \text{Diss}\vec{u} + \frac{\vec{i}^2}{\chi} + \frac{L_A A}{T} A_1 \sum_{k=1}^2 \psi_k \nu_{1k} \end{aligned} \quad (4.12)$$

При відсутності хімічних реакцій для нестисливого середовища рівняння теплопереносу (4.12) у припущенні незначної дисипації має вигляд:

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial \tau} + (\vec{u}\nabla)T \right] = \text{div}(\lambda \text{grad}T) + \left(\frac{\vec{i}^2}{\chi} \right). \quad (4.13)$$

Рівняння масопереносу з урахуванням лінійного співвідношення (4.8) має вигляд:

$$\rho \frac{\partial C_1}{\partial \tau} = \operatorname{div} [\rho D_1 (\operatorname{grad} C_1 + b_1 \operatorname{grad} p)] + v_{11} w_1. \quad (4.14)$$

У припущенні нестисливості рідини ($\rho = \text{const}$), відсутності хімічних реакцій і барродифузії рівняння (4.14) приймає наступний вигляд:

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau} + (\bar{u} \nabla) C_1 = \operatorname{div} (D_1 \operatorname{grad} C_1). \quad (4.15)$$

Таким чином, сформульована система рівнянь (4.8)–(4.15) може дозволити визначити поля швидкості, концентрації та температури у двохкомпонентному середовищі, що перебуває в полі масових сил.

4.3. Класифікація крайових умов*

Рівнянь переносу теплоти, маси, кількості руху й т.д. ще недостатньо, щоб повністю сформулювати математичну модель процесу. Для повного формулювання задачі необхідно відповідні диференціальні рівняння доповнити крайовими умовами.

Крайові умови підрозділяються на початкові умови, що задають у момент часу, прийнятий за початковий для розглянутого процесу, і граничні умови, що задають на границях розглянутої області. Початкові умови повинні задаватися тільки для процесів, що змінюються в часі, тобто для несталих процесів. Граничні умови задаються для будь-якого процесу, що протікає в обмеженій або необмеженій області.

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [2, 3]

Граничні умови можуть бути різноманітні, особливо в задачах тепло- і масообміну. У кожному випадку завдання тих або інших умов на границі області визначається тими відомостями, які дослідник має про процес. Незалежно від того, для яких процесів формулюються граничні умови – для процесів переносу теплоти, маси або імпульсу – їх доцільно за формальними ознаками розділити на три групи: 1) лінійні граничні умови; 2) нелінійні; 3) спеціальні граничні умови.

Лінійні граничні умови (ЛГУ) найбільш прості та зручні при виконанні математичного моделювання процесів переносу. Розглянемо лінійні граничні умови п'яти родів.

ЛГУ–1. На границі області Γ задається шукана функція: температура, концентрація, швидкість і т.д.:

$$T|_{\Gamma} = T_{\Gamma}; C|_{\Gamma} = C_{\Gamma}; \vec{u}|_{\Gamma} = \vec{u}_{\Gamma}, \quad (4.16)$$

де T_{Γ} , C_{Γ} , u_{Γ} – у загальному випадку задані функції координат і часу.

ЛГУ–2. На границі області задається потік теплоти або маси:

$$-\lambda(\vec{n}\nabla T)|_{\Gamma} = q_{T\Gamma}; -\rho D_k(\vec{n}\nabla C_k)|_{\Gamma} = q_{k\Gamma}, \quad (4.17)$$

де \vec{n} – одиничний вектор (нормаль до границі досліджуваної області).

ЛГУ–3. Задається лінійна залежність між потоком теплоти або речовини та температурою і концентрацією на границі середовища:

$$\begin{aligned} -\lambda(\vec{n}\nabla T)|_{\Gamma} &= \alpha(T - T_{cp})|_{\Gamma}; \\ -D_k(\vec{n}\nabla C_k)|_{\Gamma} &= \beta(C_k - C_{kcp})|_{\Gamma}, \end{aligned} \quad (4.18)$$

де α і β – коефіцієнти тепло- і масообміну.

Фізичний зміст ЛГУ–3 можна пояснити в такий спосіб. Виконаємо деякі графічні побудови, за рахунок яких збільшимо товщину тіла на фіктивну величину H (рис. 4.1). Для цього в точці перетинання A температурної кривої з поверхнею тіла Γ проведемо дотичну та продовжимо її до перетинання з віссю координат Ox у точці B , що відповідає температурі T_{cp} . Провівши з точки B ізотерму $T=T_o$, одержимо відповідну їй фіктивну поверхню $\Phi\Gamma$, що відстоїть від колишньої поверхні на відстані H . Така побудова рівносильна припущенню, що теплопровідність фіктивного тіла така ж, що й основного, але температура в першому розподіляється лінійно, тому градієнт температури на поверхні Γ можна замінити кінцево-різницевою аналогом на ділянці фіктивного тіла. Тоді кінцево-різницева ЛГУ–3 (4.18) дає наступне співвідношення:

$$H = \frac{\lambda}{\alpha}. \quad (4.19)$$

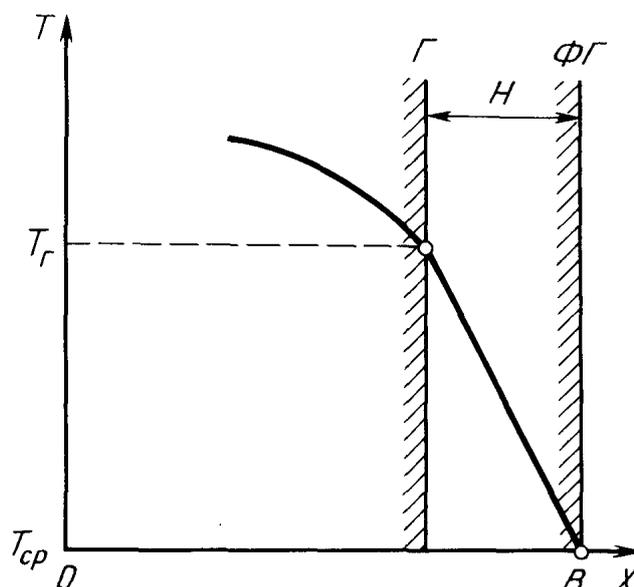


Рис. 4.1. Схема до ЛГУ–3

Величина H являє собою додатковий термічний опір між поверхнею тіла та середовищем i , за аналогією з елект-

ричним опором, характеризує тепловий потік від тіла в навколишнє середовище.

Припустимо, що $H \rightarrow \infty$. Це можливо при $\alpha \rightarrow 0$. Тоді з умови (4.18) треба, що потік теплоти від тіла в середовище прагнув до нуля. Припустимо, що $H \rightarrow 0$. Це можливо при $\alpha \rightarrow \infty$. Тоді з умови (4.18) виходить, що потік теплоти в навколишнє середовище настільки великий, що тіло охолоджується до температури, рівної температурі навколишнього середовища, практично миттєво.

ЛГУ–4. Задається на границі контакту двох середовищ: твердого тіла із твердим, твердого з рідким, твердого з газоподібним і т.д. у тому випадку, якщо в одному з контактуючих тіл не можна зневажити нелінійністю розподілу температури. Якщо можливо, то задаються ЛГУ–3.

ЛГУ–4 складаються із двох виражень. Перше встановлює рівність потоків теплоти (або маси):

$$\begin{aligned} \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} \Big|_{\Gamma} &= \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \Big|_{\Gamma} ; \\ \rho_1 D_1 \frac{\partial C_1}{\partial n} \Big|_{\Gamma} &= \rho_2 D_2 \frac{\partial C_2}{\partial n} \Big|_{\Gamma} , \end{aligned} \quad (4.20)$$

де індекси 1, 2 відповідають першому та другому середовищу.

Друге вираження встановлює рівність температури

$$T_1 \Big|_{\Gamma} = T_2 \Big|_{\Gamma} \quad (4.21)$$

або концентрації на поверхні

$$C_1 \Big|_{\Gamma} = C_2 \Big|_{\Gamma} . \quad (4.22)$$

Граничні умови (4.21) і (4.22) реалізуються при ідеальному контакті середовищ. У самому загальному випадку між

контактуючими поверхнями може бути прошарок, що вносить додатковий термічний або масообмінний опір. У цьому випадку співвідношення (4.21) і (4.22) замінюються граничними умовами, що за формою та фізичним змістом нагадують ЛГУ–3. Якщо прошарок являє собою поверхнево-активну речовину, що має здатність поглинати або виділяти теплоту (речовина), то в співвідношення (4.20) вводяться густини джерел або стоків теплоти (речовини).

ЛГУ–5. Задаються в тому випадку, якщо одне з контактуючих середовищ є ідеальним провідником теплоти або речовини. Відомо, що в кожній точці провідника в цей момент часу підтримується однакова температура або концентрація, однак закон зміни її в часі невідомий. ЛГУ–5 виходить із рівняння теплового балансу ідеального провідника:

$$-\lambda_1 \int_{S_1} (\vec{n} \nabla T_1) \Big|_r dS_1 + Q_2 - \rho_2 c_{p2} W_2 \frac{dT_2}{d\tau} = 0, \quad (4.23)$$

де індекс 2 відповідає ідеальному середовищу; S_1 – площа поверхні розділу між середовищами 1 і 2; Q_2 – кількість теплоти, що надходить в ідеальний провідник з навколишнього середовища; W_2 – об'єм ідеального провідника.

Аналогічно для масообмінних процесів:

$$-\rho_1 D_1 \int_{S_1} (\vec{n} \nabla C_1) \Big|_r dS_1 - \rho_2 W_2 \frac{dC_2}{d\tau} = 0. \quad (4.24)$$

У загальному випадку, коли на границі середовищ є прошарок, що вносить додатковий термічний або масообмінний опір, умови (4.23) і (4.24) доповнюються ЛГУ–3.

Нелінійні граничні умови найпоширеніші в задачах тепло- і масопереносу. У першому випадку типом нелінійної граничної умови, що часто зустрічається, є умова теплообміну випромінюванням за законом Стефана-Больцмана між по-

верхнею Γ , що обмежує розглянуте тіло, і навколишнім середовищем:

$$-\lambda(\vec{n}\nabla T)\Big|_{\Gamma} = \varepsilon_l \sigma (T^4 - T_{cp}^4)\Big|_{\Gamma}, \quad (4.25)$$

де ε_l – приведена степінь чорноти поверхні тіла; σ – постійна випромінювання.

Для задач масообміну типова наступна ситуація. Потік речовини до границі середовища, на якій відбувається реакція, дорівнює кількості домішки, що перетворюється в продукт хімічної реакції на одиниці поверхні границі, тому гранична умова має вигляд:

$$-\rho D_k (\vec{n}\nabla C_k)\Big|_{\Gamma} = k C_k^m\Big|_{\Gamma}, \quad (4.26)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, експоненційно залежний від температури; $m > 0$ – показник порядку реакції.

У загальному випадку, коли $m \neq 0$ та $m \neq 1$, ця умова (4.26) є нелінійною.

Спеціальні граничні умови (СГУ). Прикладами СГУ є умови на рухливій границі фазового переходу, що розділяє дві фази різного складу з різними фізичними властивостями. Ці умови мають подібність із ЛГУ–4. Істотні відмінності полягають у наступному: або границя, що розділяє два тіла, не може бути задана, а повинна бути визначена з рішення задачі; або вона змінюється в часі; або ця границя невідома та змінюється у часі.

Тут будуть розглянуті СГУ трьох типів: СГУ в процесах теплопереносу, масопереносу та переносу імпульсу.

СГУ–1. Характерні для процесів переносу теплоти при наявності фазових перетворень (наприклад, плавлення або затвердіння, випар або конденсація і т.д.). На рухливій границі фазового переходу має місце поглинання або відвід теплоти фазового перетворення. Розглянемо для більшої визначеності процес затвердіння розплаву. У цьому випадку СГУ–

I складаються із двох виражень. Перше вираження являє собою умову рівності температур в обох фазах на рухливій границі:

$$T_1|_{\Gamma} = T_2|_{\Gamma} = T_k, \quad (4.27)$$

де T_k — температура кристалізації розплаву.

Друге вираження являє собою рівняння теплового балансу на границі розділу фаз, тобто показує, що кількість теплоти, що відбирається внаслідок фазового перетворення в одиницю часу на одиниці поверхні фронту кристалізації, дорівнює різниці потоків теплоти від рідкої фази до фронту та потоком теплоти від фронту кристалізації до твердої фази:

$$-\lambda_2(\vec{n}\nabla T_2)|_{\Gamma} + \lambda_1(\vec{n}\nabla T_1)|_{\Gamma} = \rho_1 L \frac{d\varepsilon}{d\tau}, \quad (4.28)$$

де $d\varepsilon/d\tau$ — швидкість просування фронту кристалізації; індекси 1 і 2 відповідають твердій і рідкій фазам.

СГУ–2. Ці умови характерні для дифузійних процесів, що протікають при фазових перетвореннях, коли розчинність домішки в різних фазах різна, наприклад, при затвердінні бінарного розплаву Fe–C. При цьому на фронті фазового перетворення Γ з фази 1 у фазу 2 витісняється надлишковий вміст домішки, рівний різниці між її граничною розчинністю у фазах 2 і 1. Відповідна балансова умова на границі розділу фаз свідчить про те, що різниця потоків домішки в рідкій і твердій фазах дорівнює надлишковій кількості домішки, що витісняється з фази 1 у фазу 2 в одиницю часу на одиниці поверхні рухливого фронту:

$$-\rho_2 D_2(\vec{n}\nabla C_2)|_{\Gamma} + \rho_1 D_1(\vec{n}\nabla C_1)|_{\Gamma} = (\rho_2 C_2 - \rho_1 C_1)|_{\Gamma} \frac{d\varepsilon}{d\tau}. \quad (4.29)$$

Друге вираження для $СГУ-2$ може бути отримане з рівноважної діаграми сплаву. Воно справедливе для умов рівноваги, коли обидві фази перебувають при одній і тій же температурі, і має такий вигляд:

$$\rho_1 C_1|_Г = k_0 \rho_2 C_2|_Г. \quad (4.30)$$

З урахуванням вираження (4.30) умова (4.29) перетвориться до виду:

$$-D_2 (\vec{n} \nabla C_2)|_Г + \frac{\rho_1}{\rho_2} D_1 k_0 (\vec{n} \nabla C_2)|_Г = \left(1 - k_0 \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) C_2|_Г \frac{d\varepsilon}{d\tau}. \quad (4.31)$$

У ряді випадків можна зневажити дифузійним потоком у твердій фазі в порівнянні з дифузійним потоком у рідкій фазі. Тоді умова (4.31) значно спрощується:

$$-D_2 (\vec{n} \nabla C_2)|_Г = \left(1 - k_0 \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) C_2|_Г \frac{d\varepsilon}{d\tau}. \quad (4.32)$$

$СГУ-3$. Задають на поверхні розділу двох рідин, що не змішуються, або рідини та газу, коли мають місце процеси переносу механічного імпульсу. Їх виводять на основі умови динамічної рівноваги деякої замкнутої області масою M і об'ємом W , що включає поверхню розділу S , та обмеженою поверхнею S_0 :

$$\int_W \rho \vec{g} dW + \int_{S_0} p_n d\vec{S} + \int_{S_0} p_\tau d\vec{S} = M \frac{d\vec{u}}{d\tau}, \quad (4.33)$$

де p_n і p_τ — нормальна та дотична складового тензора напруження p ; g — прискорення вільного падіння.

Якщо у вираженні (4.33) $W \rightarrow 0$, то поверхня S_0 стягується до поверхні розділу фаз. Тоді масові та інерційні сили

перетворюються в нуль, а рівність (4.33) буде виконуватися за умови:

$$\begin{aligned} p_{n1}|_G &= p_{n2}|_G; \\ p_{\tau 1}|_G &= p_{\tau 2}|_G \end{aligned} \quad (4.34)$$

Умови (4.34) і є перша група *СГУ-3*, які в розгорнутому вигляді запишуться в такий спосіб:

$$\begin{aligned} & \left[p_1 - \xi_1 \operatorname{div} \vec{u}_1 - 2\eta \left(\frac{\partial u_{1i}}{\partial x_i} - \frac{1}{3} \nabla \vec{u}_1 \right) \right] \Big|_G = \\ & = \left[p_2 - \xi_2 \operatorname{div} \vec{u}_2 - 2\eta \left(\frac{\partial u_{2i}}{\partial x_i} - \frac{1}{3} \nabla \vec{u}_2 \right) \right] \Big|_G; \\ & \eta_1 \left(\frac{\partial u_{1i}}{\partial x_k} + \frac{\partial u_{1k}}{\partial x_i} \right) \Big|_G = \eta_2 \left(\frac{\partial u_{2i}}{\partial x_k} + \frac{\partial u_{2k}}{\partial x_i} \right) \Big|_G. \end{aligned} \quad (4.35)$$

При цьому варто мати на увазі стрибок тиску, викликаний кривизною поверхні розділу фаз (формула Лапласа):

$$p_2|_G = p_1|_G \pm \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (4.36)$$

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу; R_1 і R_2 – головні радіуси кривизни границі розділу фаз.

Друга група *СГУ-3* формулюється з умови відсутності ковзання фаз у місцях їхнього контакту:

$$u_{\tau 1}|_G = u_{\tau 2}|_G, \quad (4.37)$$

а також рівності нормальних складових густини потоку імпульсу до границі розділу фаз:

$$\rho_1 u_{n1}|_G = \rho_2 u_{n2}|_G, \quad (4.38)$$

де індекси n і τ відповідають нормальній і дотичній складової швидкості.

Наведені граничні умови можуть бути застосовані до опису будь-яких систем, у тому числі, при їхніх різних модифікаціях.

4.4. Приклади математичного моделювання тепломасообмінних процесів*

4.4.1. Обґрунтування методики моделювання тепломасообмінних процесів у проміжному ковші МБЛЗ

Загальним недоліком методів рішення задач гідродинаміки в змінних функція потік–вихор є використання в тому або іншому виді граничної умови для вихору на твердій поверхні, що відсутній у фізичній постановці задачі. Наявність додаткового ітераційного процесу, пов'язаного із цією граничною умовою, лімітує швидкість сходження чисельних алгоритмів. Крім того, відома обмеженість методів рішення ψ – ω системи, пов'язана з неможливістю поширення їх на випадок просторового плину в'язкої рідини.

При звертанні до «природних» змінних основне питання є в розробці такого способу визначення тиску, що може досить ефективно забезпечити соленоїдальність поля швидкості.

Відзначимо, що якщо в методах, що використовують змінні ψ і ω , тиск є «пасивною» функцією, що розраховується на основі вже відомого поля швидкості і не пов'язана ні з попередніми, ні з наступними обчислювальними процесами, то при розрахунках в «природних» змінних ситуація в принципі

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [1-3]

інша. Саме точністю визначення поля тиску з рівняння Пуассона обумовлена точність виконання умови $\nabla \vec{V}^{n+1} \equiv 0$.

Таке рівняння найчастіше вирішують за допомогою ітерацій або методом установлення і, отже, виконують із деякою погрішністю. Крім того, при постановці граничних умов (проекції рівняння руху на нормаль до контуру) може виникнути певна різницєва розбіжність із рівняннями у внутрішніх вузлах. У результаті на кожному часовому кроці різницевий аналог рівняння нерозривності виконується також з погрішністю. Для усунення можливого нагромадження погрішностей і нестійкості, викликаних цим явищем, варто враховувати фактичну величину дивергенції швидкості на попередньому часовому шарі.

Значний успіх у подоланні труднощів, пов'язаних з розрахунком поля тиску, а також удосконалення вищеописаного методу, був досягнутий завдяки використанню ідеї штучної стисливості.

Сутність цієї ідеї є у введенні в рівняння нерозривності додаткового члена виду $\frac{\partial}{\partial \tau} \left(P + \frac{V^2}{2} \right)$. У результаті виходить модифікована система рівнянь виду

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} = -\nabla P + \nu \Delta \vec{V}, \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(P + \frac{V^2}{2} \right) + \nabla \vec{V} = 0 \quad \text{або} \quad \frac{\partial P}{\partial \tau} + \nabla \vec{V} = 0, \quad (4.40)$$

для рішення якої з успіхом можуть бути використані різні варіанти методу розщеплення. У цьому випадку використовується явна схема розщеплення по фізичних факторах, що має наступну фізичну інтерпретацію.

На першому етапі передбачається, що перенос кількості руху (імпульсу одиниці маси) здійснюється тільки за раху-

нок конвекції та дифузії. Отримане в такий спосіб проміжне поле швидкості не задовольняє умові нестисливості.

На другому етапі по знайденому полю швидкості з урахуванням умови соленоїдальності вектора швидкості V^{n+1} знаходиться поле тиску.

На третьому етапі передбачається, що перенос здійснюється тільки за рахунок градієнта тиску (конвекції та дифузії немає).

Втрати теплоти рідким металом при роботі проміжного ковша, головним чином, відбуваються тепловіддачею конвекцією до футерівки агрегату та тепловіддачею випромінюванням і конвекцією від дзеркала металу, покритого шаром шлаків. Отже, рішення гідродинамічної задачі без урахування теплового фактору буде неправомірним.

В основу математичної моделі руху і теплопереносу рідкого металу в промковші покладені стаціонарні рівняння Нав'є–Стокса, нерозривності рідкого металу та теплопереносу:

$$(\vec{V}\nabla)\vec{V} = -\nabla P + \nu\Delta\vec{V} + \vec{g}; \quad (4.41)$$

$$\nabla\vec{V} = 0; \quad (4.42)$$

$$\nabla(\vec{V}T) = \nabla(\lambda_{жс}\nabla T) + Q_{сум}, \quad (4.43)$$

де $Q_{сум}$ – параметр, що враховує теплоту фазового переходу при кристалізації сталі та тепловіддачу в навколишнє середовище.

З огляду на характер задачі, геометрію промковша достатньо апроксимувати ортогональною нерівномірною сіткою та використати в рівняннях (4.41)–(4.43) декартову систему координат. Систему стаціонарних рівнянь вирішували методом установлення, що дозволяє ввести ітераційний па-

раметр τ , що у нашому випадку є фізичною величиною – часом процесу.

Таким чином, вектор швидкості \vec{V} можна розкласти на складові по осях OX , OY : $V=V(u, v)$, відповідно. Уведемо для зручності отримання рівнянь (4.41) нормований тиск $\tilde{P} = P/\rho$. Замінюємо величину $Q_{\text{сум}}$ у рівнянні (4.43) вираженням, що містить ефективну теплоємність $c_{\text{эф}}$, що враховує теплоту кристалізації при затвердінні сталі в інтервалі температур ліквідус T_L – солідус T_S і тепловіддачу в навколишнє середовище Q_n . Уведемо також додаткове припущення про те, що нижче температури ліквідусу метал у промковші губить рідкоплинність, тобто $u=0$, $v=0$.

Основні рівняння в декартових координатах мають вигляд:

- рівняння переносу руху

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial (uv)}{\partial y} = -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + \frac{\partial (uv)}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} = -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \quad (4.43)$$

(нагадаємо, що останній доданок в (4.43) на другому етапі чисельного моделювання не враховується);

- рівняння нерозривності (при постійній густині металу)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \quad (4.44)$$

- рівняння теплопереносу (для затверділого металу приймається $u=0$, $v=0$; для футерівки ковша приймаються відповідні теплофізичні характеристики λ , c , ρ)

$$c_{эф}\rho \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + Q_n \quad (4.45)$$

У нашому випадку інтенсивність теплоти кристалізації (значення ефективного коефіцієнта теплоємності) визначається правилом рівноважного важеля в інтервалі температур ліквідус – солідус

$$c_{эф} = c_{ж} (1 - \xi) + c_m \xi + \frac{L}{T_L - T_S} \quad (4.46)$$

Порядок рішення поставленої задачі полягає в наступному.

В основу чисельної реалізації рівнянь переносу кількості руху (4.42)–(4.44) покладена явна схема розщеплення по фізичних факторах з використанням так названої «шахової» сітки (рис. 4.2). Рівняння теплового стану рідкого металу та футерівки ковша (4.45) апроксимується з використанням перерахункової схеми М.І.Никитенко.

Для рішення системи рівнянь (4.42)–(4.45) вводиться нерівномірна сітка із кроком h_{xi} , h_{yj}

$$x_{i+1} = x_i + h_{xi}, \quad (4.47)$$

$$y_{j+1} = y_j + h_{yj} \quad (4.48)$$

для осередків відповідно $i=1,2,\dots,M$ і $j=1,2,\dots,N$.

Крок інтегрування за часом $\Delta \tau$ установлюється на час розрахунку постійним і визначається з умови стійкості кінцево-різницевої схеми.

У відповідності зі схемою розщеплення по фізичних факторах на першому етапі передбачається перенос кількості руху тільки за рахунок конвекції та дифузії, що дозволяє визначити проміжне поле швидкості для u -напрямку:

$$\begin{aligned}
& \frac{\tilde{u}_{i,j} - u_{i,j}^n}{\Delta \tau} + \frac{\left(u_{i+1/2,j}^n\right)^2 - \left(u_{i-1/2,j}^n\right)^2}{h_{xi}} + \\
& \frac{2}{h_{yj} + h_{yj-1}} \cdot \left(u_{i,j+1/2}^n v_{i+1/2,j}^n - u_{i,j-1/2}^n v_{i+1/2,j-1}^n\right) = \\
& = \frac{v}{h_{xi}} \left(\frac{2}{h_{xi+1} + h_{xi}} \left(u_{i+1,j}^n - u_{i,j}^n\right) - \frac{2}{h_{xi} + h_{xi-1}} \left(u_{i,j}^n - u_{i-1,j}^n\right) \right),
\end{aligned} \tag{4.49}$$

де індекс n указує на те, що беруться відомі значення полів швидкостей; $\tilde{u}_{i,j}$ – горизонтальна складова проміжного поля швидкості.

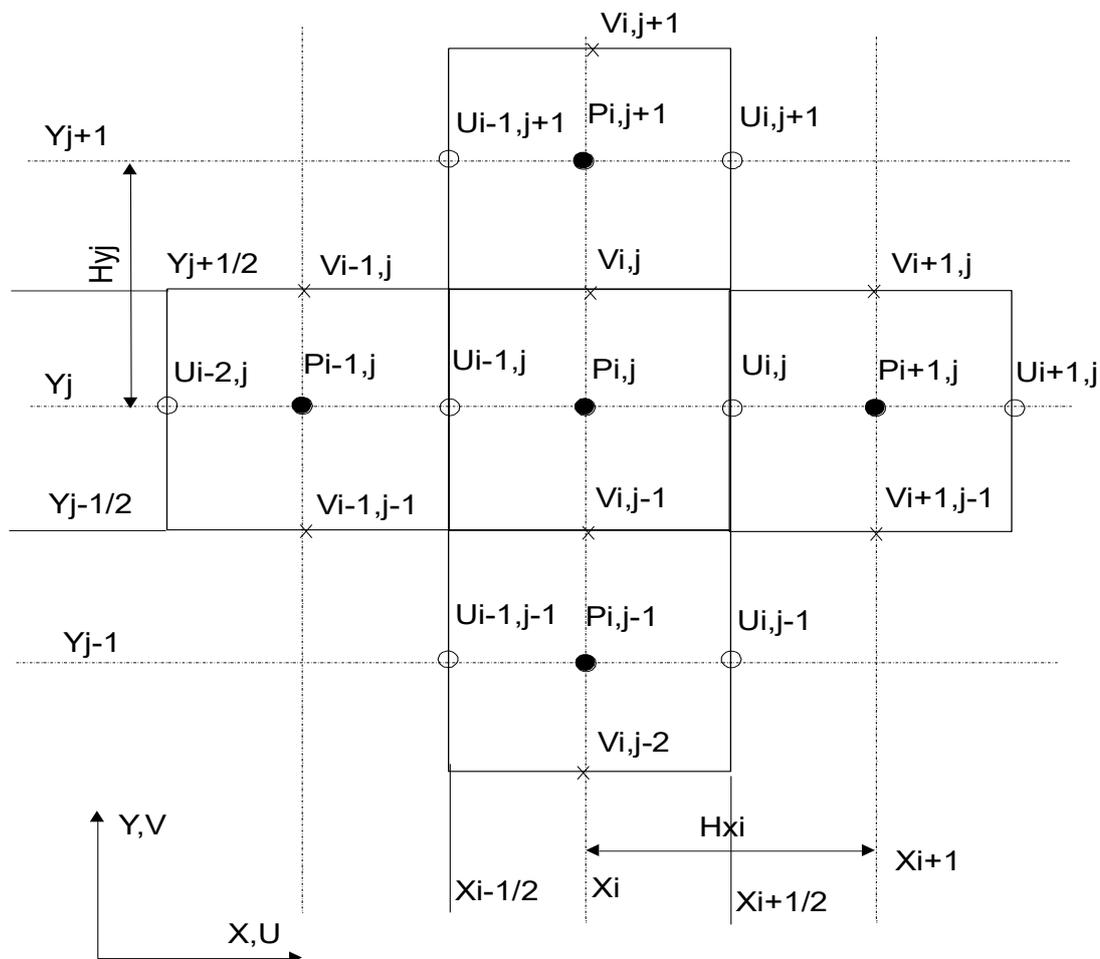


Рис. 4.2. Сітковий шаблон для методу розщеплень (двовірний випадок)

Значення полів швидкостей із дробовими індексами визначаються за простими інтерполяційними співвідношеннями

$$u_{i+1/2,j}^n = \frac{u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n}{2}; u_{i-1/2,j}^n = \frac{u_{i-1,j}^n + u_{i,j}^n}{2}; \quad (4.50)$$

$$v_{i+1/2,j}^n = \frac{v_{i,j}^n + v_{i+1,j}^n}{2}; v_{i-1/2,j-1}^n = \frac{v_{i-1,j-1}^n + v_{i,j-1}^n}{2}.$$

Аналогічно визначається кінцево-різницева співвідношення для вертикальної складової швидкості v .

При апроксимації конвективних доданків у рівнянні (4.50) використовується центральна кінцево-різницева схема. Стійкість схеми при цьому обмежується числом Рейнольдса $Re \leq 2$. Для усунення подібної нестійкості, а також урахування турбулентного характеру руху вводиться ефективний коефіцієнт кінематичної в'язкості

$$\nu = \nu_m + \frac{\Delta}{Re_\Delta} |V|, \quad (4.51)$$

де ν_m – молекулярна (істинна) кінематична в'язкість металу; Δ – визначальний крок сітки; Re_Δ – сіткове число Рейнольдса; $|V|$ – модуль швидкості.

На другому етапі розщеплення за знайденим проміжним полем швидкості $(\tilde{u}_{i,j}; \tilde{v}_{i,j})$, з урахуванням умови нестисливості рідини, знаходиться поле нормованого тиску \tilde{P}

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{D}_{i,j}}{\Delta\tau} = & \frac{2}{h_{xi} + h_{xi-1}} \left(\frac{\tilde{P}_{i+1,j} - \tilde{P}_{i,j}}{h_{xi}} - \frac{\tilde{P}_{i,j} - \tilde{P}_{i-1,j}}{h_{xi-1}} \right) + \\ & + \frac{2}{h_{yj} + h_{yj-1}} \left(\frac{\tilde{P}_{i,j+1} - \tilde{P}_{i,j}}{h_{yj}} - \frac{\tilde{P}_{i,j} - \tilde{P}_{i,j-1}}{h_{yj-1}} \right), \end{aligned} \quad (4.52)$$

де величина дивергенції проміжного поля швидкостей визначається по співвідношенню

$$\tilde{D}_{i,j} = \frac{\tilde{u}_{i,j} - \tilde{u}_{i-1,j}}{h_{xi}} + \frac{\tilde{v}_{i,j} - \tilde{v}_{i,j-1}}{h_{yj}}. \quad (4.53)$$

Рішення системи рівнянь (4.50), (4.51) виконується методом верхньої релаксації. Процес установаження рішення вважається завершеним при виконанні умови

$$\sum_{i=2}^{M-1} \sum_{j=2}^{N-1} \left[-\frac{\tilde{D}_{i,j}}{\Delta\tau} + \frac{\partial^2 \tilde{P}_{i,j}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{P}_{i,j}}{\partial y^2} \right] \leq \Psi, \quad (4.54)$$

де Ψ – мале позитивне число ($\approx 10^{-2}$ – 10^{-3}).

На третьому етапі розщеплення коректується поле швидкості за рахунок градієнта тиску

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - \tilde{u}_{i,j}}{\Delta\tau} = -\frac{\tilde{P}_{i+1,j} - \tilde{P}_{i,j}}{h_{xi}}. \quad (4.55)$$

Аналогічно визначається кінцево-різницева співвідношення для вертикальної складової швидкості v .

Необхідні умови стійкості рішення різницевих рівнянь переносу кількості руху визначаються за допомогою методу диференціальних наближень

$$\Delta \tau \leq \frac{2\nu}{\max(u^2, v^2)}. \quad (4.56)$$

Відповідно до перерахункової схеми М.І. Никитенко рішення рівняння теплопровідності (4.55) виконується у два етапи. На першому визначаються температури внаслідок конвективного переносу:

$$\begin{aligned} & \frac{T_{i,j} - T_{i,j}^n}{\Delta \tau} + \frac{u_{i,j}^{n+1} (T_{i+1,j}^n + T_{i,j}^n) - u_{i-1,j}^{n+1} (T_{i+1,j}^n + T_{i-1,j}^n)}{2h_{xi}} + \\ & + \frac{v_{i,j}^{n+1} (T_{i,j+1}^n + T_{i,j}^n) - v_{i,j-1}^{n+1} (T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n)}{2h_{xi}} = 0. \end{aligned} \quad (4.57)$$

На другому етапі визначаються температури внаслідок конвективного та дифузійного переносу

$$\begin{aligned} & \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta \tau} + \frac{1}{2 \cdot h_{xi}} \left(u_{i,j}^{n+1} (T_{i+1,j}^n + T_{i,j}^n) - u_{i-1,j}^{n+1} (T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n) \right) + \\ & + \frac{1}{2 \cdot h_{yj}} \left(v_{i,j}^{n+1} (T_{i,j+1}^n + T_{i,j}^n) - v_{i,j-1}^{n+1} (T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n) \right) = \\ & = \frac{1}{c_{\text{эф}} \rho} \left[\frac{2}{h_{xi} + h_{xi-1}} \left(\lambda_{i+1/2,j} \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{h_{xi}} - \lambda_{i-1/2,j} \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{h_{xi-1}} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{2}{h_{yi} + h_{yi-1}} \left(\lambda_{i,j+1/2} \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{h_{yj}} - \lambda_{i,j-1/2} \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{h_{yj-1}} \right) + Q_u \right], \end{aligned} \quad (4.58)$$

де коефіцієнти теплопровідності на границях контрольного об'єму визначаються як середні гармонійні

$$\lambda_{i+1/2,j} = \frac{2\lambda_{i,j}\lambda_{i+1,j}}{\lambda_{i,j} + \lambda_{i+1,j}} \text{ і т.д.} \quad (4.59)$$

Для рішення системи рівнянь (4.48)–(4.58) у кінцево-різницевому виді необхідне завдання умов однозначності.

У нашому випадку при розрахунках процесів заповнення та теплообміну рідкої сталі в промковші та кристалізаторі початковий розподіл температури приймається однорідним

$$T(0, x, y) = T_n. \quad (4.60)$$

Сталь надходить із заданою швидкістю та температурою

$$\begin{aligned} u(\tau, x_\xi, y_u) &= 0; \\ v(\tau, x_u, y_u) &= -v_i; \\ T(\tau, x, y) &= T_i. \end{aligned} \quad (4.61)$$

Витікання металу з промковша або стальковша відбувається зі швидкістю, що визначається з балансу приходу та витрати металу в ковші

$$v(\tau, \tilde{\delta}_a, \acute{o}_a) = -v_1. \quad (4.62)$$

На стінках агрегатів, границі рідкого металу та затверділої кірки, осі симетрії для нормальної складової швидкості приймаються умови непротікання

$$\begin{aligned} u(\tau, x, y)|_{\perp} &= 0; \\ v(\tau, x, y)|_{\perp} &= 0. \end{aligned} \quad (4.63)$$

Тангенціальна складова швидкості на границі задовольняє умові прилипання

$$\begin{aligned} u(\tau, x, y)|_{\parallel} &= 0; \\ v(\tau, x, y)|_{\parallel} &= 0. \end{aligned} \quad (4.64)$$

Оскільки дотична складова швидкості розраховується при цьому завжди на відстані $h/2$ (h – крок сітки по осі OX або OY) по нормалі від цієї поверхні, для виконання умови (4.63) вводяться заграничні осередки, у яких визначаються фіктивні швидкості

$$\begin{aligned} u_{i,j+1}^* &= -u_{i,j}; \\ v_{i+1,j}^* &= -v_{i,j}. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Граничні умови для розрахунку поля тиску задаються відомим компонентом швидкості по нормалі до стінки. Наприклад, з огляду на умови непротікання для бічних стінок агрегатів $u_{i,j}^{n+1} = 0$, з (4.53) $\tilde{P}_{i+1,j} = \tilde{P}_{i,j}$. Тоді рівняння для розрахунку тисків (4.52) трохи спрощується

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{D}'_{i,j}}{\Delta\tau} &= \frac{2}{h_{xi} + h_{xi-1}} \left(-\frac{\tilde{P}_{i,j} - \tilde{P}_{i-1,j}}{h_{xi-1}} \right) + \\ &+ \frac{2}{h_{yj} + h_{yj-1}} \left(\frac{\tilde{P}_{i,j+1} - \tilde{P}_{i,j}}{h_{yj}} - \frac{\tilde{P}_{i,j} - \tilde{P}_{i,j-1}}{h_{yj-1}} \right), \end{aligned} \quad (4.66)$$

$$\text{де } \tilde{D}'_{i,j} = \frac{-\tilde{u}_{i-1,j}}{h_{xi}} + \frac{\tilde{v}_{i,j} - \tilde{v}_{i,j-1}}{h_{yj}}.$$

Умови теплообміну на осі симетрії агрегатів описуються у вигляді

$$\pm\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = 0. \quad (4.67)$$

Тепловідвід з зовнішньої поверхні дзеркала металу з урахуванням шлакового прошарку описується рівняннями променево-конвективного теплообміну.

Беручи до уваги розміщення сіткових значень температур у центрі осередків, визначення температури виконується по методу Ньютона.

З рівняння (4.64) припускається, що на границі метал – футерівка промковша температури точок контакту тіл однакові, отже, тут можливе застосування крайових умов 4-го роду

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{G-0} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{G+0}. \quad (4.68)$$

4.4.2. Моделювання тепломасообмінних процесів у промковшій МБЛЗ

Припустимо, що промківш МБЛЗ являє собою трапецеїдальний футерований жолоб з розміщеними в його днище шістьма випускними стаканами-дозаторами діаметром 0,04 м (рис. 4.3). Метал у промківш надходить зі сталковша крізь розливочний стакан діаметром 0,06 м. Промківш має дзеркальну симетрію при його поперечному вертикальному розрізі по осі розливочного стакана сталковша. Особливістю агрегату є його відносно велика довжина, викликана наявністю шести ручаїв.

Розрахунок виконували для випадку розливання сталі марки Ст20 (температура струменя металу, що надходить у промківш, прийнята 1560°C у заготовки перетином 335x400 мм. Швидкість розливання прийнята рівною 0,6 м/хв. Вважали, що метал, що надходить зі сталковша, рівномірно розподіляється в усі сторони щодо осі місця падіння струменя металу зі сталерозливного ковша.

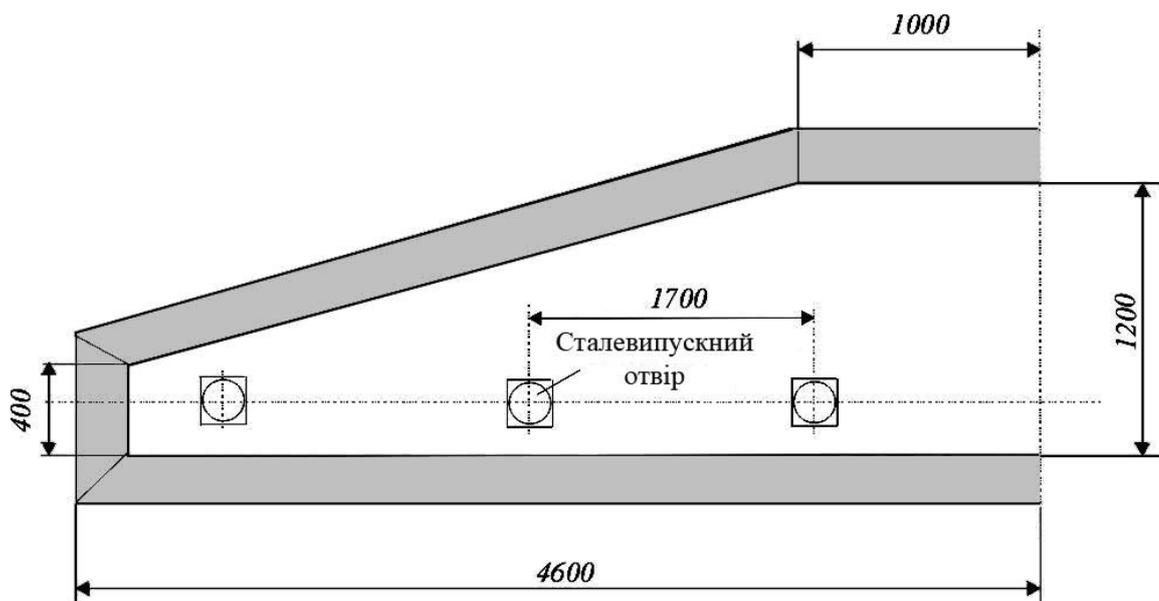


Рис. 4.3. Схема поздовжнього горизонтального розрізу промковша МБЛЗ

У результаті чисельних досліджень тепломасообмінних процесів в об'ємі промковша встановлено, що в ньому мають місце кілька застійних зон (рис. 4.4). Це визначає виникнення в процесі розливання значного перепаду температур між центральними та крайніми стаканами-дозаторами внаслідок охолодження потоків металу при його русі до крайніх ручаїв і може привести до «закозлення» торців внутрішньої порожнини промковша (рис. 4.5).

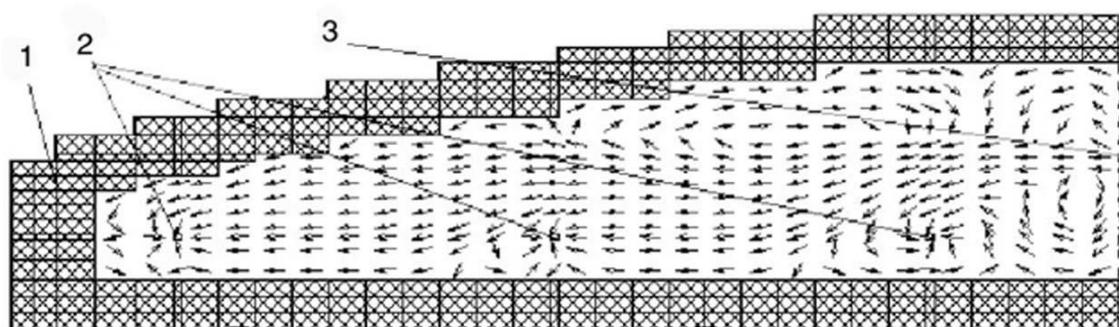


Рис. 4.4. Напрямок потоків рідкого металу в об'ємі промковша: 1 – футерівка; 2 – стакани-дозатори; 3 – місце входу струменя металу зі сталерозливного ковша

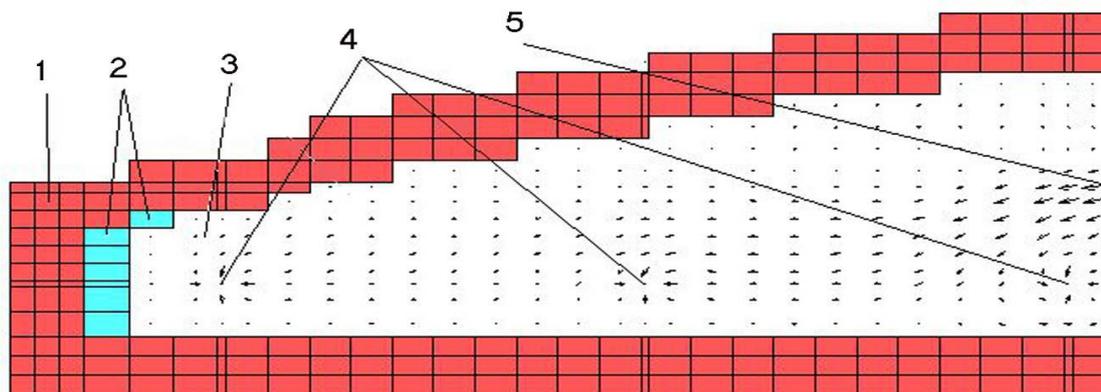


Рис. 4.5. Утворення настилів у промковше базової конструкції: 1 – футерівка; 2 – намерзлий метал; 3 – рідкий метал; 4 – стакани-дозатори; 5 – місце входу струменя металу зі сталерозливного ковша

Для ліквідації негативних наслідків, пов'язаних з можливим заморожуванням крайніх ручаїв, потрібен відповідний перегрів сталі, що вкрай небажано. Швидкість витягування заготовки з різних кристалізаторів також повинна бути різною. Це істотно ускладнює технологію та може позначитися на якості одержуваної безперервнолитої заготовки.

Одним зі способів досягнення рівних умов розливання є виконання в об'ємі промковша спеціальної вогнетривкої перегородки. Таку перегородку ми пропонуємо розмістити уздовж лінії, паралельної осі стаканів-дозаторів з боку задньої стінки промковша. Її призначення – перенаправлення гарячих потоків металу в застійні зони промковша.

У результаті виконання ряду чисельних експериментів встановлено, що висота вогнетривкої перегородки повинна становити 450 мм при загальній довжині 5,64 м (рис. 4.6). Результати отримані завданням у розрахунках тепломасообміну в промковші ступеня «прозорості» перегородки для потоків рідкого металу, обумовленої відстанню від верхнього зрізу перегородки до вільної поверхні рідини в агрегаті. Знайдено, що така конструкція перегородки забезпечує максимальний градієнт температур між стаканами-дозаторами до 4°C за ра-

хунок перерозподілу потоків металу та зсуву теплового центра агрегату до торців промковша.

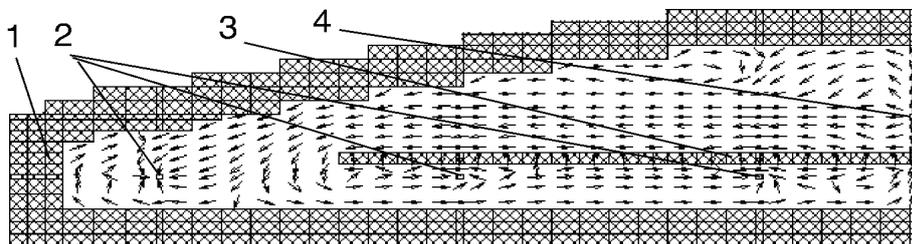


Рис. 4.6. Напрямок потоків рідкого металу в об'ємі промковша, обладнаного вогнетривкою перегородкою: 1 – футерівка; 2 – стакани-дозатори; 3 – вогнетривка перегородка; 4 – місце входу струменя металу зі сталерозливного ковша

До недоліків конструкції варто віднести її невелику висоту, що негативно позначиться на технології розливання при технологічній зміні рівня металу в промковші. Альтернативним рішенням може бути конструкція вогнетривкої перегородки, що виступає над рівнем металу та містить ряд отворів у своїй нижній частині. Однак, з погляду одержання адекватних результатів, застосування даної математичної моделі виявилось неефективним через її двовимірність. Тому в подальших дослідженнях застосовували методи фізичного моделювання (див. п. 3.7.3).

4.4.3. Моделювання тепломасообмінних процесів у кристалізаторі МБЛЗ

Динаміка газорідинної системи описується наступною системою рівнянь:

$$\frac{d\vec{v}}{d\tau} = -\vec{\nabla}\tilde{P} + \nu\Delta\vec{v} + (1 - a_2)\vec{g}, \quad (4.69)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0, \quad (4.70)$$

$$\frac{\partial a_z}{\partial \tau} + \vec{\nabla} \cdot (a_z \cdot (\vec{v}_{ж} + \vec{v}_z)) = \vec{\nabla} \cdot (D_{тур}^{эф} \vec{\nabla} a_z). \quad (4.71)$$

Рівняння (4.69) представлено в наближенні Буссінеска відповідно до припущення, що основним фактором, що викликає рух середовища, є піднімальна сила, що виникає через неоднорідність середовища та обумовлена присутністю заданої кількості газових включень. Рівняння (4.69)–(4.71) являють собою повну систему рівнянь для знаходження всіх необхідних параметрів руху газорідного середовища – \vec{v} , \tilde{P} і a_z (коефіцієнт газонасичення).

Граничними умовами для швидкості на осі симетрії й у твердій поверхні вибрали умови непротікання та вільного ковзання, відповідно

$$v_{\perp}|_S = 0, \quad \vec{n} \cdot \vec{\nabla} v_{\parallel}|_S = 0, \quad (4.72)$$

а на вільній поверхні та у нижній частині розрахункової області – умова потоку, що тече вільно

$$v_{\perp}|_S = v_S, \quad \vec{n} \cdot \vec{\nabla} v_{\parallel}|_S = 0. \quad (4.73)$$

v_S приймає кінцеве значення швидкості потоку в місці його виходу зі стакана, а на іншій поверхні металу дорівнює 0. Турбулентний характер руху враховується введенням ефективних коефіцієнтів в'язкості та дифузії пухирів газової фази, які включають апроксимаційну та турбулентну складові.

Намерзання кірки металу розраховується на основі рішення рівняння теплопровідності Фур'є в наближенні квазірівноважної двофазної зони

$$c_{эф}(T) \cdot \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = -c_{жс} \cdot \rho \vec{\nabla} (T\vec{v}) + \vec{\nabla} (\lambda \vec{\nabla} T), \quad (4.74)$$

$$\text{де } c_{y\phi}(T) = \begin{cases} c_{\delta}, & T < T_S; \\ c + \frac{L}{T_L - T_S}, & T_S \leq T \leq T_L; \\ c_{\alpha}, & T > T_L. \end{cases} \quad (4.75)$$

Величина c дорівнює

$$c = (c_{жс} - c_m) \frac{T}{T_L - T_S} + \frac{c_m T_L - c_{жс} T_S}{T_L - T_S}. \quad (4.76)$$

Поставлена задача чисельно вирішується в природних змінних методом розщеплення по фізичних факторах, що у наших умовах реалізований у вигляді трьохетапної схеми розщеплення, яка є комбінацією методу розщеплення по фізичних факторах для рівняння гідродинаміки та перерахункової різницевої схеми, поєднуючи при цьому їхні переваги:

$$1. \quad \vec{v} = \vec{v} + \Delta \tau \left[-(\vec{v}^n \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}^n + \nu \Delta \vec{v}^n + (1 - \alpha_2^n) \vec{g} \right], \quad (4.77)$$

$$\tilde{\alpha} = \alpha_2^n - \Delta \tau \left((\vec{v}_{жс}^n + \vec{v}_2) \cdot \vec{\nabla} \right) \alpha_2^n, \quad (4.78)$$

$$\tilde{T} = T^n - \Delta \tau c \rho_{жс} \vec{\nabla} (T^n \vec{v}^n). \quad (4.79)$$

$$2. \quad \Delta \tilde{P}^{n+1} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v} / \Delta \tau. \quad (4.80)$$

$$3. \quad \vec{v}^{n+1} = \vec{v} - \Delta \tau \vec{\nabla} \tilde{P}^{n+1}, \quad (4.81)$$

$$\alpha_2^{n+1} = \alpha_2^n - \Delta \tau \left[(\vec{v}^n \cdot \vec{\nabla}) \tilde{\alpha}_2 - \vec{\nabla} \cdot (D_{myp}^{эф} \vec{\nabla} \tilde{\alpha}_2) \right], \quad (4.82)$$

$$T^{n+1} = T^n + \Delta \tau \vec{\nabla} (\lambda_{жс} \vec{\nabla} \tilde{T}). \quad (4.83)$$

Відповідно до поставленої задачі, етап 2 виконується тільки в рідкій фазі.

Крайові умови для тиску в границях розрахункової області одержали за допомогою проектування (4.71) на нормаль до поверхні. На коефіцієнт газовмісту (об'ємну частку газової фази) α накладається умова

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla} \alpha_z \Big|_S = 0 \quad (4.84)$$

скрізь, за винятком зони входу газометалевого струменя, де

$$\alpha_z \Big|_S = \alpha_{z0}. \quad (4.85)$$

У тепловій частині розрахунку на осі симетрії моделі прийняті умови відсутності теплообміну. Теплообмін на поверхні шлаків заданий умовами променево-конвективного теплообміну. У місці входу струменя металу в кристалізатор прийнята температура, що на 10°C перевищує відповідну температуру ліквідусу заданої марки сталі.

При розробці моделі припускали:

1. Метал розливають у блюмові або квадратні кристалізатори крізь прямоточний заглибний стакан, що має один наскрізний вертикальний отвір. Тому за розрахункову область вибрали чверть перетину кристалізатора (рис. 4.7).
2. Дзеркало металу є рівним, без хвиль, покрито шлаками. Отже, немає необхідності урахування динаміки вільної поверхні.
3. Газорідинна суміш нестислива, а газові пухирі рухаються із практично тими ж швидкостями, що й шари навколишньої рідини. Таке припущення справедливо при неглибокому проникненні газу в рідину, забезпечує соленоїдальність руху суміші та значно полегшує чисельне рішення рівнянь руху.
4. Газ не поглинається та не виділяється в процесі лиття, повністю видаляється з металу крізь дзеркало металу й шлаків.

5. З боку кристалізатора границя твердого металу та ДФЗ (двофазна зона) визначається умовами тепловідводу до кристалізатору та залежить від швидкостей і температури потоків металу, що протікають повз кірку.

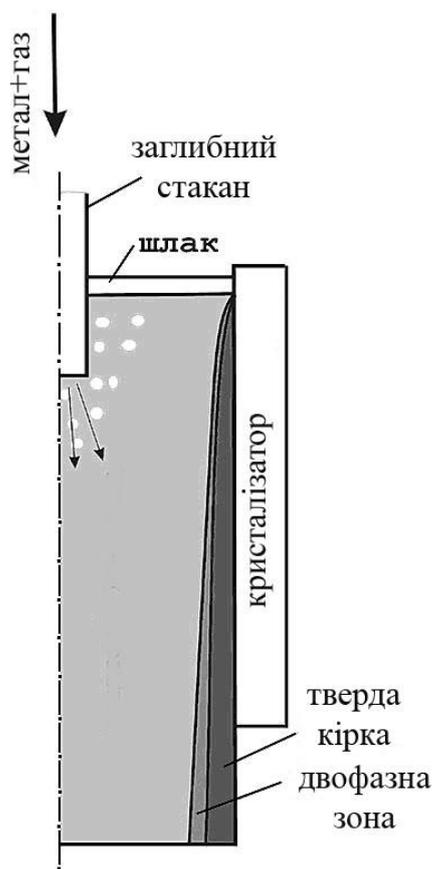


Рис. 4.7. Схема області моделювання

Очевидно, що, через вплив багатьох взаємозалежних факторів (руху заготовки, коливання кристалізатора, його конусності в нижній частині, пружних деформацій у затверділому шарі сталі, феростатичного тиску, характеру руху потоків рідкого металу і т.п.), точний розрахунок коефіцієнтів тепловіддачі в межах кристалізатора неможливий. Шукані залежності доцільно визначати за допомогою статистичного аналізу виробничих даних. Нами була знайдена залежність щільності теплового потоку ($\text{кВт}/\text{м}^2$) від заготовки в межах блюмового кристалізатора при його довжині 0,8–1,0 м, швидкості розливання 0,5–1,5 м/хв., температурі перегріву металу

10–20°C, вмісті в сталі вуглецю $[C]=0,1–0,7\%$. Визначено, що для досліджуваних умов перегрів і довжина кристалізатора не є значимими, а щільність теплового потоку підкоряється залежності (тут і далі параметри розташовані в порядку убутання t -критерію)

$$q = 2441,92\sqrt{X} - 1722,04X - 197,69\sqrt{[C]} - 90,27 - 166,11[C],$$

$$R=0,89, \quad (4.86)$$

де X – відстань розрахункової точки від меніска метала по технологічній осі МБЛЗ, м.

Товщина кірки металу в практичних умовах на виході із промислових кристалізаторів досліджуваних типорозмірів заготовки та сортаменту сталі повинна становити 25–35 мм. Верхня і нижня межі товщини кірки залежать тільки від величини феростатичного тиску стовпа рідкого металу (0,7–1,3 м) і властивостей сталі у відповідному діапазоні температур. Температура поверхні злитка на виході з кристалізатора, з урахуванням дотримання зазначених вище умов, повинна бути в межах 1200–1500°C (верхня межа обмежена температурою солідуса).

Таким чином, завдання закону зміни температури поверхні заготовки в межах кристалізатора із забезпеченням її кінцевого значення в зазначені вище межах дадуть можливість сформуватися твердій кірці металу необхідної товщини. Це дозволяє при виборі умов однозначності, поряд із застосуванням рівняння (4.86), використати граничні умови першого роду – завдання закону зміни температури поверхні заготовки у часі у вигляді статичної залежності

$$t_{нов}^{кр} = t_{нов_к}^{кр} + \left(t_{нов_н}^{кр} - t_{нов_к}^{кр} \right)^{1 - \frac{v_p \tau}{l_{кр}}}, \quad R=0,95. \quad (4.86)$$

Задача вирішувалася стосовно до умов МБЛЗ ДМК. Досліджували тепломасообмінні та гідродинамічні процеси у

кристалізаторі перетином 335x400 мм, довжиною 1 м при загальній висоті розрахункової області 0,6 м.

Вибір довжини розрахункової області обумовлений тим, що за її межами швидкості потоків металу не є значними та не роблять істотного впливу на загальну картину гідро- і масообміну. Крім того, оскільки довжина розрахункової області невелика, базовий радіус МБЛЗ ДМК дорівнює 14 м, а висота досліджуваної області 600 мм, що визначає зрушення осі кристалізатора щодо вертикалі до 3,2 мм (0,96 %), то кривизною кристалізатора можна знехтувати та використати декартову систему координат.

Моделювали розливання сталі марки 20 крізь заглибний (глибина занурення 150 мм) прямоочний стакан із внутрішнім діаметром 60 мм і швидкістю лиття 0,6 м/хв. Аргон у кристалізатор подавали крізь заглибний стакан з витратою 0–0,017 м³/т рідкої сталі. Температуру поверхні заготовки на виході з кристалізатора приймали рівною 1150°C.

Адекватність моделі по гідродинамічній картині перевіряли порівнянням результатів з даними холодного (див. п. 3.4.2) моделювання. Порівняння показало, що їхня розбіжність не перевищує 10 %. Це дозволяє зробити висновок про придатність моделі для прогнозування гідродинаміки металу в кристалізаторі.

У результаті чисельних досліджень підтверджено, що гідродинамічна обстановка в порожнині кристалізатора при подачі в нього газу різко змінюється в порівнянні з варіантом без подачі газу.

На рис. 4.8–4.11 представлені результати розрахунків полів швидкостей потоків металу з різною витратою аргону. Цифри біля ізолій на рисунках показують частку газу в розплаві, м³/м³. У правій частині рисунків представлено поле швидкостей в осьовій вертикальній площині кристалізатора, паралельній більшій грані заготовки. У лівій частині рисунків наведені напрямки потоків металу в горизонтальних перетинах кристалізатора на певній відстані від меніска металу по технологічній осі МБЛЗ.

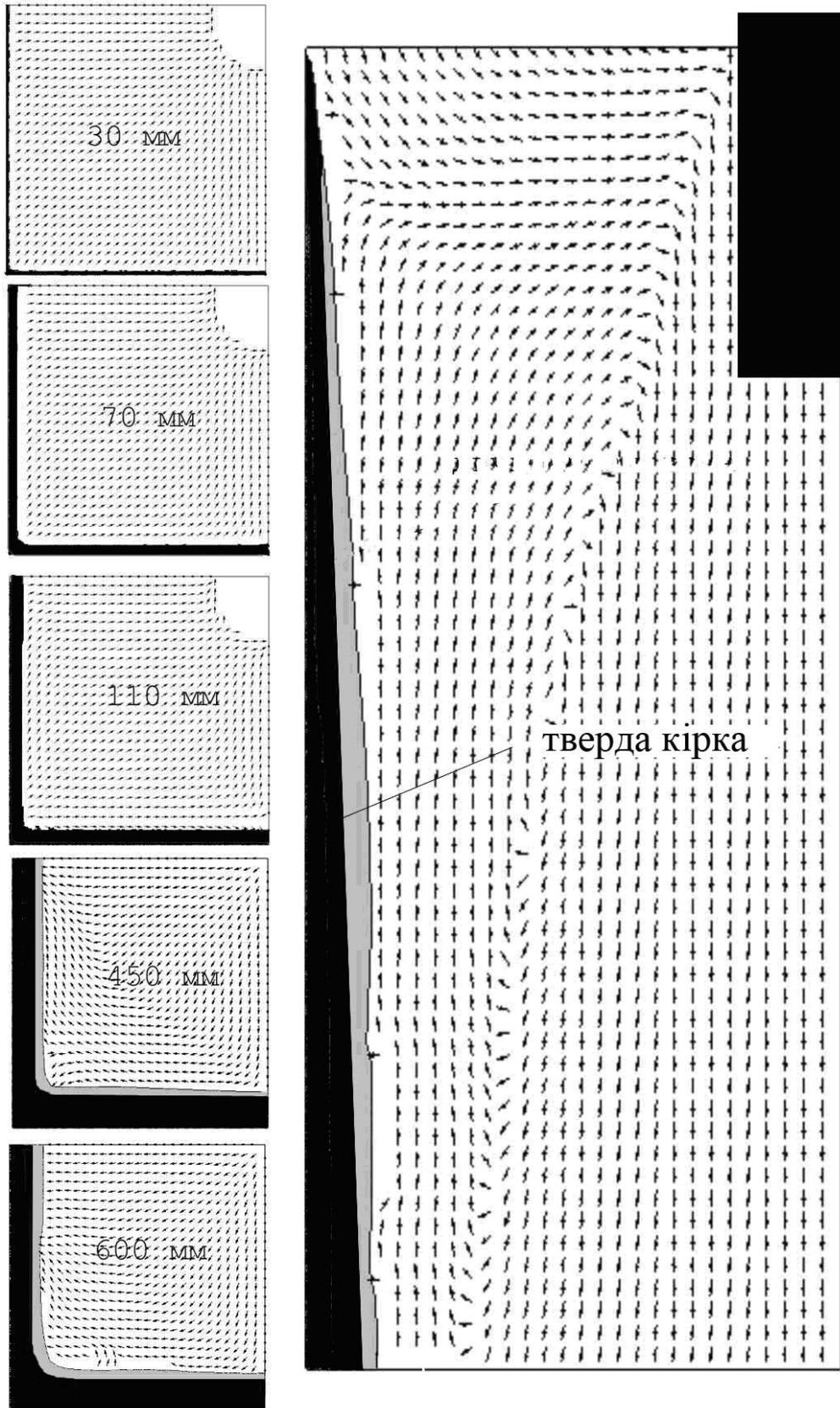


Рис. 4.8. Тепломасообмін у кристалізаторі без подачі газу

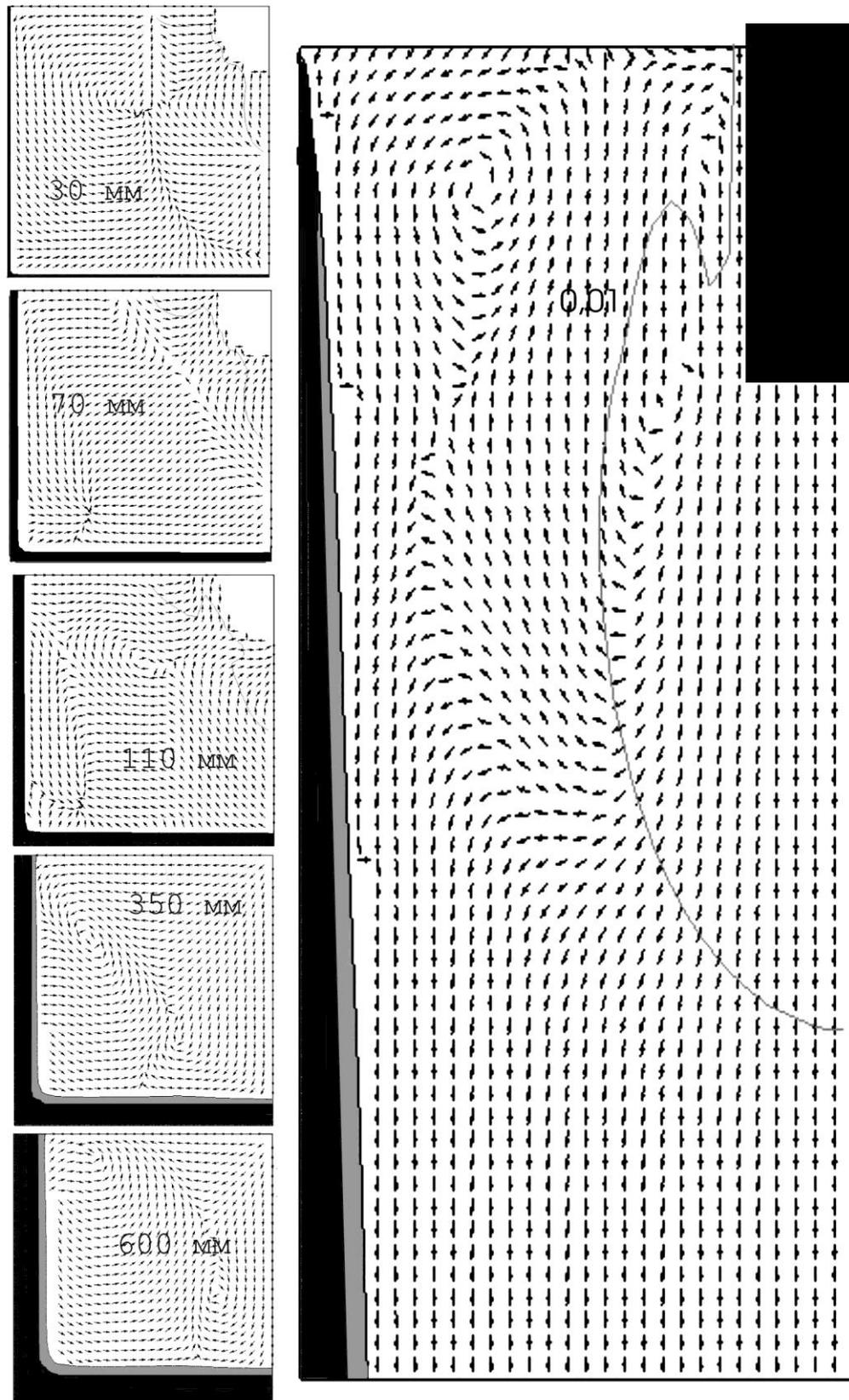


Рис. 4.9. Тепломасообмін у кристалізаторі при витраті аргону $0,002 \text{ м}^3/\text{т}$ рідкої сталі

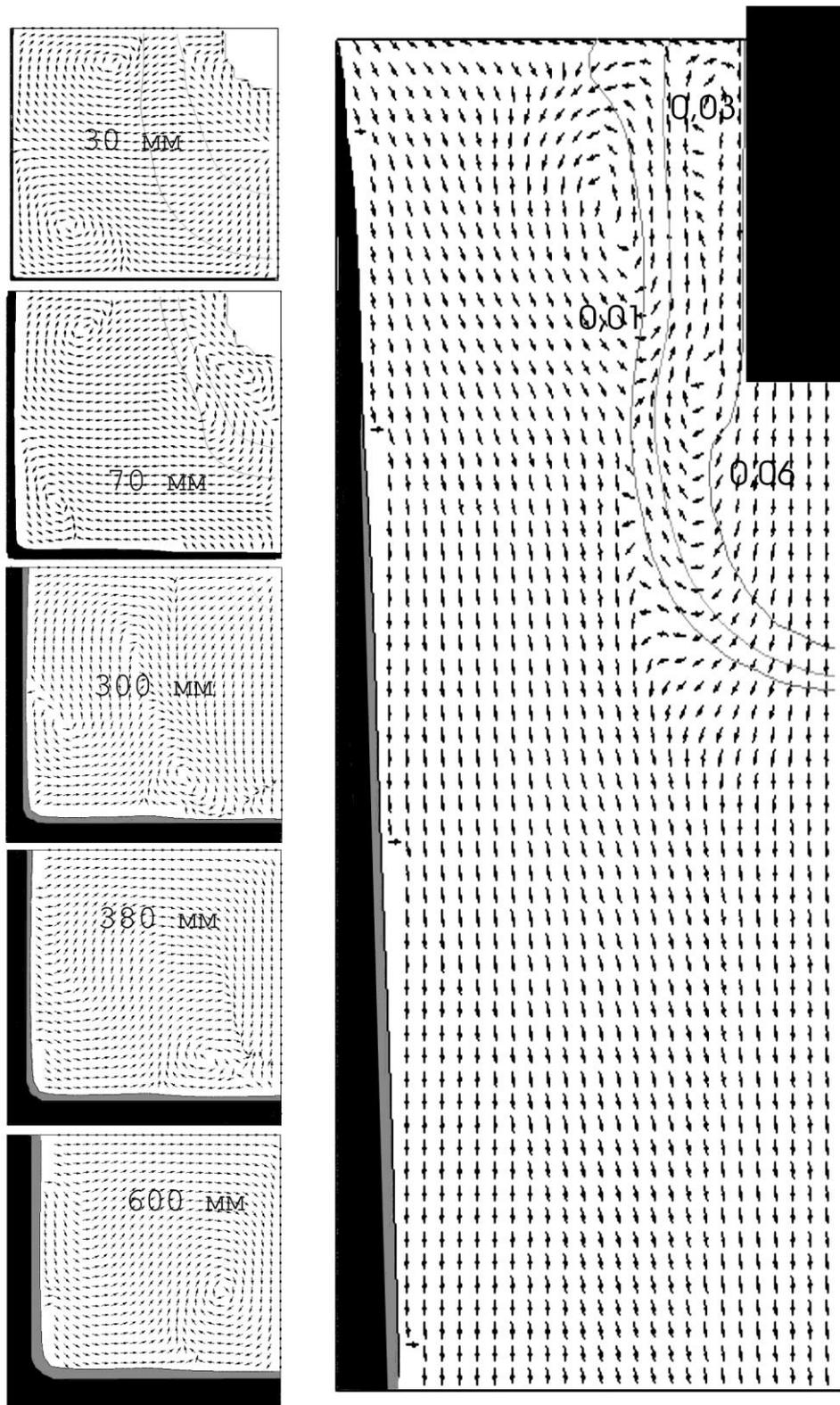


Рис. 4.10. Тепломасообмін у кристалізаторі при витраті аргону $0,009 \text{ м}^3/\text{т}$ рідкої сталі

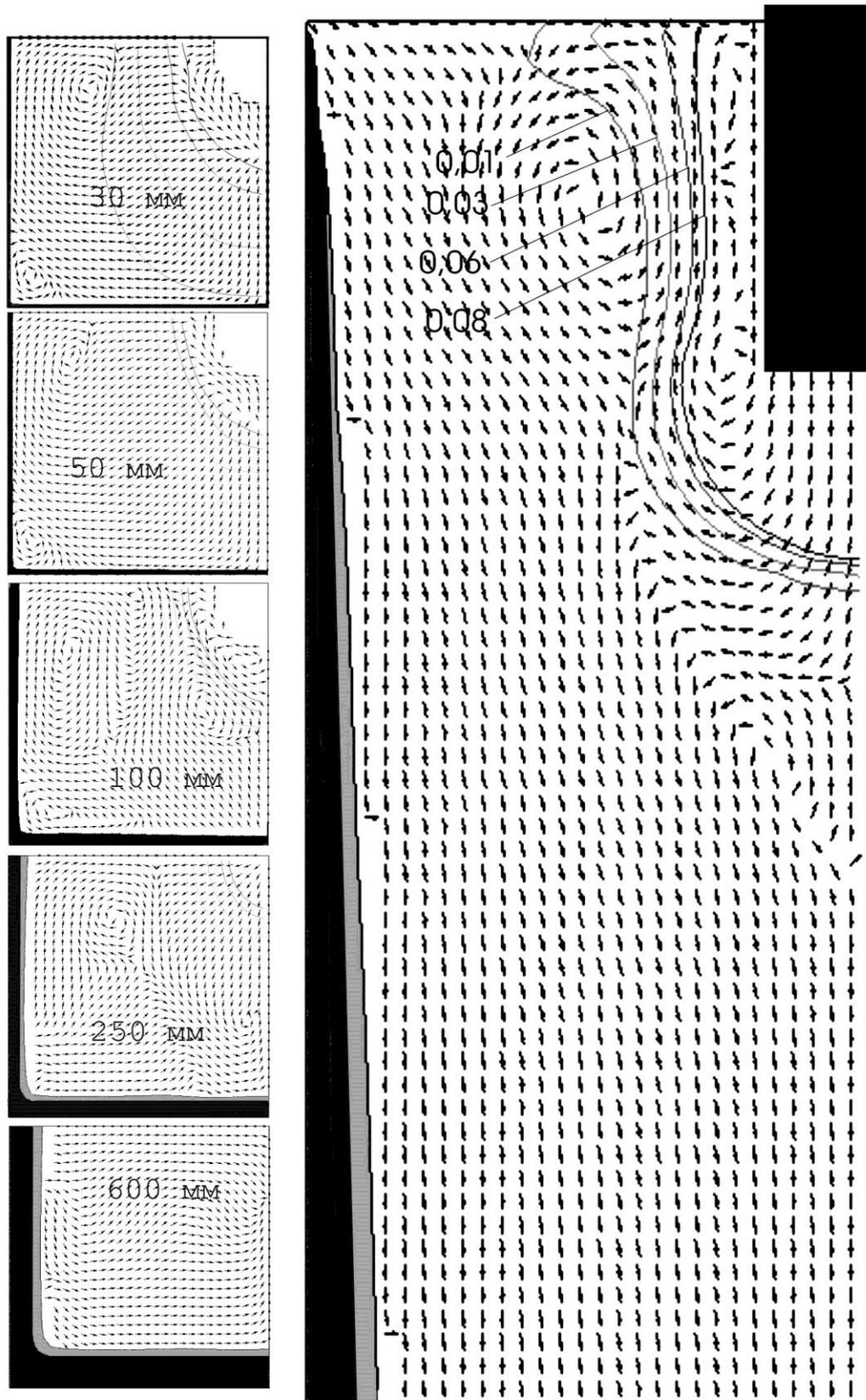


Рис. 4.11. Тепломасообмін у кристалізаторі при витраті аргону $0,017 \text{ м}^3/\text{т}$ рідкої сталі

Знайдено, що кількість, розмір та інтенсивність вихорів зростали при збільшенні витрати газу. При витраті аргону понад $0,015 \text{ м}^3/\text{т}$ рідкої сталі на осі струменя з'являлися спрямовані нагору потоки металу з вертикальною швидкістю до 6 мм/с , що приводило до утворення тороподібного вихора в центральній частині кристалізатора.

Вертикальні вихори між заглибним патрубком і стінкою кристалізатора в міру росту витрати газу наближалися до осі кристалізатора, сприяючи організації в кутах агрегату замкнених горизонтальних потоків. Їхнє формування, розташування й розміри обумовлені геометричними параметрами кристалізатора. У цьому випадку такі потоки частіше виникали на $\frac{1}{4}$ вузької грані.

Аналіз рис. 4.8 дозволяє зробити висновок, що при відсутності подачі газу потоки рідкого металу поширюються рівномірно, без утворення істотних вихорів. На глибині понад 400 мм в об'ємі рідкої лунки створюються умови для нерівномірного росту твердої кірки заготовки. Так, швидкість росту товщини кірки в центрі широкої грані заготовки зменшується, у середньому, на 12% (нижче 450 мм), а надалі вона зменшується на ту ж величину й на вузькій грані (нижче 600 мм) внаслідок впливу потоків гарячого металу.

Без подачі газу в кристалізатор у верхній частині його порожнини розташований тороїдальний вихор, рух металу в якому спрямовано від стінок кристалізатора до заглибного стакану. Нижня границя вихору знаходиться на глибині $450\text{--}600 \text{ мм}$ від меніска металу й залежить від витрати металу.

Швидкість потоків рідини тут становить $0,11\text{--}0,39 \text{ м/с}$. Нижче цієї зони потоки металу по осі ручая спрямовані по ходу руху заготовки (швидкість $0,3\text{--}0,4 \text{ м/с}$). Уздовж кірки заготовки потоки металу спрямовані нагору (швидкість $0,1\text{--}0,2 \text{ м/с}$). Надалі, на глибині близько 1350 мм абсолютні значення швидкостей потоків по перетині заготовки практично нівелюються.

Інша картина спостерігається при подачі газу з витратою $0,002 \text{ м}^3/\text{т}$ рідкої сталі (див. рис. 4.9). Тут незначне вповільнення швидкості росту товщини кірки на широкій грані

($\approx 7\%$) починається на глибині 350 мм. Надалі товщина кірки по периметрі заготовки нівелюється.

При витраті газу $0,009 \text{ м}^3/\text{т}$ рідкої сталі (див. рис. 4.10) різнотовщинність кірки спостерігається на глибині 70 мм і простирається до рівня 300 мм. Надалі різнотовщинність поступово зменшується та практично зникає на глибині 600 мм.

Швидкість наростання товщини кірки при витраті аргону $0,017 \text{ м}^3/\text{т}$ рідкої сталі (див. рис. 4.11) зменшується ($\approx 5\%$) уже на 50 мм від меніска металу та різнотовщинність на більшій грані заготовки зберігається до рівня 100 мм. Збільшення конвекції біля вузької грані заготовки на глибині 200–300 мм приводить до локального вповільнення росту кірки ($\approx 6\%$). На широкій грані аналогічні процеси мають місце на глибині 250–300 мм. Після 400 мм швидкості росту оболонки вирівнюються, стабілізуються й різнотовщинність практично не спостерігається.

На рис. 4.12–4.16 представлені графіки зміни швидкостей потоків металу по осі ручая та поперечному перерізу кристалізатора на різній відстані від меніска металу. На рис. 4.17 представлені результати розрахунків гідродинаміки металу в кристалізаторі при подачі в нього аргону з витратою $0,002$, $0,009$ й $0,017 \text{ м}^3/\text{т}$ рідкої сталі. Із представлених рисунків видно, що при збільшенні витрати газу глибина проникнення газорідних потоків зменшується при одночасному загасанні осьових швидкостей потоків металу.

При подачі газу з витратою $0,017 \text{ м}^3/\text{т}$ рідкої сталі нижня границя верхньої зони простирається на глибину до 0,3 м, а при витратах газу $0,009$ і $0,002 \text{ м}^3/\text{т}$ рідкої сталі, відповідно, на глибину 0,25 і 0,22 м. Середня зона при витраті газу $0,017 \text{ м}^3/\text{т}$ досягає глибини 0,5 м, а при $0,009 \text{ м}^3/\text{т}$ рідкої сталі – 0,4 м від меніска металу. Її геометричні розміри залежать від витрати газу: чим більше витрата, тим нижче її верхня й нижня границі. При витраті аргону $0,002 \text{ м}^3/\text{т}$ границі зони практично неможливо визначити й вона зливається з 3-й зоною.

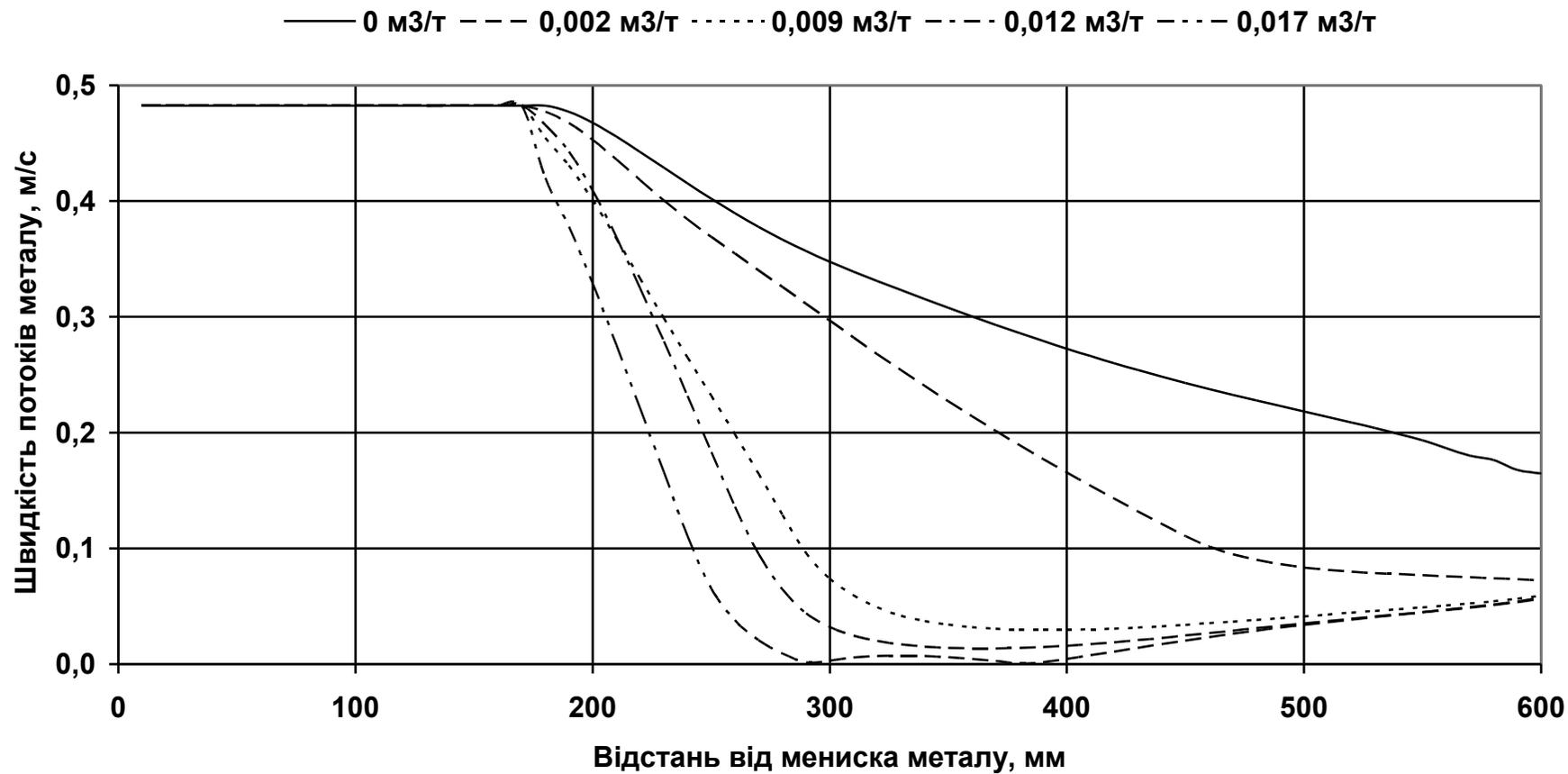


Рис. 4.12. Зміна швидкості потоків металу по осі струменя при різній витраті газу

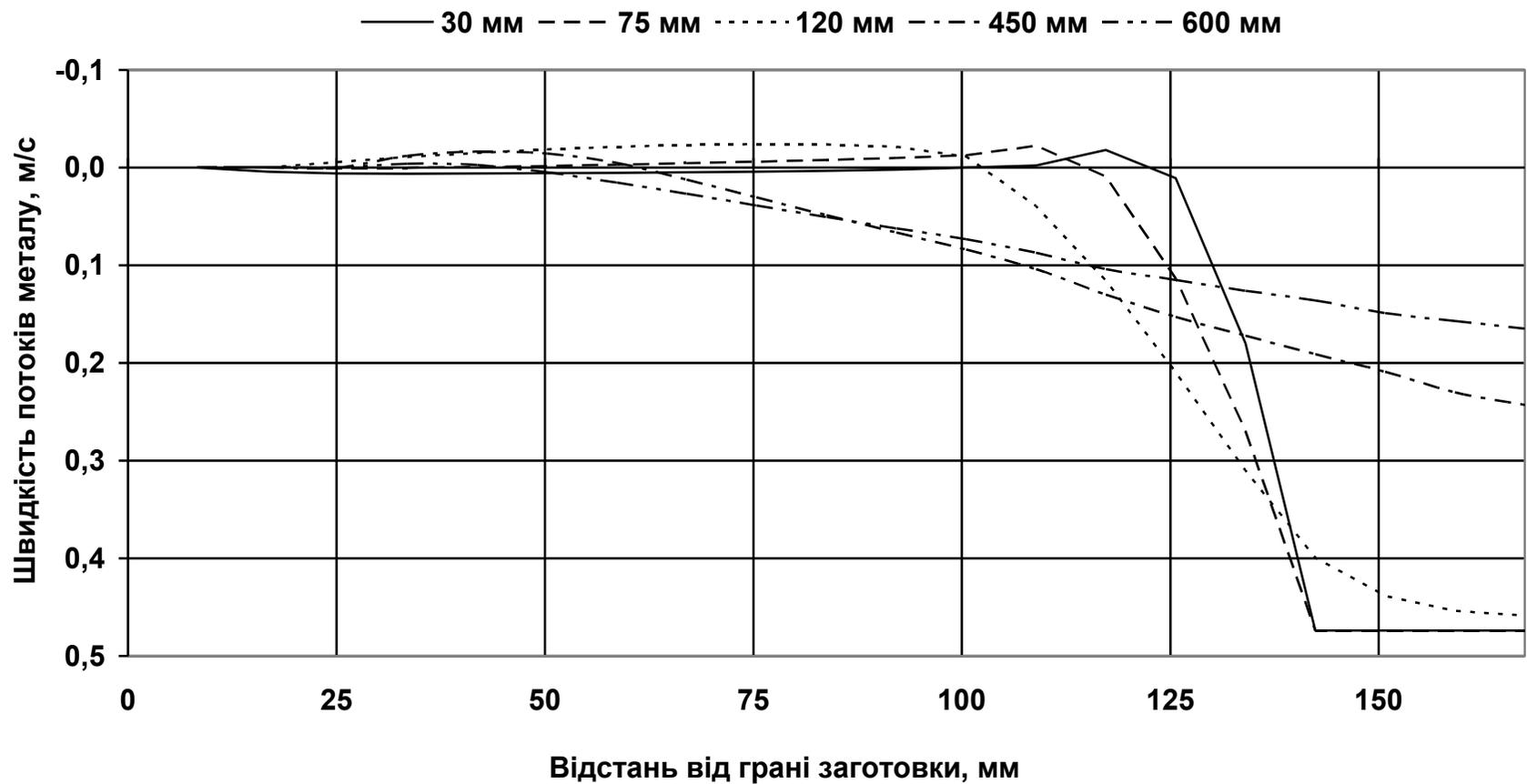


Рис. 4.13. Зміна швидкості потоків металу по поперечному перерізі заготовки на різній відстані від меніска металу в кристалізаторі без подачі газу

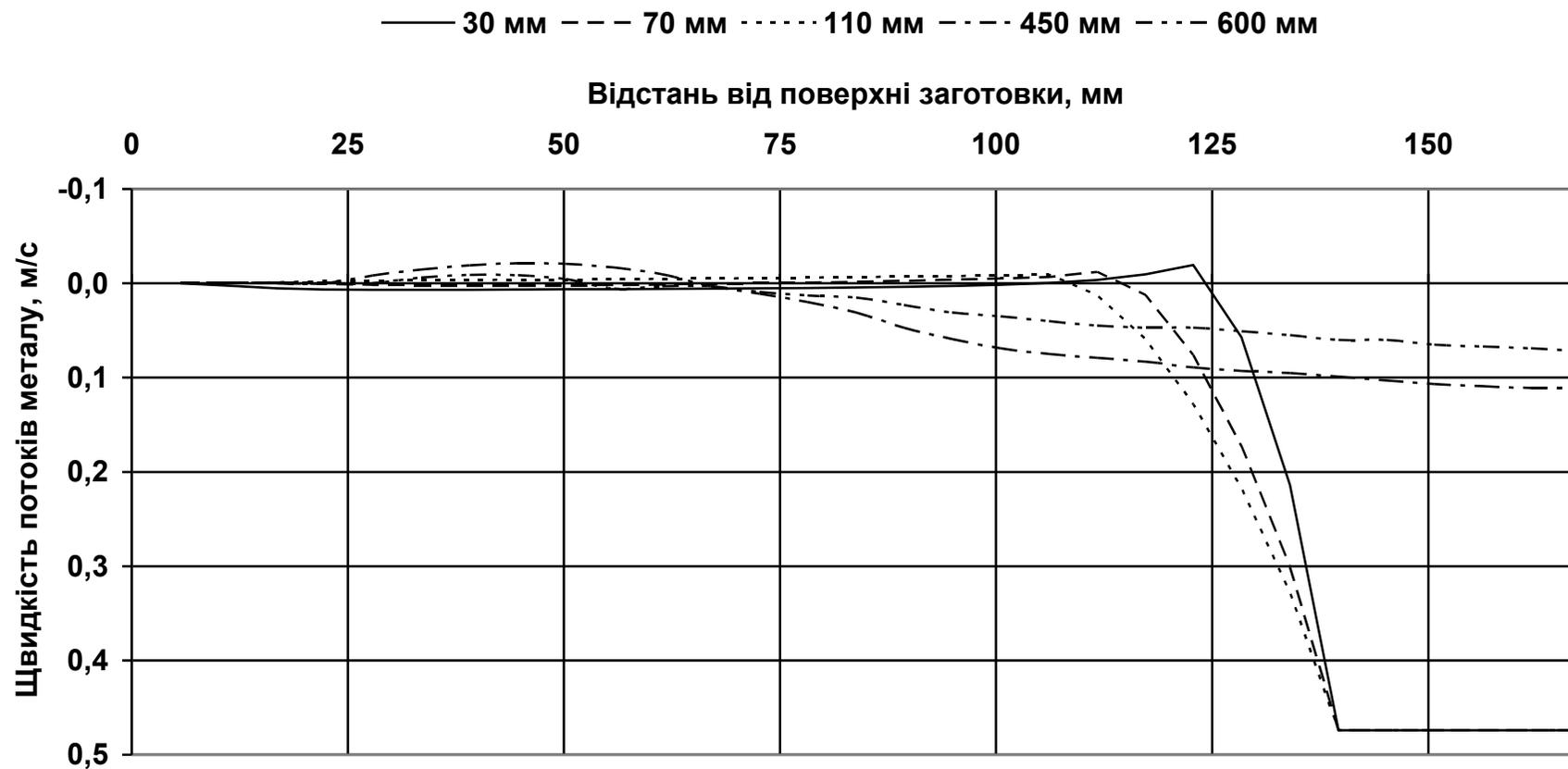


Рис. 4.14. Зміна швидкості потоків металу по поперечному перерізі заготовки на різній відстані від меніска металу в кристалізаторі з подачею газу з витратою $0,002 \text{ м}^3/\text{т}$

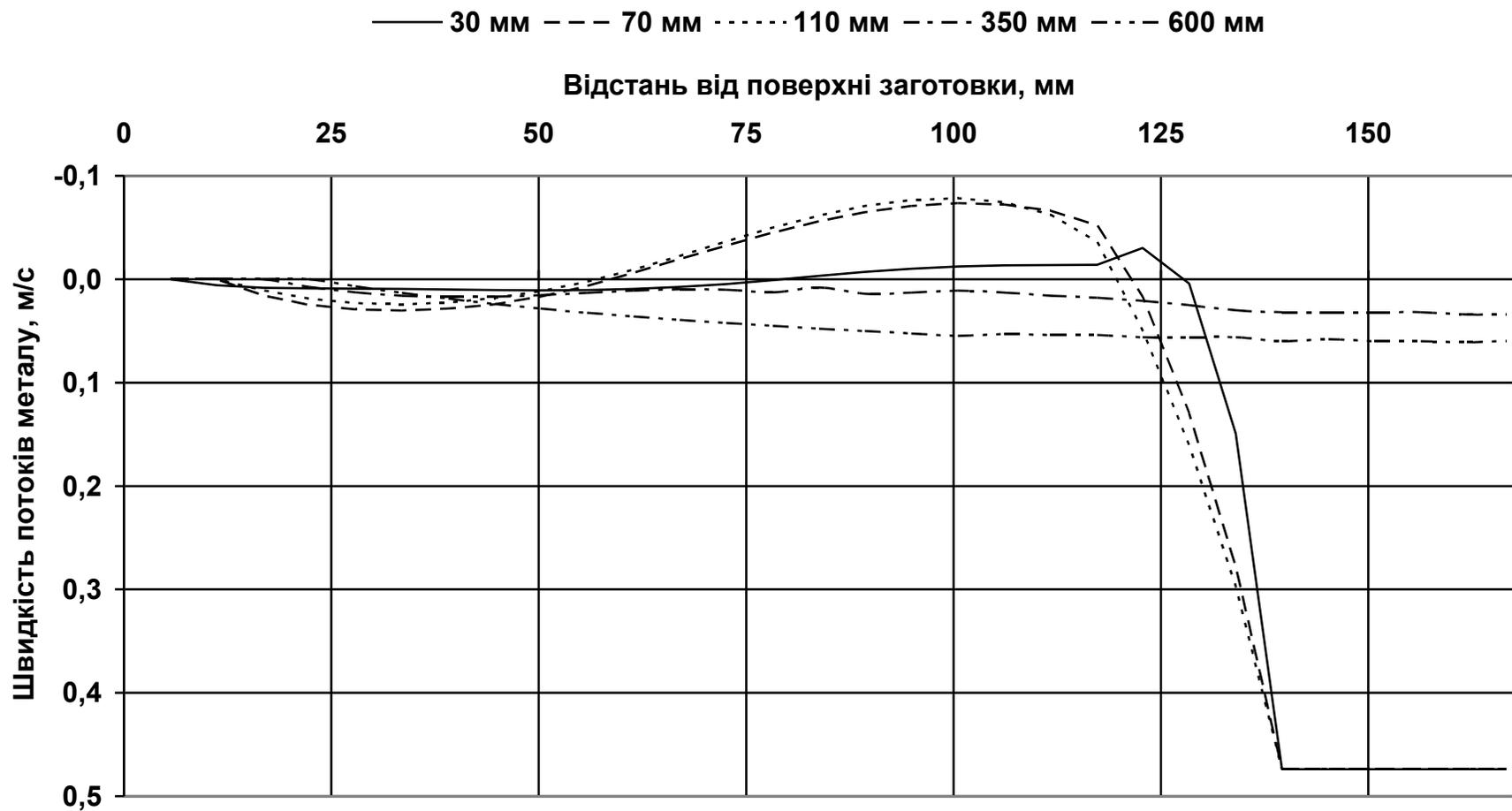


Рис. 4.15. Зміна швидкості потоків металу по поперечному перерізі заготовки на різній відстані від меніска металу в кристалізаторі з подачею газу з витратою $0,009 \text{ м}^3/\text{т}$

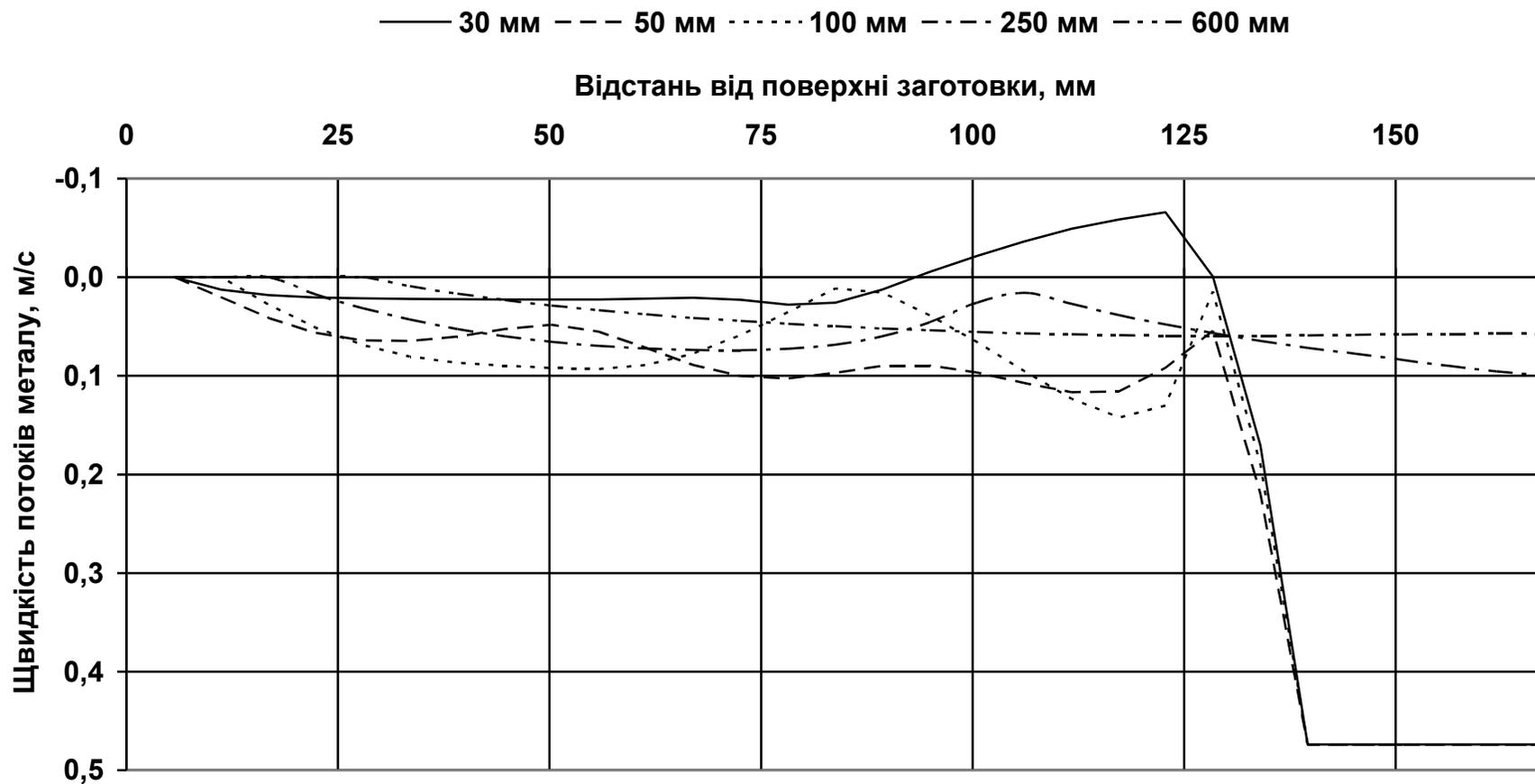


Рис. 4.16. Зміна швидкості потоків металу по поперечному перерізі заготовки на різній відстані від меніска металу в кристалізаторі з подачею газу з витратою $0,017 \text{ м}^3/\text{т}$

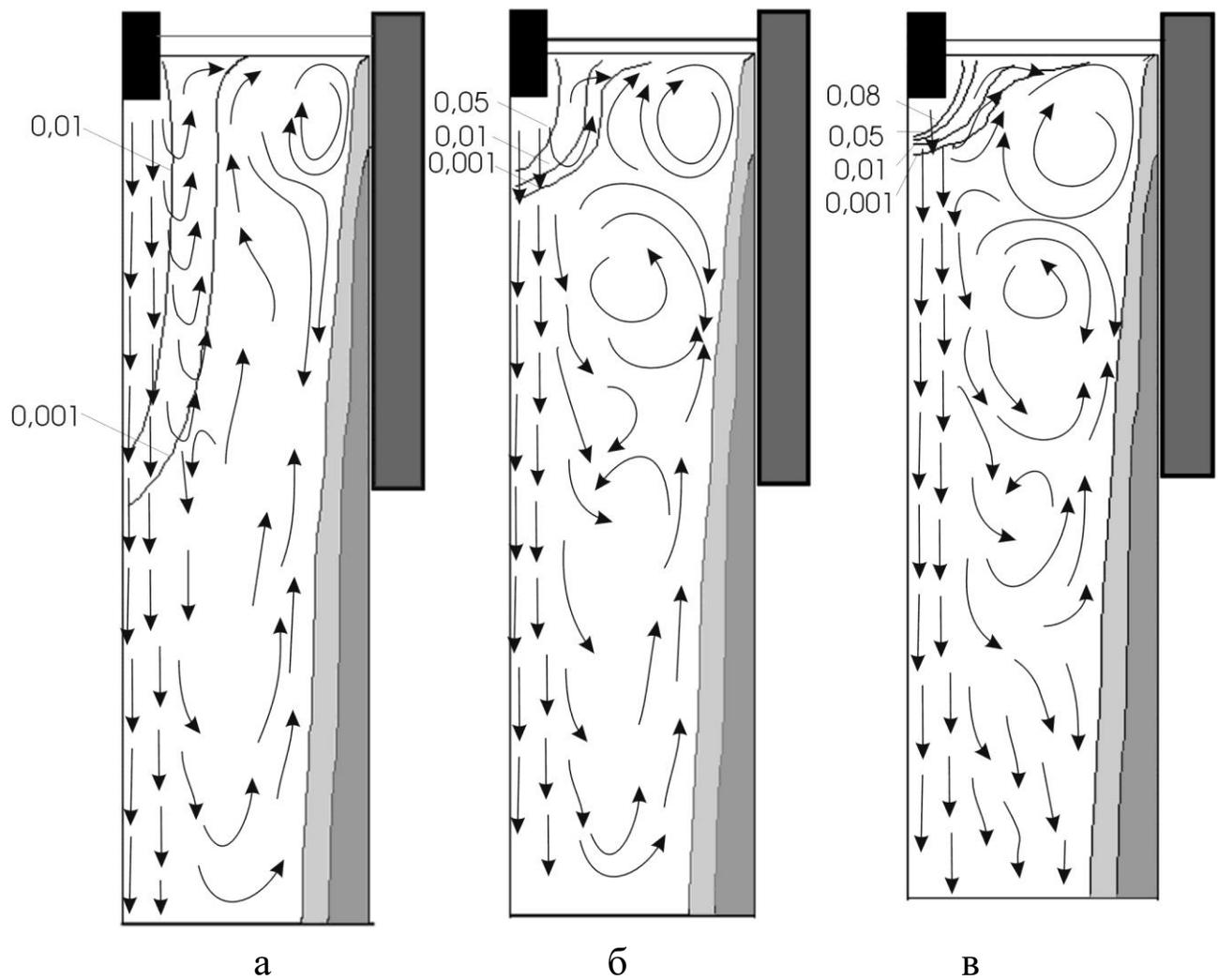


Рис. 4.17. Гідродинаміка металу в кристалізаторі з подачею газу 0,002 (а), 0,009 (б) і 0,017 (в) м³/т

Третя зона циркуляції є найбільш протяжною. Положення її нижньої границі залежить від інтенсивності подачі газу й може простиратися за межі кристалізатора. При збільшенні витрати газу довжина цієї зони зменшується. Так, якщо при витраті газу $0,009 \text{ м}^3/\text{т}$ нижня границя зони знаходиться на глибині близько 1 м, то при витраті $0,017 \text{ м}^3/\text{т}$ – на глибині $\approx 0,8 \text{ м}$.

Таким чином, у результаті комплексу досліджень визначено, що розташування циркуляційних зон, їх швидкісні та температурні характеристики, зміна швидкості наростання твердої оболонки в кристалізаторі по його периметрі і довжині залежать від витрат металу, газу, глибини занурення стакана та співвідношення сторін кристалізатора. За інших рівних умов, збільшення діаметра стакана, витрати газу, збільшення глибини занурення стакана, витрати металу сприяють менш глибокому проникненню потоків рідини в кристалізатор і відповідному збільшенню швидкості розливання завдяки підвищенню товщини та рівнотовщинності твердої кірки на виході з кристалізатора.

Аналіз отриманих даних показав, що в поперечному перерізі кристалізатора виникає ряд горизонтальних вихорів, розташування та інтенсивність яких залежать від витрати металу, газу та профілю кристалізатора. Зміна товщини кірки по периметрі та висоті кристалізатора носить складний характер і визначається швидкісними і температурними характеристиками потоків рідкої сталі. У квадратному кристалізаторі товщина кірки по гранях заготовки рівномірно зменшується в напрямку до їхніх центрів. У кристалізаторі з нерівними стінками метал із трохи меншою швидкістю кристалізується в центрі широкої грані, а також на деякій відстані від центра вузької грані, обумовленою профілем кристалізатора та умовами розливання.

Знайдено, що ріст швидкості кристалізації (м/хв.) залежить від інтенсивності подачі газу в кристалізатор ($Q_g, \text{ м}^3/\text{т}$) по лінійній залежності

$$\Delta V_{крс} = 0,162 Q_g, R = 0,96. \quad (4.87)$$

Нескладні розрахунки показують, що при рості витрати аргону з нуля до його раціонального значення $0,012 \text{ м}^3/\text{т}$ рідкої сталі, що не призведе до оголення дзеркала металу, за рахунок збільшення швидкості кристалізації кірки заготовки і її рівнотовщинності, можливе пі-

дняття швидкості розливання на $\approx 8\%$ (з 0,6 м/хв. до 0,65 м/хв. при перетині заготовки 335x400 мм).

Контрольні питання і завдання

1. Що таке статичні та динамічні математичні моделі?
2. Дайте характеристику динамічних моделей із зосередженими та розподіленими параметрами.
3. Як підрозділяються моделі по методу їхньої побудови?
4. Що таке статистичні математичні моделі? Їхня область застосування.
5. Що таке детерміновані математичні моделі? Їхня область застосування.
6. Що таке змішані математичні моделі? Їхня область застосування.
7. Поясніть принцип лінійності в теорії феноменологічної термодинаміки необоротних процесів.
8. Наведіть закон переносу речовини Фіка.
9. Наведіть закон переносу теплоти Фур'є.
10. Приведіть закон переносу кількості руху Ньютона.
11. Поясніть систему рівнянь переносу двохкомпонентного середовища.
12. Охарактеризуйте рівняння руху двохкомпонентного стисливого середовища.
13. Дайте характеристику рівнянню теплопереноса.
14. Дайте характеристику рівнянню масопереноса.
15. Що таке крайові або граничні умови (умови однозначності)? Їхні різновиди.
16. Лінійні граничні умови першого роду.
17. Лінійні граничні умови другого роду.
18. Лінійні граничні умови третього роду.
19. Лінійні граничні умови четвертого роду.
20. Лінійні граничні умови п'ятого роду.
21. Що таке нелінійні граничні умови?
22. Що таке спеціальні граничні умови?
23. Спеціальні граничні умови першого роду.
24. Спеціальні граничні умови другого роду.
25. Спеціальні граничні умови третього роду.

Контрольні завдання

Згідно запропонованих вихідних даних, застосуйте метод контрольних об'ємів для визначення динаміки розподілу температури по довжині стрижня за наданими варіантами.

Нижче наведена фізико-математичні постановки задачі та запропоновані алгоритми її рішення.

Задача 1.

Моделювання процесу нагрівання стрижня при граничних умовах першого роду

При розгляді цієї моделі зробимо наступні припущення:

1. Стрижень зроблений з однорідного матеріалу, що проводить тепло, теплофізичні характеристики якого постійні і рівні: густина $\rho=7800$ кг/м³, питома теплоємність $c=710$ Дж/(кг·К), коефіцієнт теплопровідності $\lambda=30$ Вт/(м·К).
2. Стрижень теплоізований з боків, тобто теплота поширюється тільки по його довжині – уздовж осі (рис. 4.18).
3. Стрижень термічно тонкий. Це означає, що температура всіх точок у кожному поперечному перерізі стрижня постійна.

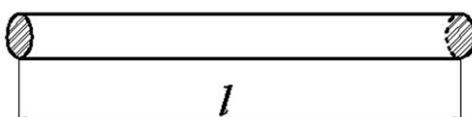


Рис. 4.18. Стрижень

З використанням методу контрольного об'єму потрібно знайти розподіл температури в сталевому стрижні протягом заданого проміжку часу V_k при граничних умовах першого роду. Відомі температури на лівому (t_l , °С) і правому (t_n , °С) кінцях стрижня.

Рішення:

Для рішення поставленої задачі стрижень довжиною l розбиваємо (рис. 4.19) на m рівних об'ємів ($\Delta x \cdot S$) таким чином, щоб $l = \Delta x \cdot m$.

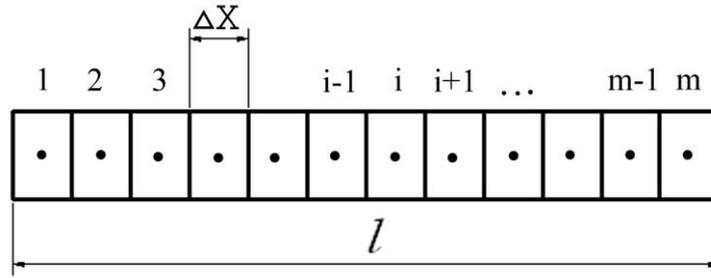


Рис. 4.19. Схема розбивки стрижня на розрахункові елементи

Для внутрішніх точок з координатами $2 \leq i \leq m-1$ запишемо зміну теплоємності i -го об'єму, починаючи з моменту часу $n \cdot \Delta\tau$ до $(n+1) \cdot \Delta\tau$, де $n=0,1,2,\dots$

Рівняння процесу переносу теплоти має вигляд:

$$\rho \cdot S \cdot \Delta x \cdot c \frac{t_i^{n+1} - t_i^n}{\Delta\tau} = \lambda \cdot S \frac{t_{i-1}^n - t_i^n}{\Delta x} - \lambda \cdot S \frac{t_i^n - t_{i+1}^n}{\Delta x}, \quad (4.88)$$

де S – площа поперечного перерізу стрижня, м^2 ; Δx – довжина осередку, м ; $\Delta\tau$ – величина кроку за часом, вибирається з умови стійкості явної різницевої схеми:

$$\Delta\tau \leq \frac{\Delta x^2}{2a}, \quad (4.89)$$

де $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ – коефіцієнт температуропровідності, $\text{м}^2/\text{с}$.

Тоді температура в i -му об'єму на $(n+1)$ -му часовому інтервалі буде дорівнювати:

$$t_i^{n+1} = t_i^n + \frac{a \cdot \Delta\tau}{\Delta x^2} (t_{i-1}^n - 2t_i^n + t_{i+1}^n). \quad (4.90)$$

Температури при $i=2,3,\dots,m-1$ на першому ($n=0$) часовому шарі визначаються так:

$$t_2^1 = t_2^0 + \frac{a \cdot \Delta\tau}{\Delta x^2} (t_1^0 - 2t_2^0 + t_3^0)$$

$$\begin{aligned}
 t_3^1 &= t_3^0 + \frac{a \cdot \Delta \tau}{\Delta x^2} (t_2^0 - 2t_3^0 + t_4^0) \\
 &\dots\dots\dots \\
 t_{m-1}^1 &= t_{m-1}^0 + \frac{a \cdot \Delta \tau}{\Delta x^2} (t_{m-2}^0 - 2t_{m-1}^0 + t_m^0),
 \end{aligned} \tag{4.91}$$

де $t_1^0 = t_n$, $t_m^0 = t_n$. Індекс «0» означає температуру тіла t_0 у початковий момент процесу.

На іншому ($n=1$) часовому інтервалі температури в i -х об'ємах ($i=2,3,\dots,m-1$) будуть обчислюватися аналогічно:

$$\begin{aligned}
 t_2^2 &= t_2^1 + \frac{a \cdot \Delta \tau}{\Delta x^2} (t_1^1 - 2t_2^1 + t_3^1) \\
 t_3^2 &= t_3^1 + \frac{a \cdot \Delta \tau}{\Delta x^2} (t_2^1 - 2t_3^1 + t_4^1) \\
 &\dots\dots\dots \\
 t_{m-1}^2 &= t_{m-1}^1 + \frac{a \cdot \Delta \tau}{\Delta x^2} (t_{m-2}^1 - 2t_{m-1}^1 + t_m^1),
 \end{aligned} \tag{4.92}$$

де $t_1^1 = t_n$, $t_m^1 = t_n$.

Температури $t_2^1, t_3^1, \dots, t_{m-1}^1$ є температурами стрижня, обчисленими на попередньому часовому інтервалі за допомогою формул (4.91).

Аналогічні рівняння записуються для інших часових інтервалів.

З використанням рівнянь, наведених вище, студентам потрібно змодельовати процес нагрівання стрижня при граничних умовах першого роду згідно варіанту, що запропонований викладачем. Вихідні дані до розрахунків наведено в табл. 4.1.

Таблиця 4.1. Вихідні дані до рішення задачі 1

Номера варіантів	Температура в лівому кінці стрижня $t_d, ^\circ\text{C}$	Температура в правому кінці стрижня $t_n, ^\circ\text{C}$	Початкова температура стрижня, $t_0, ^\circ\text{C}$	Довжина стрижня $l, \text{м}$	Час нагрівання, $V_k, \text{с}$	Число вузлових точок, m	Інтервал друкування, $w, \text{с}$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	100	150	20	0,10	600	5	120
2	120	160	22	0,12	660	7	60
3	140	180	24	0,14	720	9	180
4	170	210	26	0,16	780	11	60
5	150	220	30	0,13	840	8	120
6	ПО	200	21	0,15	900	10	180
7	130	170	29	0,17	960	12	60
8	160	190	23	0,20	1080	15	180
9	200	250	25	0,19	1200	14	120
10	180	230	27	0,21	1320	17	120
11	190	240	28	0,22	1380	19	60
12	210	270	31	0,24	1440	22	180
13	170	280	33	0,26	1500	25	60
14	220	260	35	0,28	1560	27	120
15	230	290	37	0,27	1620	26	180
16	240	320	32	0,25	1680	23	60
17	260	300	34	0,23	1740	21	120
18	250	310	36	0,30	1800	29	180
19	270	340	38	0,25	1020	24	60
20	300	400	39	0,22	1140	22	60
21	290	450	42	0,23	1260	24	60

Номера варіантів	Температура в лівому кінці стрижня t_l , °C	Температура в правому кінці стрижня t_n , °C	Початкова температура стрижня, t_0 , °C	Довжина стрижня l , м	Час нагрівання, V_k , с	Число вузлових точок, m	Інтервал друкування, w , с
22	280	470	44	0,27	1920	25	120
23	320	490	46	0,29	1980	31	180
24	350	500	43	0,12	2030	15	120
25	330	650	45	0,17	2100	16	60
26	340	600	15	0,19	2160	12	180
27	370	700	50	0,23	2220	21	60
28	380	750	17	0,27	2280	25	120
29	360	620	18	0,13	2340	15	180
30	390	680	19	0,12	2400	17	240

Задача 2.

Моделювання процесу нагрівання двошарового стрижня при граничних умовах третього роду

При рішенні даної задачі зробимо наступні припущення:

1. Двошаровий стрижень на ділянці довжиною l_1 має теплофізичні характеристики ρ_1, c_1, λ_1 , а на ділянці довжиною l_2 – теплофізичні характеристики ρ_2, c_2, λ_2 (рис. 4.20).
2. Стрижень теплоізований по всій поверхні, крім торця праворуч.
3. Стрижень термічно тонкий.
4. На правому кінці стрижня має місце конвективний теплообмін стрижня з навколишнім середовищем із заданою температурою $t_c, ^\circ\text{C}$, і коефіцієнтом тепловіддачі $\alpha, \text{Вт}/(\text{м}^2 \text{К})$.

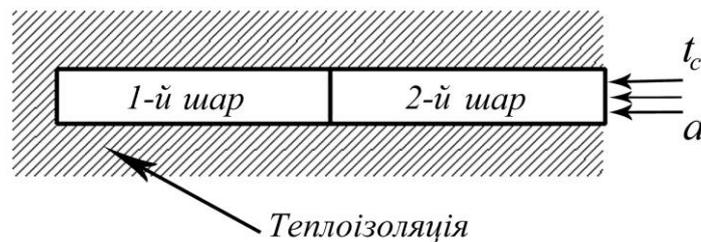


Рис. 4.20. Схема теплоізоляції двошарового стрижня

З використанням методу контрольних об'ємів треба знайти розподіл температур у двошаровому стрижні протягом заданого часу нагрівання V_k при граничних умовах третього роду.

Рішення:

Розбиваємо ділянку стрижня довжиною l_1 на k контрольних об'ємів довжиною Δx_1 , а ділянку l_2 – на $(m-k)$ контрольних об'ємів довжиною Δx_2 . Вузлові точки, як і у попередній задачі, знаходяться в серединах контрольних об'ємів (рис. 4.21).

Вводимо три одномірних масиви теплофізичних характеристик матеріалів стрижня: c_i, λ_i і ρ_i при $1 \leq i \leq m$.

Зазначені характеристики вибираються для кожного з шарів стрижня відповідно до наступних міркувань:

$$\begin{aligned} c_i &= c_1, \lambda_i = \lambda_1, \rho_i = \rho_1 \text{ при } 1 \leq i \leq k; \\ c_i &= c_2, \lambda_i = \lambda_2, \rho_i = \rho_2 \text{ при } k < i \leq m. \end{aligned} \quad (4.93)$$

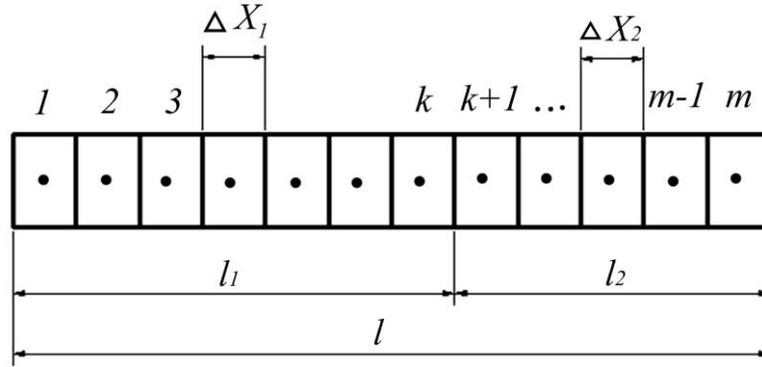


Рис. 4.21. Схема розбивки двошарового стрижня на розрахункові елементи

Крок по довжині стрижня Δx_i вибирається в такий спосіб:

$$\begin{aligned} \Delta x_i &= \frac{l_1}{k} \text{ при } 1 \leq i \leq k; \\ \Delta x_i &= \frac{l_2}{m-k} \text{ при } k < i \leq m. \end{aligned} \quad (4.94)$$

Рівняння балансу теплоти у вузлі з номером $i=1$ має вигляд:

$$\rho_1 \cdot S \cdot \Delta x_1 \cdot c_1 \frac{t_1^{n+1} - t_1^n}{\Delta \tau} = -\lambda_1 \cdot S \frac{t_1^n - t_2^n}{\Delta x_1}. \quad (4.95)$$

З рівняння (4.95) визначаємо температуру в 1-й точці:

$$t_1^{n+1} = t_1^n - \frac{\lambda_1 \cdot \Delta \tau}{c_1 \rho_1 \Delta x_1^2} (t_1^n - t_2^n). \quad (4.96)$$

Рівняння балансу теплоти у вузлі з номером $i=m$ має вигляд

$$\rho_2 \cdot S \cdot \Delta x_2 \cdot c_2 \frac{t_m^{n+1} - t_m^n}{\Delta \tau} = \lambda_2 \cdot S \frac{t_{m-1}^n - t_m^n}{\Delta x_2} - \alpha S (t_m^n - t_c) \quad (4.97)$$

З рівняння (4.97) визначаємо температуру у вузлі з номером m :

$$t_m^{n+1} = t_m^n + \frac{\lambda_2 \cdot \Delta \tau}{c_2 \rho_2 \Delta x_2^2} (t_{m-1}^n - t_m^n) - \frac{\alpha \Delta \tau}{c_2 \rho_2 \Delta x_2^2} (t_m^n - t_c). \quad (4.98)$$

Для внутрішніх вузлових точок з координатами $2 \leq i \leq m-1$ рівняння балансу має вигляд:

$$\rho_1 S \Delta x_i c_1 \frac{t_i^{n+1} - t_i^n}{\Delta \tau} = S \frac{t_{i-1}^n - t_i^n}{\frac{\Delta x_{i-1}}{2\lambda_{i-1}} + \frac{\Delta x_i}{2\lambda_i}} - S \frac{t_i^n - t_{i+1}^n}{\frac{\Delta x_i}{2\lambda_i} + \frac{\Delta x_{i+1}}{2\lambda_{i+1}}}. \quad (4.99)$$

З рівняння (4.99) визначаємо температуру у внутрішніх вузлах з номером i :

$$t_i^{n+1} = t_i^n + \frac{2\Delta \tau}{c_i \rho_i \Delta x_i \left(\frac{\Delta x_{i-1}}{\lambda_{i-1}} + \frac{\Delta x_i}{\lambda_i} \right)} (t_{i-1}^n - t_i^n) - \frac{2\Delta \tau}{c_i \rho_i \Delta x_i \left(\frac{\Delta x_i}{\lambda_i} + \frac{\Delta x_{i+1}}{\lambda_{i+1}} \right)} (t_i^n - t_{i+1}^n). \quad (4.100)$$

Значення коефіцієнта тепловіддачі конвекцією α для усіх варіантів розрахунку будемо приймати рівним $5000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$;

При проведенні розрахунків величина кроку за часом повинна вибиратися з умови стійкості явної різницевої схеми, с:

$$\Delta \tau \leq \min \left\{ \frac{\Delta x_1^2}{2a_1}; \frac{\Delta x_2^2}{2a_2} \right\}. \quad (4.101)$$

З використанням рівнянь, наведених вище, студентам потрібно змоделювати процес нагрівання двошарового стрижня при граничних умовах третього роду згідно варіанту, що запропонований викладачем.

Вихідні дані до розрахунків наведено в табл. 4.2 (всі величини наведені в системі СІ).

Звіт про виконання задач 1 і 2 необхідно оформити згідно свого варіанта в наступній послідовності:

1. Умова задачі.
2. Фізична постановка задачі.
3. Математична постановка задачі.
4. Схема розбивки розрахункової області на розрахункові елементи.
5. Друк програми, складеної на будь-якій алгоритмічній мові.
6. Друк результатів розрахунку в задані проміжки часу.
7. Висновки.

Таблиця 4.2. Вихідні дані до рішення задачі 2

Варіант	Густина 1-го шару	Питома теплоємність 1-го шару	Теплопровідність 1-го шару	Загальне число вузлів, m	Число вузлів 1-го шару k	Довжина 1-го шару	Довжина 2-го шару	Густина 2-го шару	Питома теплоємність 2-го шару	Теплопровідність 2-го шару	Температура навколишнього середовища	Час нагрівання
1	7800	710	30	15	10	0,1	0,05	6900	800	25	1000	600
	7800	710	30	15	10	0,1	0,05	2600	900	220	1000	600
3	6900	800	25	15	10	0,1	0,05	7800	710	30	1000	600
4	2600	900	220	15	10	0,1	0,05	7800	710	30	1000	600
5	7800	710	30	15	10	0,05	0,05	2600	900	220	1000	600
6	7800	710	30	10	5	0,1	0,05	6900	800	25	1000	600
7	7800	710	30	10	5	0,1	0,05	2600	900	220	1000	600
8	7800	710	30	10	5	0,1	0,05	2600	900	220	1000	300
9	7800	710	30	10	5	0,1	0,05	2600	9000	220	1500	300
10	7800	710	30	10	5	0,1	0,05	2600	900	220	500	300
11	3000	1000	2	10	5	0,05	0,05	7800	710	30	1000	300
12	3000	1000	2	15	10	0,05	0,05	7800	710	30	1000	300
13	7800	710	30	15	10	0,05	0,05	3000	1000	2	1000	300
14	7800	710	30	15	10	0,05	0,05	7800	1000	2	1500	600
15	7800	710	30	15	10	0,05	0,05	6900	800	25	1000	600
16	7800	710	30	15	5	0,1	0,05	6900	800	25	1000	600
17	7800	710	30	15	5	0,1	0,05	6900	800	250	1500	300
18	7800	710	30	15	10	0,1	0,05	6900	800	25	1000	300
19	7800	710	30	15	10	0,1	0,05	6900	800	25	1500	600
20	2600	900	220	15	10	0,1	0,05	7800	710	30	1000	600
21	2600	900	220	15	10	0,1	0,05	7800	710	30	1500	300
22	7800	710	30	15	5	0,1	0,05	3000	900	1	1000	600
23	2600	900	220	15	5	0,1	0,05	7800	710	30	500	600
24	6900	800	25	15	10	0,1	0,05	7800	710	30	1000	600
25	7800	710	30	15	10	0,1	0,05	6900	800	25	1000	300
26	7800	710	30	10	5	0,1	0,05	6900	800	25	1000	300
27	6900	800	25	15	10	0,1	0,05	7800	710	30	1500	300
28	2600	900	220	15	10	0,1	0,05	7800	710	300	1000	300
29	7800	710	30	10	5	0,1	0,05	6900	800	25	1500	600
30	7800	710	30	10	5	0,1	0,05	7800	900	2	1500	300

5. ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОЇ ОБРОБКИ ЕКСПЕРИМЕНТІВ І ОПТИМІЗАЦІЇ ЛИВАРНИХ СИСТЕМ*

При проведенні досліджень відомості про хід процесів і стан агрегату або установки одержують шляхом вимірів.

Виміром називається знаходження за допомогою технічних засобів значень деякої фізичної величини. Вимірювана величина порівнюється з одиницею цієї величини, результат множення якої на абстрактне число є знайденим значенням фізичної величини та служить кількісною інформацією про досліджуваний об'єкт.

У металургійних дослідженнях обумовлені величини найчастіше вимірюють за допомогою різних електричних засобів. Вони забезпечують можливість одержання необхідних даних на відстані, у малодоступних місцях; дистанційну передачу інформації; використання автоматизованих систем управління технологічними процесами (АСУ ТП); мають високу чутливість апаратури, малу інерційність, широкий діапазон вимірів та інші достоїнства. Об'єктом виміру служить складний процес, параметри якого в реальних умовах взаємозалежні. Із усього різноманіття фізичних величин, що його характеризують, вибирається окремий параметр, що називається вимірюваною величиною.

Вимірювальний прилад включає три основних вузли, які можуть розміщатися окремо один від одного та з'єднуватися кабелем. Перший з них, датчик, розміщується безпосередньо на об'єкті виміру. Датчики можуть бути контактні і безконтактні. При тривалій експлуатації в умовах агресивних середовищ і високих температур більш надійні безконтактні датчики, однак у багатьох випадках вони дають більші погрішності, що обмежує їхнє застосування. Другий основний вузол приладу – вимірювальний пристрій, що може бути конструктивно відособлений і розміщується на деякій відста-

* Розділ складено з використанням матеріалів робіт [10-15]

ні від вимірюваного об'єкта. Третій вузол – показчик інформації або результату виміру. Він монтується разом з вимірювальним пристроєм або розміщується окремо від нього в місці, відведеному для контролю за процесом. Основними характеристиками приладу є чутливість і точність. Чутливість – розмірна величина, рівна приросту вимірюваного параметра, що викликає зміну показань приладу. Точність – характеристика якості вимірів, що показує близькість до нуля погрешностей їхніх результатів.

5.1. Математична оцінка точності вимірів

Кожне дослідження повинне обов'язково супроводжуватися розрахунком точності отриманих результатів. Без оцінки погрешності дослідження отримані результати можуть бути використані тільки як якісні.

Тут варто розрізняти погрешності вимірів, пов'язані з метрологічним забезпеченням і погрешності, пов'язані з одержанням даних у процесі досліджу.

У першому випадку задача трохи спрощується, оскільки все метрологічне забезпечення повинно постійно перевірятися та відповідні прилади мають установлений клас точності. У другому випадку в силу об'єктивних і суб'єктивних обставин дані, отримані в досліді, завжди відрізняються від істинної величини досліджуваного параметра.

Властивим засобам виміру погрешності розділяють на інструментальні, абсолютні, відносні та приведені.

Інструментальні погрешності пов'язані з недосконалістю вимірювальних приладів і, у першу чергу, датчиків. Вони виникають при поганому налагодженні приладів або незадовільному догляді за ними.

Абсолютні погрешності обчислюються за формулою

$$\Delta x = x - x_D, \quad (5.1)$$

де x – істинне значення вимірюваної величини, x_D – її дійсне значення.

Відносні погрішності обчислюються за формулою

$$\delta = \frac{100\Delta x}{x_D}. \quad (5.2)$$

Приведеною погрішністю називають відношення абсолютної погрішності Δx до значення x_N , що нормує:

$$\gamma = \frac{100\Delta x}{x_N}. \quad (5.3)$$

Найчастіше відносну та приведену погрішності вимірюють в % (цифра 100 у чисельнику формул (5.1) і (5.2)).

За нормуюче значення використовують умовно прийняте значення вимірюваної величини, виражене в тих же одиницях, залежно від ступеня розмірності шкали приладу, положення на ній нульової відмітки та з урахуванням значення модуля різниці меж вимірів. Останнім служить абсолютне значення різниці верхньої та нижньої меж шкали. Якщо нижнім є нуль, то модуль різниці меж виміру збігається з верхньою межею шкали.

Кожну з названих вище погрішностей засобів вимірів, у свою чергу, підрозділяють на основну й додаткову.

Основною погрішністю засобів вимірів називають погрішність при застосуванні цих засобів в умовах, прийнятих за нормальні.

Додатковою погрішністю засобів вимірів вважають погрішність, що виникає в умовах використання даного засобу, що відрізняються від нормальних.

Слід знати, що до використання в експериментальних наукових дослідженнях допускаються лише ті засоби виміру, які пройшли державні випробування або метрологічну атестацію. Державні випробування проходять засоби виміру, що

випускають серійно. Метрологічним атестаціям піддаються або нестандартні засоби вимірів, або виготовлені в одиничних екземплярах і не призначені для серійного виробництва. Результати державних випробувань і метрологічної атестації записуються в технічній документації на засоби вимірів.

Крім державних випробувань і метрологічної атестації, засоби вимірів підлягають перевірці з метою підтвердження їхніх метрологічних характеристик. Перевіркою називають визначення погрішностей засобу вимірів і встановлення його придатності до застосування. Застосування неповірених засобів вимірів *заборонено*.

У процесі проведення досліджень неминучі різні відхилення отриманих значень від істинних. Відхилення обмірюваної величини від точної є помилкою виміру. Помилки вимірів діляться на систематичні, випадкові та промахи.

Систематичні погрішності – помилки, які не змінюються в часі. Причинами їх є неточності градуїровки, зрушення нуля приладу або зсув датчика, а також постійне відхилення від нормальних умов експлуатації засобів вимірів. Систематична помилка важко виявляється, і тому при повторних дослідах помилка повторюється. Систематичні погрішності можуть бути повністю усунуті введенням відповідних виправлень (коректування нуля приладу, умов проведення експерименту і т.д.).

Випадкові помилки відрізняються одна від одної в окремих вимірах на випадкову, невідому нам величину. Наприклад, при вивченні рівноваги між металом і газовою фазою момент установаження рівноваги визначається візуально по появі оксидної фази на поверхні металу, при цьому фіксуються температура поверхні та склад газової фази. Цей момент при тому самому складі металу може визначатися в силу суб'єктивних і об'єктивних факторів по-різному, що й вносить помилку у виміри.

Промахи – це помилки, що виникають через неуважність дослідника.

Варто згадати і про прогресуючі погрішності.

Прогресуючі погрішності повільно змінюються з часом і обумовлені старінням апаратури, приладів, зміною властивостей датчиків у ході експлуатації. Прогресуючі погрішності можуть бути скоректовані введенням виправлення лише на даний момент часу на відміну від систематичних погрішностей, які можна скорегувати один раз на увесь час роботи системи. Тому виправлення на прогресуючі погрішності потрібно вводити періодично і притому тим частіше, чим важливіше виключити їхній вплив.

Методичні погрішності пов'язані з недоліками методу виміру. Причина їхнього виникнення полягає в тому, що вимірюють не потрібну величину, а комплекс величин, куди входить і вимірюваний параметр (зазвичай як основна складова), або величину, що приблизно є потрібним параметром. Найчастіше це роблять, щоб спростити виміри.

Суб'єктивні погрішності виміру викликані індивідуальними властивостями людини, що виконує виміри. До них відносяться неточність визначення шкали, запізнювання в часі визначення виміру, особливості самопочуття експериментатора і т.п.

Математична теорія помилок застосовна тільки до випадкових помилок. Передбачається, що всі систематичні помилки та промахи виключені.

Абсолютна помилка або погрішність ε виражається різницею між точним X і наближеним A значеннями досліджуваної величини: $\varepsilon = X - A$.

Однак зручніше характеризувати результати не абсолютною помилкою, а відносною.

Відносна помилка δ дорівнює відношенню абсолютної помилки виміру до точного значення даної величини:

$$\delta = \frac{100\varepsilon}{A}.$$

Тому що обчислення абсолютної помилки не представляється можливим, задаються межею точності виміру параметра. Наприклад, при вимірі температури абсолютна помилка при використанні оптичного пірометра в області високих

температур буде дорівнювати $\pm 10\text{--}15^\circ\text{C}$, а відносна помилка при 2000°C $0,5\text{--}0,75\%$.

Точність виміру – це найменша зміна, яку можна визначити за допомогою даного приладу або методу із упевненістю в правильності одержуваних результатів.

При вимірах допускають відхилення як у більшу, так й у меншу сторону, тому знак помилки завжди слід писати \pm . При записі результатів виміру варто вказувати величину абсолютної помилки. Якщо дослідник пише результат без наведення помилки, то це означає, що всі знаки є вірними, за винятком останнього, котрий береться з точністю ± 1 .

Знак помилок виміру фізичних величин залишається невідомим. Ми не можемо визначити, чи допускаємо ми помилку у бік зменшення вимірюваної величини або у бік її перебільшення. У зв'язку із цим при всіх вимірах необхідно пам'ятати, що значення ε і δ не можуть бути позитивними або негативними, тому слід писати знак \pm .

Абсолютні помилки є величинами розмірними, їхня розмірність визначається розмірністю вимірюваної величини. Відносні помилки безрозмірні, тому вони дають можливість порівнювати точність вимірів різнорідних параметрів, наприклад таких, як густина, поверхневий натяг, активність та ін.

При оцінці якості вимірів абсолютна та відносна помилки є нерівноправними, тому що відносна помилка залежить від розміру вимірюваної величини A . При одній і тій же абсолютній помилці можна одержати різні по величині відносні помилки, якщо вимірювані величини сильно відрізняються. При одній і тій же величині абсолютної помилки зі збільшенням вимірюваної величини відносна помилка зменшується, тому більш наочною оцінкою якості вимірів служить відносна помилка.

Наявність погрешностей вимірів веде до того, що в ході кожного досліду одержують не істинний результат, а деякий наближений до нього. Інакше кажучи, фізичну величину вимірюють із обмеженим ступенем точності, що залежить від

сумарної погрішності. Чим вище точність виміру, тим ближче до істинного значення вимірювана величина.

У випадку визначення якого-небудь комплексного параметра, на величину якого впливають параметри, визначені з відомими помилками, слід знати, що помилка визначення комплексного параметра складається з модулів помилок параметрів, його визначаючих. Ця помилка називається *абсолютно граничною*. Підсумовування помилок припускає наявність у процесі вимірів найбільш несприятливого випадку, коли всі помилки вимірів мають той самий знак.

Відносна помилка суми в цьому випадку також буде граничною: $\varepsilon_{np} = \pm \frac{|\varepsilon_1| + |\varepsilon_1| + \dots}{A_1 + A_1 + \dots}$. Гранична відносна помилка

суми лежить між найбільшою та найменшою відносними помилками доданків: $\delta_{\max} > \delta_{np} > \delta_{\min}$. Гранична відносна помилка

різниці наближених величин дорівнює $\varepsilon_{np} = \pm \frac{|\varepsilon_1| + |\varepsilon_1| + \dots}{A_1 - A_1 - \dots}$. У цьому випадку можна одержати знач-

ну відносну помилку різниці при малих помилках окремих доданків.

Погрішності в різних елементах вимірювальних систем установлюються при багаторазовій перевірці приладу і являють собою розкид точок щодо якоїсь середньої. Характеристики однотипних приладів і датчиків, що випускають серійно, мають індивідуальні особливості. Тому для підвищення точності вимірів у лабораторних умовах бажано перевірити градуїровку датчиків і вимірювальних приладів, порівнявши їхні показання з показаннями відповідних еталонних приладів або приладів більш високого класу точності. Це питання заслуговує на серйозну увагу при виборі методики дослідження, тому що підвищення точності еквівалентно збільшенню кількості проведених експериментів. У той же час слід враховувати, що для підвищення точності необхідно ускладнювати вимірювальні системи, а це може привести до зниження їхньої надійності. У ряді випадків доцільніше про-

вести більше дослідів, використовуючи менш точну, але більш просту апаратуру, ніж застосовувати високоточні системи. Зазвичай можна задовільнитися вимогою, щоб випадкова помилка не перевищувала половини систематичної помилки. Надійність, з якої бажано встановити довірчий інтервал, не повинна перевищувати 0,95.

5.2. Коротка характеристика випадкових величин

У більшості випадків результат виміру містить як систематичну, так і випадкову складові погрішності. Систематична погрішність вимірів може бути представлена двома складовими: з відомим чисельним значенням і випадковою складовою, чисельне значення якої в багатьох випадках визначити неможливо. Вплив першої з них на точність експерименту можна врахувати введенням відповідних виправлень, тому загальна погрішність вимірів буде визначатися тільки випадковою складовою, розрахунок якої дуже важливий.

Випадкова величина може бути *дискретною* і *безперервною*. Безперервна випадкова величина приймає будь-які значення з інтервалу своєї зміни, дискретні тільки певні значення.

Нехай виконана серія з n експериментів, при цьому безперервна випадкова подія ξ (результат якого-небудь виміру) відбулася n_i раз. Відношення $\frac{n_i}{n}$ називають *частотою події*. При зростанні n відношення $\frac{n_i}{n}$ приймає усе більш стійке значення, тобто стає статистично стійким. Межа, до якого прагне відношення $\frac{n_i}{n}$ при необмеженому зростанні

числа експериментів n , називають *імовірністю випадкової*

$$\text{події } \xi: P\{\xi\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_i}{n}.$$

Сукупність всіх можливих значень випадкової величини в розглянутих умовах являє собою генеральну сукупність. Деяка сукупність цих експериментів, що має місце в дійсних умовах, є *вибіркою*. Число експериментів, що становлять вибірку, представляє її об'єм.

Нехай при вимірах є тільки випадкові погрішності. У цьому випадку результати вимірів будуть випадковою величиною. При обмеженому числі вимірів випадкової величини результат виконаних вимірів наочно представляється у вигляді гістограми.

Побудова гістограми виконується так. Отримані результати розташовуються у вигляді ряду в порядку зростання або убуття абсолютної величини і далі групуються по інтервалах. Число інтервалів визначається по наближеній формулі $k = 1 + 3,21 \lg n$ з округленням результату до найближчого цілого значення. Ширина інтервалу розраховується так:

$$d = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}, \text{ де } x_{\max} \text{ і } x_{\min} - \text{максимальні та мінімальні}$$

значення отриманих результатів.

На горизонтальній осі розмічаються границі інтервалів і над кожним з них будується прямокутник з основою, рівною ширині інтервалу Δx , і висотою, рівною відношенню $\frac{n_i}{n}$, де n_i – число вимірів, що відповідають даному інтервалу

(рис. 5.1). На гістограмі обмірювані значення випадкової величини більш-менш симетрично групуються біля деякого середнього значення, причому більші відхилення від нього зустрічаються рідше, ніж малі. Це обумовлено тим, що при спільній дії великої кількості незалежних факторів погрішності, викликувані ними, мають протилежні знаки і у загальній погрішності компенсуються. Частина цих погрішностей, що не

компенсується, однаковою мірою може бути як позитивною, так і негативною.

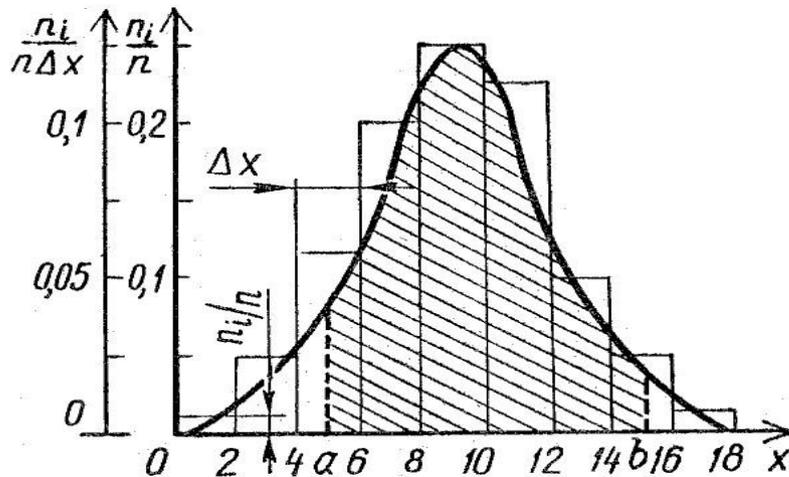


Рис. 5.1. Гістограма та крива розподілу результатів експериментів

При обмеженому числі вимірів виявити які-небудь закономірності на гістограмі важко. Тому кожна гістограма характеризує конкретну серію експериментів. При збільшенні їхнього числа можна одержати усе більш плавні графіки, причому ордината апроксимуючої лінії буде прагнути до ймовірності того, що обмірювана величина буде перебувати у відповідному інтервалі.

Якщо одночасно зі збільшенням числа експериментів зменшувати Δx , а по осі ординат відкладати комплекс $\frac{n_i}{n\Delta x}$, то при $\Delta x \rightarrow 0$ вершини прямокутників зіллються в плавну лінію, що називається *кривою розподілу результатів експериментів* (див. рис. 5.1). Ордината цієї кривої

$P\{\xi\} = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \lim \frac{n_i}{n\Delta x}$ являє собою значення густини розподілу

ймовірностей випадкової величини та характеризує ймовірність того, що обмірювана випадкова величина перебуває в інтервалі від x до $x+dx$. Якщо на горизонтальній осі виділити довільний інтервал $[a, b]$, то площа, укладена під кривою в

цьому інтервалі (див. рис. 5.1), дорівнює ймовірності того, що обмірювана величина перебуває в даному інтервалі (густина розподілу ймовірностей). Математично це виражається

$$\text{рівнянням } F_{\xi}(x) = \int_a^b P(x)dx = P\{a \leq \xi \leq b\}.$$

Функція $F_{\xi}(x)$ зветься *функцією розподілу ймовірностей випадкової величини*. Із густиною розподілу ймовірностей вона зв'язана диференціальним рівнянням $P(x) = \frac{dF_{\xi}(x)}{dx}$.

На відмінність від гістограми, крива розподілу не залежить від числа експериментів і ширини інтервалу. Вона описує не конкретну серію експериментів, а сукупність нескінченного числа вимірів даної величини даним методом. Крива розподілу найбільш повно відбиває умови експерименту та характеризує якість вимірів. При виконанні відзначених вище закономірностей відносно частоти погрешностей протилежних знаків крива розподілу буде симетричною відносно істинного значення вимірюваної величини X .

Важливою характеристикою випадкової величини є її *математичне очікування*. Для безперервних і дискретної випадкової величин математичне очікування визначається ви-

$$\text{раженнями } m_{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} xP(x)dx; m_{\xi} = \sum_{i=1}^n x_i P_i, \text{ де } n - \text{об'єм вибірки}$$

(число експериментів).

Середнє арифметичне значення дискретної випадкової величини характеризується вираженням $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$.

Математичне очікування при однаковій імовірності подій, рівній $\frac{1}{n}$, приблизно дорівнює середньому арифметичному значенню випадкової величини, тобто $m_{\xi} \approx \bar{x}$. При нескінченно великій кількості вимірів ($n \rightarrow \infty$) істинне значення вимірюваної величини X дорівнює середньому арифметичному значенню \bar{x} .

Дисперсія випадкової величини характеризує ступінь розсіювання її щодо математичного очікування. Для безперервної і дискретної випадкової величин дисперсія визначається

ся вираженнями
$$D_{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_{\xi})^2 P(x) dx;$$

$$D_{\xi} = \sum_{i=1}^n (x_i - m_{\xi})^2 P_i.$$

Середнім квадратичним відхиленням випадкової величини називають величину $\sigma = \sqrt{D_{\xi}}$. Дисперсія окремого виміру позначається S^2 і розраховується за формулою ($m_{\xi} = \bar{x}$)

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1},$$

де $f=n-1$ – число степенів свободи, що ха-

рактеризує різницю між числом виконаних вимірів і числом накладених на них зв'язків.

Середнє квадратичне відхилення окремого виміру ви-

значається вираженням
$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}.$$

Для n незалежних випадкових вимірів однієї й тієї ж величини дисперсія середньої арифметичної величини в \sqrt{n} раз менше дисперсії окремого виміру, тобто $\bar{S}(\bar{x}) = \frac{S}{\sqrt{n}}$. Тому

для зменшення випадкової помилки при вимірах шукану величину визначають n раз, мінімально припустиме значення числа експериментів становить 4–5.

В теорії ймовірностей і математичній статистиці користуються декількома законами розподілу випадкової величини. Найбільше часто використовується *нормальний закон Гаусса*, густина розподілу ймовірностей при якому визначається

ся рівнянням $P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}\right]$, де X – істинне значення вимірюваної величини.

Нормальний розподіл має випадкова величина, на яку одночасно впливає велика кількість випадкових факторів, кожний з яких за своїм значенням не перевищує помітно інші.

Оскільки різниця $x-x$ є абсолютною погрішністю виміру випадкової величини Δ , густина розподілу ймовірностей і функція розподілу погрішностей можуть характеризуватися вираженнями

$$P(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\Delta)} \exp\left[-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right];$$

$$F(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\Delta)} \int_{-\infty}^{\Delta} \exp\left[-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right] d(\Delta).$$

Форми кривих $P(\Delta)$ і $F(\Delta)$ для нормального закону Гаусса зображені на рис. 5.2. Функція $P(\Delta)$ у точці $\Delta=0$ має максимум, а точки $\Delta=\pm\sigma$ є точками її перегику. Якщо крива $P(\Delta)$ має гострий пік біля точки $\Delta=0$, по обох сторонах якого спостерігається різкий спад (лінія 1 на рис. 5.2, а), то великі погрішності в експерименті зустрічаються рідко, а експеримент відрізняється високою точністю. Велика ширина піка (лінія 2 на рис. 5.2, а) свідчить про наявність істотного впливу випадкових факторів і низьку точність експерименту. Площа під кривою $P(\Delta)$ дорівнює одиниці, що вказує на ймовірність одержання хоч якого-небудь результату, що має випадкову погрішність.

При перевірці статистичних гіпотез задаються рівнем значимості $q=1-P$, де P – довірна ймовірність виконання гіпотези. Найбільш часто на практиці використовують значення q , рівні 0,05 і 0,02, причому менші значення q відповідають результатам вимірів, отриманим з більш високою ймовірністю. Порівнюючи деяке значення випадкової величини (стати-

стичного критерію), обчислене по вибірці, з табличним значенням цього ж параметра, можна зробити висновок про те, чи може бути прийняті дана гіпотеза або вона повинна бути відкинута. Імовірність прийняття гіпотези буде відповідати заданому рівню значимості. Наприклад, при $q=0,02$ імовірність того, що передбачувана гіпотеза є вірною, становить 98 %. При цьому у двох випадках зі ста можна зробити помилку та відкинути гіпотезу, що насправді може бути вірною.

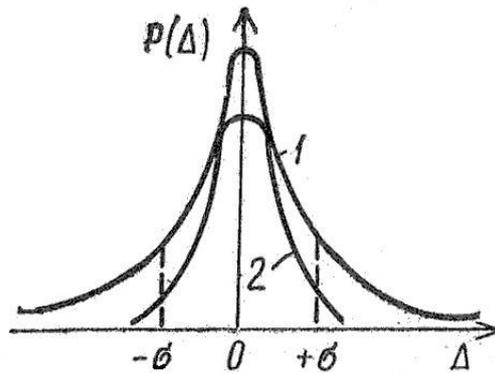


Рис. 5.2. Густина розподілу ймовірностей (а) і функція розподілу погрішностей (б) для нормального закону Гаусса

Критерій Фішера (F -критерій) використовується при перевірці однорідності двох вибірових дисперсій (відтворюваності результатів вимірів). Він являє собою відношення більшої вибіркової дисперсії S_1^2 до меншої S_2^2 – $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$.

Якщо $F < F_T$ (F_T – табличне значення критерію Фішера), то дисперсії S_1^2 і S_2^2 можуть бути віднесені до однієї генеральної сукупності та розбіжність між ними можна прийняти випадковою. При $F > F_T$ дисперсії S_1^2 і S_2^2 значимо відрізняються одна від одної і гіпотеза про їхню однорідність відкидається. Табличне значення критерію Фішера F_T для заданого рівня значимості q і числа степенів свободи $f=n-1$ (n – об'єм вибірки) приводиться у відповідній літературі.

У тому випадку, коли рівні кілька дисперсій, причому одна з них значно перевищує інші, використовується критерій Кохрена. Він являє собою відношення максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій $G = \frac{S_{\max}^2}{\sum_{i=1}^N S_i^2}$, де N – число серій

експерименту (число дисперсій). Критерій Кохрена може бути використаний тільки в тих випадках, коли у всіх точках є однакове число повторних експериментів n .

При $G < G_T$ (G_T – табличне значення критерію Кохрена) порівнювані дисперсії можуть вважатися однорідними і відносяться до однієї сукупності, при $G > G_T$ гіпотеза про їхню однорідність відкидається. Табличне значення критерію Кохрена G_T для заданого рівня значимості визначається з урахуванням числа степенів свободи $f_1 = n - 1$ і $f_2 = N$.

Критерій Ст'юдента (t -критерій) найчастіше застосовується при побудові довірчого інтервалу для математичного очікування випадкової величини. Цей критерій для вибірки визначається рівнянням $t = \frac{X - x}{S} \sqrt{n}$, де n – об'єм вибірки; S – середнє квадратичне відхилення.

Значення критерію Ст'юдента є табличними величинами. Істинне значення результату виміру для заданої довірчої ймовірності знаходиться в межах довірчого інтервалу $\bar{x} - t\bar{S} < X < \bar{x} + t\bar{S}$, де $\bar{S} = \frac{S}{\sqrt{n}}$ – середня квадратична погрішність декількох вимірів випадкової величини в одній і тій же точці.

Критерій Ст'юдента може використовуватися також для визначення необхідного числа експериментів з метою досягнення заданої точності, визначення грубих погрішностей, перевірки умови рівності математичного очікування генеральної сукупності деякому передбачуваному значенню і т.д.

Критерій Пірсона дозволяє по відомій вибірковій дисперсії S^2 визначити інтервал зміни генеральної дисперсії σ^2 .

Довірчі границі для генеральної дисперсії визначаються нерівністю $\frac{n-1}{x_2^2} S^2 < \sigma^2 < \frac{n-1}{x_1^2} S^2$, де x_1 і x_2 – табличні значення критерію Пірсона для заданих значень рівня значимості та числа степенів свободи.

5.3. Виключення грубої погрішності вимірів

При виконанні вимірів бувають випадки, коли отримані результати значно відрізняються від інших результатів виконаної серії вимірів. Це може бути пов'язане як з наявністю певної закономірності зміни вимірюваної величини, так і із грубою погрішністю виміру. Для визначення грубих погрішностей вимірів використовуються кілька методів.

Розглянемо один з найбільш простих методів. Отримані результати вимірів розташовуються в ряд по зростанню абсолютної величини, при цьому першому номеру присвоюється перший індекс (y_1), а останньому – n -й (y_n). Якщо сумнівний результат – величина y_1 , то обчислюється комплекс

$$\alpha = \frac{y_2 - y_1}{y_n - y_1}, \text{ а якщо } y_n, \text{ то } \alpha = \frac{y_n - y_{n-1}}{y_n - y_1}.$$

Порівнюючи отримане значення α табличним α_T , роблять висновок про наявність або відсутність грубої погрішності. Якщо $\alpha > \alpha_T$, то підозрілий елемент виключається з розгляду як груба погрішність. У протилежному випадку він зберігається.

Цей же критерій може використовуватися в тих випадках, коли підозрілими є два найбільших або два найменших

результати виміру. Обчисливши комплекси $\alpha = \frac{y_n - y_{n-2}}{y_n - y_1}$ та

$$\alpha = \frac{y_3 - y_1}{y_n - y_1}$$

і порівнявши їх з табличними значеннями, можна виключити або зберегти підозрілі елементи.

Для визначення грубих погрешностей виміру можна також користуватися критерієм Ст'юдента. Обчисливши значення цього критерію для сумнівного результату та порівнявши його з табличним значенням, можна зробити відповідний висновок. При $|t| > t_T$ і заданих q, f результат експерименту може бути визнаний грубою погрешністю.

5.4. Основи теорії планування експериментів

У науці основним методом одержання інформації є експеримент. Найчастіше він використовується для одержання емпіричної залежності деякої величини y від n незалежних змінних. Традиційна методика експериментування складається в стабілізації незалежних змінних і почерговій зміні кожного з них у певних межах (N значень). У цьому випадку для одержання шуканої залежності потрібно виконати N^n різних експериментів.

Такий метод експериментування – *пасивний*, оскільки дослідник тільки фіксує фактори, що впливають на явище, не маючи можливості цілеспрямовано задавати їх. Варіювання змінних при даному методі є випадковим, а одержувані залежності можуть використовуватися тільки в межах зміни незалежних змінних в експериментах.

Інший недолік пасивного експерименту – велика кількість експериментів, які необхідно виконати навіть при відносно невеликій кількості незалежних змінних. Наприклад, при $n=4$ і $N=4$ треба виконати $4^4=256$ експериментів. Оскільки для одержання достовірних середніх результатів кожен експеримент слід повторити не менш трьох разів, число експериментів збільшується в цьому випадку до 768.

Тому що проведення такої великої кількості експериментів викличе певні труднощі, дослідники змушені штучно обмежувати число експериментів, що досягається завдяки вивченню впливу тільки істотних параметрів, зменшенню числа експериментів при фіксації окремих параметрів і т.д. У

цьому випадку одержувана емпірична залежність неминуче стає грубим наближенням до дійсного явища, а використання її в області, де експерименти не проводилися, дає недостовірні результати. Внаслідок цього при великій кількості факторів, що впливають на результат, пасивний експеримент доцільно проводити тільки для з'ясування фізичної сутності досліджуваного явища.

Ще один істотний недолік пасивного експерименту – неможливість постановки екстремальних досліджень для знаходження найкращих (у певному сенсі) значень різних параметрів. Такі задачі часто виникають при розробці та доведенні досліджуваних систем.

Тому останнім часом практично всі експерименти проводять із використаннями теорії планування експериментів. При використанні цієї теорії експеримент проводиться за певним планом, що представляє собою сукупність даних, які визначають число, умови та порядок реалізації експериментів.

Планування експерименту – це вибір його плану, який задовольняє заданим вимогам (мінімум числа експериментів, мінімум погрішності емпіричної залежності, пошук екстремуму функції й т.д.), у тому числі й при неповному знанні фізичної сутності досліджуваного явища.

При плануванні експериментів широко застосовуються різного роду апріорна інформація про природу досліджуваного явища та статистичні методи відсівання малозначимих факторів. Всі досліджувані параметри в експерименті змінюються одночасно, але по певній, заздалегідь складеній і математично обґрунтованій схемі. Таке планування усуває суб'єктивізм у постановці експериментів, при їхній обробці, аналізі отриманих результатів і створює можливість для одержання порівняльних даних на різних установках. Особливо ефективні методи планування експериментів у випадках, коли має місце спільний вплив декількох фізичних явищ і важко виділити вплив кожного з них на величину, що цікавить.

Математична теорія планування експериментів може з успіхом застосовуватися в обчислювальному експерименті, особливо при використанні чисельних методів рішення. Для металургійних досліджень результати обчислювального експерименту можуть бути представлені в розмірних і безрозмірних одиницях.

5.4.1. Основні поняття й визначення

Фактором (x_i) називається змінна величина, що, за припущенням, впливає на результати експерименту.

Рівнями фактору називаються n фіксованих значень факторів відносно початку відліку.

Факторний простір являє собою простір, координатні осі якого відповідають значенням факторів.

Областю експериментування (планування) називається область факторного простору, де можуть розміщатися точки, що відповідають умовам проведення експериментів.

Функцією відгуку (y) називають спостережувану випадкову величину, за припущенням залежну від факторів.

Поверхня відгуку являє собою геометричне зображення функції відгуку у факторному просторі.

Вивчення форми поверхні відгуку, знаходження оптимальних значень досліджуваних параметрів – основна задача планування експерименту.

Якщо в експерименті виявляється залежність від одного фактору x , то такий експеримент є **однофакторним**.

У випадку впливу декількох факторів на функцію відгуку експеримент буде **багатофакторним**.

При однофакторному експерименті поверхня відгуку являє собою лінію на площині, при двофакторному – геометричну поверхню в тривимірному просторі. При великій кількості факторів ($n > 3$) геометричне зображення функції відгуку стає неможливим.

Істинний вид функції відгуку $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ до експериментів найчастіше невідомий, у зв'язку з чим для ма-

тематичного опису поверхні відгуку використовується рівняння

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{ij=1}^n b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2 + \dots,$$

яке називають *моделлю регресійного аналізу* (регресійною моделлю).

Параметри регресійної моделі називаються *коефіцієнтами регресії* та визначаються експериментально. Вони служать статистичними оцінками невідомих теоретичних коефіцієнтів

$$\beta_0, \beta_i, \beta_{ii}, \beta_{ij}, \quad \text{тобто}$$

$b_0 \rightarrow \beta_0, b_i \rightarrow \beta_i, b_{ij} \rightarrow \beta_{ij}, b_{ii} \rightarrow \beta_{ii}$. У регресійній моделі члени другої степені характеризують кривизну поверхні відгуку. Чим більше кривизна цієї поверхні, тим більше в моделі регресійного аналізу членів вищих степенів.

На практиці найчастіше обмежуються лінійною моделлю

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i .$$

У випадках, коли не можна обмежитися лінійним наближенням, враховуються члени другої степені (квадратична модель):

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{ij=1}^n b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2 + \dots$$

Вибір функції відгуку, факторів та їхніх рівнянь значною мірою визначається інформацією, що є в розпорядженні дослідника до постановки експерименту. Отримана в експерименті регресійна модель процесів повинна бути *адекватною*, тобто відповідати експериментальним даним за обра-

ним критерієм. Адекватність моделі перевіряється за допомогою статистичних методів (див. далі).

В плануванні експерименту використовуються плани експерименту першого та другого порядків – плани, що мають ортогональність і ротатабельність. Перші являють собою плани з двома або більше рівнями факторів і дозволяють знайти роздільні оцінки параметрів регресійної моделі першого порядку, другі – плани з більш ніж двома рівнями факторів для знаходження оцінок параметрів регресійної моделі другого порядку.

Ортогональні плани будуються так, щоб розрахункові операції по визначенню параметрів регресійної моделі зводилися до рішення системи нормальних рівнянь, що має діагональну матрицю. Це дозволяє знаходити коефіцієнти рівняння регресії незалежно один від одного.

Побудова плану завжди переслідує яку-небудь оптимальну мету. Найчастіше в експериментах оптимізується їхня кількість у плані, ступінь використання факторного простору, середня або максимальна дисперсія знайдених коефіцієнтів регресії або результату експерименту. Кожному параметру, що оптимізується, відповідає свій критерій оптимальності, що і визначає вибір найкращого варіанта плану експерименту.

На цей час при виконанні експериментів оптимізується до 200 параметрів і не завжди можливо задовольнити всі вимоги оптимізації одночасно. Наприклад, не можна задовольнити вимозі мінімуму числа експериментів, коли їх більше, ніж число коефіцієнтів рівняння регресії, які підлягають визначенню.

Зайве число експериментів називається **числом степенів свободи (f)**.

Плани, у яких $f=0$, зветься **насиченими**.

Оскільки в таких планах не можна досягти високої точності апроксимації досліджуваного явища регресійною моделлю, вони найчастіше використовуються на етапі попереднього дослідження.

5.4.2. Повний факторний експеримент

Метод повного факторного експерименту являє собою експеримент, план якого містить всі можливі комбінації всіх факторів, що повторюються на кожному рівні n однакове число раз (для N рівнів число цих комбінацій дорівнює N^n). Найбільш широко застосовується планування на двох рівнях, у якому число реалізацій становить 2^n . Знаходження регресійної моделі явища методом повного факторного експерименту містить у собі наступні основні етапи:

1. Вибір основних факторів та інтервалів їхнього варіювання.
2. Складання плану експерименту.
3. Виконання експериментального дослідження.
4. Перевірка відтворюваності дослідних даних.
5. Одержання регресійної моделі явища та перевірка статистичної значимості коефіцієнтів регресії.
6. Перевірка адекватності отриманої регресійної моделі.

За фактори, що визначають досліджуване явище, вибираються контрольовані та незалежні змінні, які мають найбільш сильний вплив на шукану величину. З'ясування їх виконується на основі попередніх відомостей про сутність даного явища (гіпотеза, аналітичні або раніше проведені експериментальні дослідження й т.д.) або проведення спеціальних «експериментів, що відсівають».

Кожен фактор має певний діапазон змін, усередині яких він приймає дискретні або безперервні значення.

Область визначення фактору являє собою сукупність всіх значень, які може приймати даний фактор.

Із цих значень експериментатором вибирається інтервал зміни параметрів, у межах якого ставиться дослідження. Цей інтервал повинен задовольняти умові одержання найкращих результатів.

Розмах варіювання факторів являє собою різницю між максимальним і мінімальним значеннями фактору в даному плані.

Інтервалом варіювання факторів називають половину розмаху варіювання факторів.

Основним рівнем фактору є натуральне значення фактору, що відповідає нулю в безрозмірній шкалі. Додаток інтервалу до основного рівня дає верхній, а вирахування – нижній рівні фактору. З метою спрощення масштаби по осях вибираються так, щоб основний рівень відповідав нулю, верхній – плюс одиниці, а нижній – мінус одиниці. Для факторів з безперервним характером зміни це досягається кодуванням за формулою $x_i = \frac{(\tilde{x}_i - \tilde{x}_{i0})}{\Delta\tilde{x}_i}$, де x_i – кодоване значення фактору; \tilde{x}_i – його натуральне значення; \tilde{x}_{i0} – основний натуральний рівень фактору; $\Delta\tilde{x}_i$ – інтервал варіювання фактору в натуральних одиницях; i – номер фактору.

Для приклада розглянемо план експерименту для одержання регресійної моделі при варіюванні факторів на двох рівнях (мінімально необхідне число рівнів фактору повинне бути на одиницю більше порядку регресійної моделі). Число необхідних експериментів у цьому випадку буде 2^n , а регресійна модель для трьох факторів ($n=3$) має вигляд

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3$$

Такий вид рівняння дозволяє виявити не тільки вплив окремих факторів на шукану величину, але й спільний вплив їхньої комбінацій (ефект взаємодії). Матриця планування для трьох факторів наведена в табл. 5.1. Кожен стовпець її називається вектором-стовпцем, а кожен рядок – вектором-рядком. Для спрощення обробки дослідних даних у матрицю планування уведений фіктивний фактор x_0 , що приймає єдине значення, рівне +1 (у табл. 5.1 для стислості запису одиниця опущена).

Таблиця 5.1. Матриця планування для трьох факторів

Номер експерименту	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y
1.	+	-	-	-	+	+	+	-	1
2.	+	+	-	-	-	-	+	+	2
3.	+	-	+	-	-	+	-	+	3
4.	+	+	+	-	+	-	-	-	4
5.	+	-	-	+	+	-	-	+	5
6.	+	+	-	+	-	+	-	-	6
7.	+	-	+	+	-	-	+	-	7
8.	+	+	+	+	+	+	+	+	8

При побудові планів використовується ряд прийомів. Один з них оснований на правилі чергування знаків: у першому стовпці знаки чергуються по черзі, у другому – через два, у третьому – через чотири, у четвертому – через вісім і т.д. Інший прийом зводиться до послідовного добудовування матриці: при додаванні нового фактору повторюється комбінація рівнів вихідного плану спочатку при значенні нового фактору на верхньому рівні, а потім – на нижньому.

При виконанні дослідження в кожній точці плану проводиться m паралельних експериментів ($m=2-4$) з наступним осередненням отриманих результатів, що дозволяє зменшити в \sqrt{m} раз погрішність визначення регресійної моделі в даній точці. Таким чином, дослідження ділиться на m серій експериментів.

У кожній серії експериментів їхня послідовність *рандомізується*, тобто за допомогою таблиці випадкових чисел визначається випадкова послідовність реалізації експериментів. Рандомізація дає можливість звести ефект деякого не випадкового фактору до випадкової погрішності.

На основі виконаних експериментів знаходять коефіцієнти регресії (при $n=3$ їх вісім). Для цього найчастіше використовується метод найменших квадратів і мінімізується сума квадратів відхилень розрахункових значень шуканої величини y від спостережуваних в експерименті. Для будь-

якого числа факторів розрахункова формула має такий вигляд (оскільки план ортогональний, всі коефіцієнти визначаються незалежно): $b_i = \frac{1}{k} \sum_{v=1}^k x_{iv} y_v$, де k – загальне число експериментів; x_{iv} – значення змінної u у відповідному стовпці y ;

$\bar{y}_v = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_{vj}$ – значення функції відгуку u у фіксованій точці плану; m – число повторних експериментів у точках плану.

Формула, записана для b_i , може бути також використана для розрахунку коефіцієнта b_0 ($i=0$). Для цього використовується стовпець фіктивного фактору в табл. 5.1.

Щоб одержати модель регресійного аналізу в натуральних значеннях факторів, необхідно далі замість x_i підставити їхні значення відповідно до формули перетворення (кодування).

Отримана регресійна модель явища піддається статистичній оцінці. Перевірка значимості коефіцієнтів регресії виконується на основі критерію Ст'юдента, перевірка адекватності регресійної моделі – за критерієм Фішера, а перевірка відтворюваності дослідних даних – з використанням критерію Фішера або Кохрена. Докладно ці питання розглядаються в наступному параграфі.

5.4.3. Статистичний аналіз результатів експериментів

Отримані в процесі факторного експерименту і його наступної обробки результати, а також регресійна модель явища піддаються статистичному аналізу, що дозволяє переконатися в їхній вірогідності, оцінити точність, а в ряді випадків витягти з експерименту додаткову інформацію про сутність досліджуваного явища.

Перевірка відтворюваності експериментальних даних здійснюється на основі перевірки однорідності вибірко-вих дисперсій. При відомих значеннях y_v для кожної точки плану експерименту обчислюються порядкові дисперсії за

формулою $S_v^2 = \frac{1}{m} \sum (y_i - \bar{y}_v)$, де m – число повторюваних вимірів у кожній точці плану.

Перевірка однорідності отриманих дисперсій виконується з використанням критерію Фішера або Кохрена. При цьому варто мати на увазі, що використання критерію Фішера при числі дисперсій більше двох неефективно, оскільки в оцінці беруть участь тільки найбільша та найменша дисперсії. Критерій Кохрена придатний для тих випадків, коли число повторних експериментів у всіх точках плану однаково. Тому він частіше застосовується при перевірці однорідності порядкових дисперсій.

Для розглянутого випадку експериментальне значення критерію Кохрена визначається відношенням $G = \frac{S_{v \max}^2}{\sum_{v=1}^k S_v^2}$, по-

рівнявши яке із критичним значенням $G_{кр}$, можна зробити відповідні висновки. Якщо $G < G_{кр}$ для обраних рівня значимості та числа степенів свободи, то гіпотеза про однорідність порядкових дисперсій S_v^2 приймається. Далі можна обчислити середню дисперсію відтворюваності одиничного результату $S^2\{y\} = \frac{1}{k} \sum_{v=1}^k S_v^2$, що являє собою середню арифметичну величину з k дисперсій різних варіантів експерименту.

Можна також визначити середню для всього експерименту дисперсію відтворюваності середнього значення величини y за формулою $S^2\{\bar{y}\} = \frac{S^2\{y\}}{m}$.

Перевірка значимості коефіцієнтів регресійної моделі виконується незалежно для кожного коефіцієнта з використанням t -критерію Ст'юдента. Спочатку розраховується дисперсія окремого коефіцієнта регресії. При рівномірному дублюванні експериментів у всіх точках плану з m повторю-

ваними експериментами вона визначається вираженням

$$S^2 \{b_i\} = \frac{S^2(y)}{m}.$$

Далі розраховується експериментальне значення критерію Ст'юдента за формулою $t_i = \frac{|b_i|}{\sqrt{S^2 \{b_i\}}}$.

Якщо $t_i < t_{кр}$ для обраного рівня значимості й числа степенів свободи, то коефіцієнт b_i визнається значимим, у протилежному випадку – статистично незначущим ($b_i=0$). Після перевірки значимості всіх коефіцієнтів складається регресійна модель явища, що зв'язує шуканий параметр y зі змінними x_i і включає в себе тільки значимі коефіцієнти регресії.

Статистична незначимість коефіцієнта регресії може бути обумовлена великою погрішністю експерименту внаслідок впливу неконтрольованих і некерованих факторів, малим інтервалом варіювання фактору $\Delta \tilde{x}_i$, відсутністю функціонального зв'язку даної змінної (добутку змінних) з величиною y . В окремих випадках статистична незначимість коефіцієнта регресії може бути пов'язана з тим, що основний рівень фактору \tilde{x}_{i0} близький до точки часткового екстремума по змінній x_i . Залежно від конкретної причини необхідно прийняти міри до зменшення погрішності експерименту, збільшенню інтервалу варіювання фактору або стабілізації фактору на певному рівні.

Чим більше за абсолютним значенням коефіцієнт регресії, тим більш сильний вплив має він на величину y у заданому інтервалі варіювання факторів. У випадку, якщо $b_i > 0$, збільшення x_i приводить до зростання y і навпаки. Значимість коефіцієнта регресії при добутку факторів свідчить про те, що дія одного з них залежить від рівня, на якому перебуває інший фактор.

Перевірка адекватності регресійної моделі. Отриману в результаті факторного експерименту регресійну модель явища слід перевірити на адекватність – відповідність мате-

матичної моделі та експериментальних даних з необхідним ступенем точності. Перевірка гіпотези про адекватність моделі здійснюється на основі оцінки відхилення величини \hat{y} , розрахованої по регресійному рівнянню, від результатів експериментального визначення у різних точках простору.

При рівному числі повторюваних експериментів у кожній точці плану дисперсія адекватності визначається вираженням $S_a^2 = \frac{m}{kr} \sum_{v=1}^k (\hat{y} - \bar{y}_v)^2$, де r – число значимих коефіцієнтів у регресійній моделі.

Перевірка гіпотези адекватності моделі проводиться з використанням критерію Фішера, що для розглянутих умов розраховується за формулою $F = \frac{S_a^2}{S^2\{y\}}$, де $S^2\{y\}$ – дисперсії відтворюваності.

Якщо $F < F_T$ для обраних рівня значимості та числа степенів свободи $f_a = k - 2$ і $f_a = k(m - 1)$, то регресійна модель визнається адекватною реальному явищу та може застосовуватися в практичних розрахунках.

Перевірка адекватності регресійної моделі, як видно з наведених формул, можлива тільки при $f_a > 0$. У випадку, коли $k = r$ ($f_a = 0$), адекватність моделі перевіряється різницею $b_0 - \bar{y}_0$. Якщо дана різниця значима, то це вказує на неадекватність лінійної моделі, а також моделі, що містить взаємодії факторів.

5.5. Основи оптимізації ливарних систем

У багатьох випадках перед дослідником ставиться задача не тільки виявити характер зв'язків між вхідними та вихідними змінними того або іншого об'єкта, але також знайти оптимальне сполучення входів (факторів), при якому відгук об'єкта (параметр оптимізації) у досягає свого екстремального значення (мінімуму або максимуму):

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) = f(X) \rightarrow \min(\max),$$

де X – вектор входів.

Графічна інтерпретація задачі оптимізації об'єкта $y = f(x_1, x_2) \rightarrow \max$ при двох входах (факторах) x_1 і x_2 представлена на рис. 5.3. Тут точки A і $y_i = f(A)$ характеризують початковий стан об'єкта, замкнуті криві в горизонтальній площині – контури однакового рівня y ; E – точка оптимального сполучення факторів (відповідна максимальному значенню $y_{\max}=100\%$). Траєкторія кроків руху до оптимуму у факторному просторі позначена стрілками.

Існує багато методів оптимізації, починаючи від найпростіших і аж до таких, які чекають від дослідника певної підготовки. У рамках дійсного посібника ми розглянемо лише деякі з них, причому добірка методів здійснена з урахуванням практичної застосовності до задач оптимізації в області металургії і, насамперед, ливарного виробництва.

Оптимальний варіант завжди вибирають у відповідності з деяким критерієм, який дозволяє кількісно порівнювати можливі варіанти рішення задачі. Такий критерій має назву критерію оптимальності. Його значення залежить від значення проектних параметрів, тобто незалежних величин, що повністю та однозначно визначають поставлену задачу. За критерій оптимальності може виступати, наприклад, маса виробу, що проектується, а за проектні параметри – його габаритні розміри.

Залежність критерію оптимальності від проектних параметрів описується цільовою функцією. Ті проектні параметри, при котрих цільова функція має максимальне або мінімальне (у залежності від умов задачі) значення, є оптимальними параметрами. Так, наприклад, якщо критерій оптимальності означає техніко-економічну вигоду (продуктивність, прибуток, ККД і таке інше), то оптимальними вважаються параметри, які забезпечують максимум цільової функції – вирішується задача максимізації; якщо критерій оптимально-

сті показує втрати (витрата палива, вартість матеріалу, що обробляється, окисленість металу й т.і.), то оптимальними вважаються параметри, що забезпечують мінімум цільової функції – вирішується задача мінімізації. Вони і визначають найкращий (оптимальний) варіант рішення проектної задачі.

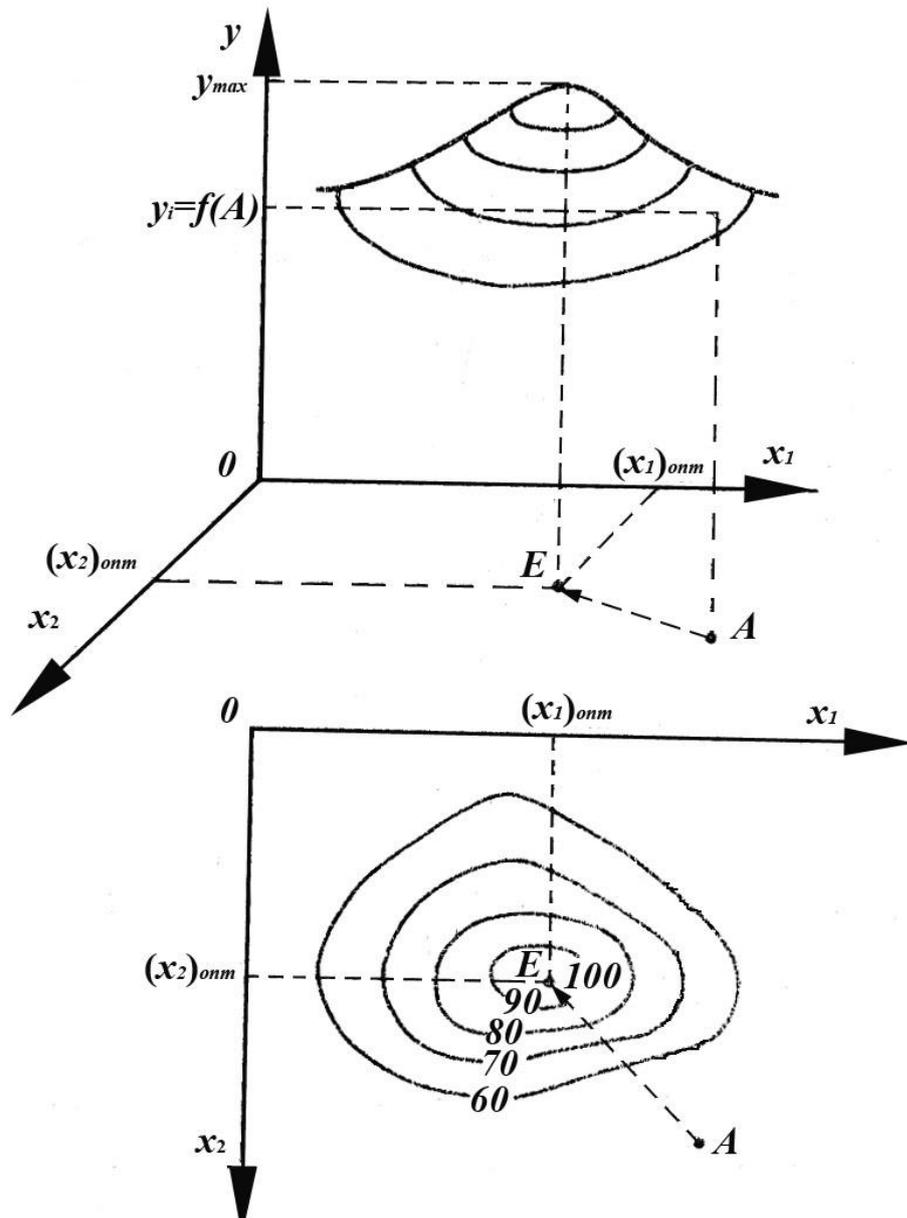


Рис. 5.3. Геометричне подання задачі оптимізації

Таким чином, проблема оптимізації має два аспекти:

- треба поставити задачу, тобто звести словесний опис задачі до математичної задачі визначення екстремуму (мінімуму або максимуму) цільової функції;
- необхідно вирішити задачу, яка вже має математичне формулювання, тобто задачу знаходження екстремуму.

При постановці задачі оптимізації треба мати на увазі, що на зміну проектних параметрів можуть бути накладені обмеження у вигляді рівностей або нерівностей, що відображають закони природи або вимоги завдання на проектування. Наприклад, якщо за проектний параметр виступає температура газів у печі t_{Γ} , то природним є обмеження $t_{\Gamma} < t_{\text{доп}}$, де допустима температура $t_{\text{доп}}$ визначається термостійкістю вогнетривкої кладки (при $t_{\Gamma} > t_{\text{доп}}$ кладка може зруйнуватися). У випадку, коли за проектний параметр виступає висота виробу H , природним є обмеження $H > 0$. Якщо деяке обмеження-рівність може бути вирішено відносно одного з параметрів, то це дозволяє виключити даний параметр з процесу оптимізації і тим самим знизити вимірність задачі оптимізації.

Проілюструємо методику постановки задач оптимізації наступним прикладом.

Приклад. Сформулювати задачу оптимізації конструкції надлива, який має форму прямого конуса без дна (рис. 5.4). Об'єм контейнера $V=1 \text{ м}^3$. площа його поверхні має бути мінімальною.

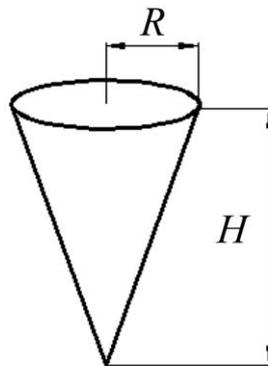


Рис. 5.4. Ескіз надлива

Рішення.

Проектними параметрами є розміри надлива R і H . Критерій оптимальності, згідно умови задачі, – мінімальна площа його поверхні, яка визначається площею бокової поверхні надлива. Отже, необхідно підібрати такі розміри конуса R і H , щоб його бокова поверхня при заданому об'ємі була найменша. Враховуючи відомі геометричні відношення, цільову функцію запишемо у вигляді

$$F(R, H) = S_{\text{бок}} = \pi R \sqrt{R^2 + H^2}.$$

Знаходимо об'єм надлива (згідно з умовою задачі $V=1 \text{ м}^3$), який залежить від проектних параметрів R і H :

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H.$$

Виразимо з цього рівняння параметр H через R :

$$H = \frac{3V}{\pi R^2},$$

і підставимо отриманий вираз у цільову функцію.

$$F(R) = \pi \sqrt{R^4 + \left(\frac{3V}{\pi R}\right)^2},$$

тобто цільова функція тепер залежить тільки від одного проектного параметру, що значно спрощує задачу оптимізації. Очевидно, що значення параметру R повинне бути більше за нуль.

Остаточо, математичне формулювання задачі має вигляд:

мінімізувати цільову функцію $F(R) = \pi \sqrt{R^4 + \left(\frac{3V}{\pi R}\right)^2}$.

Обмеження: нерівність $R > 0$, рівність – немає.

У випадку, коли на параметр R накладено більш жорстке обмеження (наприклад $0,7 < R < 1,0$), формулювання задачі має вигляд:

мінімізувати цільову функцію $F(R) = \pi \sqrt{R^4 + \left(\frac{3V}{\pi R}\right)^2}$.

Обмеження: нерівність $0,7 < R < 1,0$, рівність – немає.

У зв'язку з накладеними обмеженнями на параметр R оптимальне значення цільової функції може бути не там, де вона має екстремум, а на межі області допустимих значень параметру.

5.5.1. Оптимізація однофакторних систем

Метод дихотомії.

Метод дихотомії – один з самих простих способів пошуку екстремуму. Згідно цього методу на i -ому кроку розраховуються два значення: x_{1i} , та x_{2i} на відстані $\varepsilon/2$ праворуч і ліворуч від середини інтервалу неозначеності, тобто

$$x_{1i} = \frac{a_i + b_i}{2} - \frac{\varepsilon}{2}, \quad x_{2i} = \frac{a_i + b_i}{2} + \frac{\varepsilon}{2}, \quad (5.4)$$

де a_i, b_i – межі інтервалу неозначеності на i -ому кроку; ε – точність визначення x , яка задана.

Обчисливши $F(x_{1i})$ та $F(x_{2i})$ і порівнявши отримані значення (рис. 5.5), знайдемо новий інтервал неозначеності:

$$\begin{aligned} \text{якщо } F(x_{1i}) < F(x_{2i}), \text{ тоді } a_{i+1} &= a_i, \quad b_{i+1} = x_{2i}; \\ \text{якщо } F(x_{1i}) = F(x_{2i}), \text{ тоді } a_{i+1} &= x_{1i}, \quad b_{i+1} = x_{2i}; \\ \text{якщо } F(x_{1i}) > F(x_{2i}), \text{ тоді } a_{i+1} &= x_{1i}, \quad b_{i+1} = b_i. \end{aligned} \quad (5.5)$$

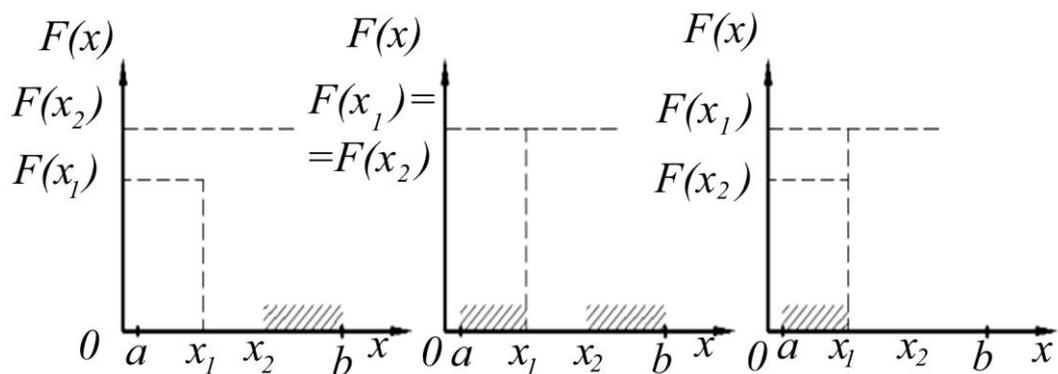


Рис. 5.5. Визначення області подальшого пошуку (заштрихована область відкидається)

У новому інтервалі неозначеності знову визначаємо координати x_{1i} і x_{2i} та продовжуємо пошук до тих пір, доки довжина інтервалу неозначеності не стане менше 2ε , тобто доки не виконається умова:

$$|b_i - a_i| < 2\varepsilon. \quad (5.6)$$

Точкою мінімуму буде та з точок x_{1i} , або x_{2i} , значення функції в якій менше. Похибка обчислення мінімуму при цьому не перевищує ε . При достатньо малому ε на кожному кроці довжина інтервалу неозначеності зменшується приблизно в 2 рази; для виконання i -го кроку необхідно обчислити значення цільової функції $F(x)$ у двох точках.

За приклад на рис. 5.6 наведена блок-схема реалізації методу дихотомії.

Метод золотого перетину.

Метод золотого перетину є розвитком методу дихотомії. У цьому методі значення x_{1i} , та x_{2i} на i -ому кроку розташовуються також симетрично відносно центру інтервалу неозначеності, але з урахуванням коефіцієнту пропорційності φ :

$$x_{1i} = a + \varphi(b_i - a_i), \quad x_{2i} = a - \varphi(b_i - a_i), \quad (5.7)$$

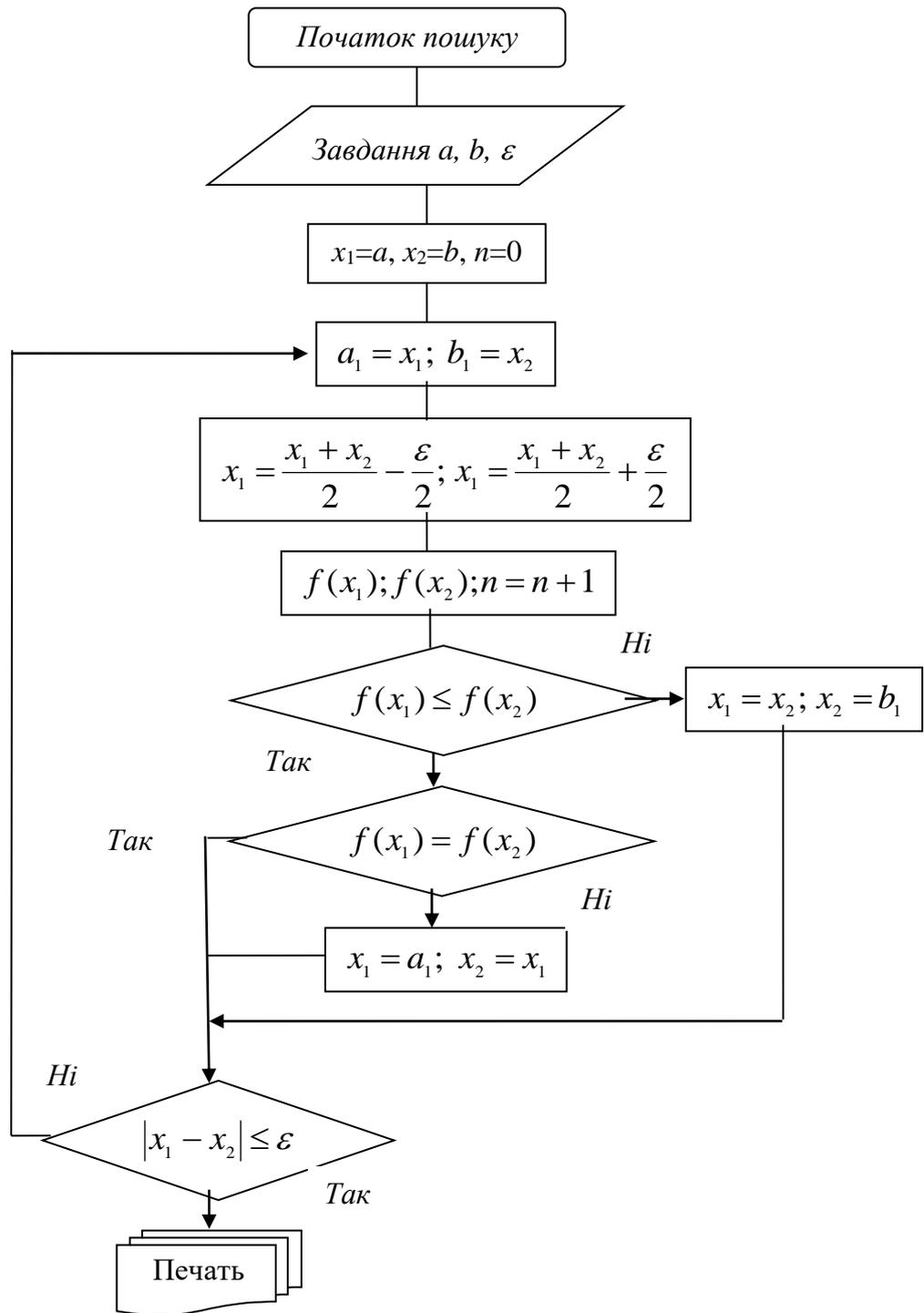


Рис. 5.6. Блок-схема реалізації методу дихотомії

Після цього в цих точках розраховуються значення цільової функції $F(x)$, аналізуються умови (5.5) і пошук триває.

Ірраціональне число $\varphi = \frac{(2 - \sqrt{5})}{2} \approx 0,381966$ характеризує так звань золотий перетин. Його особливість полягає в тому, що

$$\frac{x_{2i} - a_i}{b_i - a_i} = \frac{x_{1i} - a_i}{x_{2i} - a_i}; \quad \frac{b_i - x_{2i}}{b_i - x_{1i}} = \frac{b_i - x_{1i}}{b_i - a_i}. \quad (5.8)$$

Тобто точка x_{1i} ділить у тому ж відношенні відрізок $[a_i, x_{2i}]$, що і точка x_{2i} відрізок $[a_i, b_i]$, а точка x_{2i} – відрізок $[x_{1i}, b_i]$ у тому ж відношенні, що і точка x_{1i} відрізок $[a_i, b_i]$. У зв'язку з цим при розбитті нового інтервалу неозначеності $[a_{i+1}, b_{i+1}]$ за формулами (5.7) одна з внутрішніх точок і значення функції в ній вже відомі, тому на кожній новій ітерації значення цільової функції доводиться розраховувати тільки один раз.

Для спрощення реалізації методу золотого перетину другу з умов (5.5) можна віднести до першої, тобто для звуження інтервалу неозначеності і його наступного ділення слід використати співвідношення:

$$\begin{aligned} \text{якщо } F(x_{1i}) \leq F(x_{2i}), \text{ тоді } a_{i+1} &= a_i, b_{i+1} = x_{2i}, x_{2i+1} = x_{1i}; \\ \text{якщо } F(x_{1i}) > F(x_{2i}), \text{ тоді } a_{i+1} &= x_{1i}, b_{i+1} = b_i, x_{1i+1} = x_{2i}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Значення точки розбиття x_{1i+1} , або x_{2i+1} , якого не вистає, вираховується за однією з формул (5.7). Обчислення за формулами (5.7) і (5.9) припиняються, як тільки межі інтервалу, що містить точку мінімуму, стануть відрізнятися один від одного менш ніж ε .

При використанні методу золотого перетину довжина інтервалу неозначеності на кожному кроці зменшується лише в $\frac{1}{1 - \varphi} \approx 1,62$ рази, але при цьому доводиться розраховувати значення цільової функції тільки в одній точці. Тому метод

золотого перетину, у цілому, ефективніший за метод дихотомії.

Метод половинного зворотного кроку.

У випадку, коли кінцевий інтервал пошуку мінімуму не заданий, застосовується метод половинного зворотного кроку. Цей метод полягає в русі з деякої початкової точки x_0 з постійним кроком h в напрямку зменшення цільової функції (якщо шукається мінімум) або її збільшення (якщо шукається максимум) до першого невдалого кроку, коли функція починає зростати або спадати (рис. 5.7). Наступний крок виконується в зворотному напрямку, причому величина кроку приросту зменшується у 2 рази. Так триває до тих пір, доки величина кроку не зрівняється з точністю пошуку мінімуму.

Цей метод можна застосовувати і для пошуку мінімуму або максимуму на заданому інтервалі $[a, b]$. В цьому випадку за початкову точку доцільно обирати ліву границю інтервалу, а за початковий крок – величину $h = \frac{b-a}{2}$. У процесі пошуку необхідно контролювати можливість виходу змінної за межі інтервалу $[a, b]$. Якщо значення вийшло за межі, то змінну повертають на границю, крок пошуку зменшують вдвічі, а напрямок змінюють на протилежний.

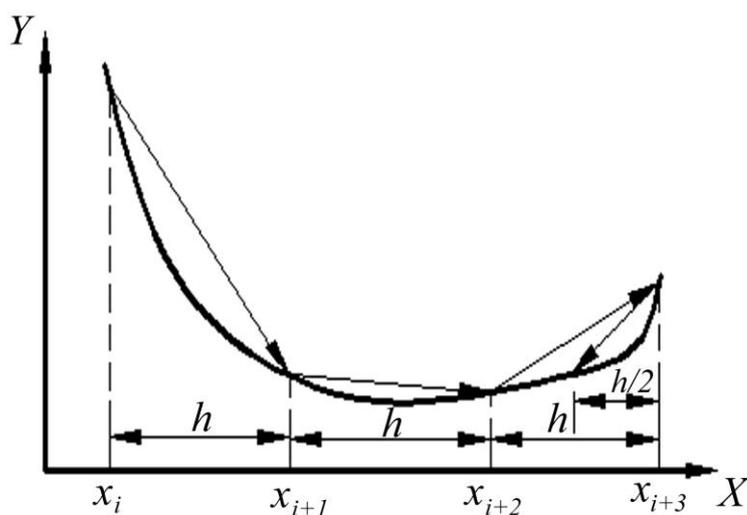


Рис. 5.7. Схема руху в методі половинного зворотного кроку

5.5.2. Оптимізація багатофакторних систем

Метод Гаусса-Зейделя.

У цьому методі пошук оптимального стану об'єкта здійснюють по черговим варіюванням кожного фактору (при сталості інших) до досягнення часткового екстремуму параметра оптимізації (або цільової функції). Процес пошуку оптимуму методом Гаусса-Зейделя в графічному виді представлений на рис. 5.8.

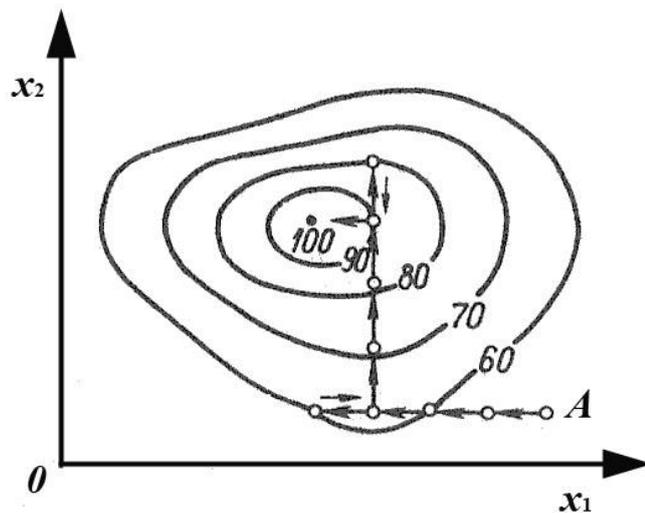


Рис. 5.8. Процес оптимізації методом Гаусса-Зейделя

Метод Гаусса-Зейделя, або метод по чергової зміни координат, є найпростішим методом оптимізації і широко застосовується в інженерній практиці. При оптимізації цим методом послідовне просування здійснюється за допомогою по чергового варіювання кожним параметром до досягнення часткового екстремуму параметра оптимізації (див. рис. 5.8). Алгоритм методу наступний:

1. Вибирається вихідна точка $x_1 = (x_{11}, x_{21}, \dots, x_{k1})$ та крок варіювання Δx_j ($j = 1, 2, \dots, k$) по кожній змінній.
2. У першому робочому циклі пошуку оптимуму, що здійснюється в напрямку координатної осі x_1 , відбувається пробний рух (ставиться експеримент або виконуються обчис-

лення) уздовж цієї осі в позитивному і негативному напрямку відносно напрямку осі x_1 , тобто визначається величина параметра оптимізації в точках

$$y_{11} = f(x_1 + \Delta x_1, x_2, x_3, \dots, x_k),$$

$$y_{12} = f(x_1 - \Delta x_1, x_2, x_3, \dots, x_k).$$

3. Виконується порівняння отриманих значень параметрів і при пошуку максимуму вибирається напрямок зростання параметра y (при пошуку мінімуму – напрямок убування).
4. Здійснюється 1-й цикл робочого руху, що складається в русі уздовж осі x_1 у напрямку зростання (убування) параметра оптимізації із кроком Δx_1 і виміром параметра оптимізації в кожній точці $y_{1n} = f(x_1 + n\Delta x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)$ ($n = 1, 2, 3, \dots, k$) доти, поки не буде досягнутий частковий екстремум по змінній і поки величина параметра не перестане зростати. Критерієм припинення 2-го робочого циклу служить виконання нерівності $y_{1n+1} < y_{1n}$.
5. Досягнута точка з максимальним значенням параметра оптимізації є вихідною для організації 2-го робочого циклу, що здійснюється в напрямку осі x_2 . Останній організується аналогічним чином і закінчується досягненням часткового екстремуму уздовж осі x_2 . Після цього необхідно здійснити 3-й робочий цикл уздовж осі x_3 і т.д.
6. Після завершення робочого циклу уздовж осі x_k необхідно перейти до $(k+1)$ -го циклу, що здійснює рух уздовж осі x_2 , потім до $(k+2)$ -го циклу уздовж осі x_2 і т.д. Пошук припиняється в точці, будь-який рух з якої приводить до зменшення (або збільшення при пошуку мінімуму) значення параметра оптимізації.

Методи випадкового пошуку.

Існує багато методів випадкового пошуку оптимальних рішень, у кожному з яких використовується математичний апарат теорії ймовірностей. В одному із часто реалізованих методів координати початкової точки й компоненти вектора початкового напрямку пошуку визначаються випадко-

вим вибором (за допомогою випадкових чисел). На відміну від методу Гаусса-Зейделя, відрізки траєкторії випадкового пошуку в загальному випадку не паралельні ні одній з координатних осей, тобто всі фактори в кожному кроці змінюються одночасно (рис. 5.9). Це прискорює досягнення області оптимуму і тим самим скорочує кількість кроків. В обраному напрямку рухаються у факторному просторі доти, поки черговий крок не погіршить стану об'єкта. Після цього також випадковим вибором визначають подальший напрямок пошуку і так до виходу в околиці оптимуму.

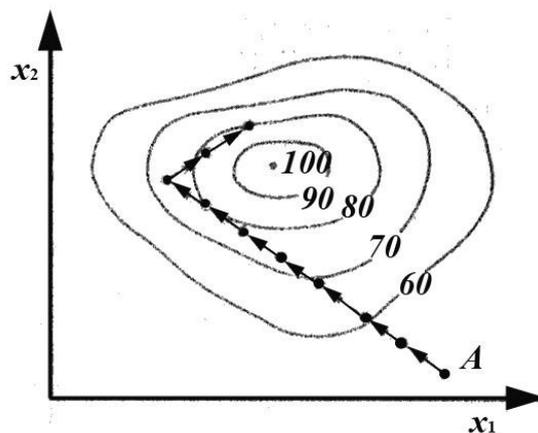


Рис. 5.9. Процес оптимізації методом випадкового пошуку

В адаптивному алгоритмі випадкового пошуку зі змінним кроком розмір кроку спочатку дорівнює одиниці, надалі його змінюють залежно від поліпшення виходу об'єкта. Якщо два послідовних кроки поліпшують значення виходу, крок збільшують в α_1 раз. Якщо ж m послідовних кроків не дають поліпшення, то крок зменшують в α_2 разів. При цьому можуть бути враховані обмеження на простір факторів. Так, з досягненням границі області припустимих значень факторів роблять позачерговий випадковий вибір припустимого напрямку подальшого пошуку. Рекомендується приймати $\alpha_1=1,618$; $\alpha_2=0,618$ й $m=3k$, де k – число факторів.

Метод градієнта.

Градієнт являє собою вектор, побудований з даної точки факторного простору в напрямку крутого зростання y .

Градiєнт визначається за вираженням $grad\ y = \frac{\partial y}{\partial x_1} \vec{i} + \frac{\partial y}{\partial x_2} \vec{j} + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_k} \vec{k}$, де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори в напрямку координатних осей.

Якщо математична модель об'єкта має вигляд $\hat{y} = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_k X_k$, то $grad\ y = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + \dots + b_k \vec{k}$

На рис. 5.10 показана траєкторія руху до оптимуму за методом градієнта. Стрілки, що позначають напрямок траєкторії є проєкціями градієнта на площину $x_1 O x_2$. Отже, потрібно, щоб ці стрілки завжди розташовуються по нормалі до контурів однакового рівня y .

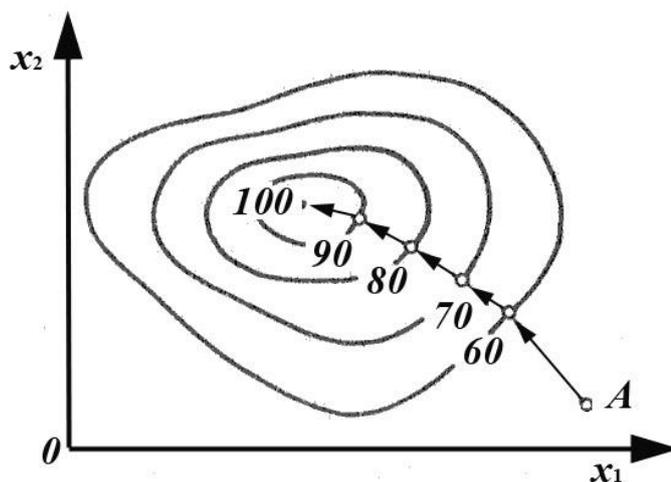


Рис. 5.10. Процес оптимізації методом градієнта

Негативна риса методу градієнта, з погляду його практичної реалізації, проявляється в тому, що він вимагає уточнювати напрямок градієнта після кожного кроку пошуку. Для цього перед початком кожного наступного кроку потрібно або ставити повний (або дробовий) факторний експеримент, або здійснювати пробні рухи уздовж координатних осей для визначення нового значення градієнта.

Найпростіший алгоритм градієнтного методу оптимізації при пошуку максимуму функції наступний:

1. Вибирається вихідна точка $x_1 = (x_{11}, x_{21}, \dots, x_{k+1})$, крок варіювання Δh і робочий крок h .

2. У початковій точці x_1 реалізується пробний експеримент, за результатами якого обчислюються коефіцієнти градієнта в даній точці: $\text{grad } f(x_1) = (b_{11}, b_{21}, \dots, b_{k1})$.

3. Відбувається перехід із точки m у точку $m+1$ за формулою $x_2 = x_1 + h \cdot \text{grad } f(x_1)$.

4. У точці x_2 описана вище процедура повторюється. Перехід від точки m до точки $m+1$ здійснюється за формулою $x_{m+1} = x_m + h \cdot \text{grad } f(x_m)$.

5. Пошук припиняється якщо:

а) модуль градієнта стає малою величиною;

б) перестають виконуватися для знайденої точки додаткові обмеження на процес.

Лінійне програмування.

Сутність методу полягає у пошуку екстремуму лінійної цільової функції $Z = \sum_{j=1}^n c_j X_j$ при лінійних обмеженнях

виду $Z = \sum_{i=1}^m a_{ij} X_{ij} \cdot b$, де $X_j \geq 0$; $b_i \geq 0$; $i = 1, \dots, m$; $X_j > 0$; $b_t > 0$; i

$= 1, m$, причому символ «*» означає один з можливих знаків відношення: « \leq », « $=$ », « \geq »; a_{ij} , b_i , c_i – задані числа; X_i – шукані оптимальні значення входів об'єкта, що задовольняють $Z \rightarrow \max$ або $Z \rightarrow \min$ відповідно до умов поставленої задачі.

У наведеному нижче прикладі буде використаний найбільш поширений симплекс метод, запропонований Дж. Данцигом, за допомогою якого можна розв'язати будь-яку задачу лінійного програмування.

Нехай нам потрібно розрахувати оптимальний склад шихти за умови отримання сплаву заданого складу та при її мінімальній вартості. Отже, математично завдання оптимізації складу шихти полягає в пошуку мінімального значення

лінійної функції $Z = \sum_{j=1}^n c_j X_j \rightarrow \min$, де X_1, X_2, \dots, X_n – вміст

компонентів у шихті, %; C_1, C_2, \dots, C_n – ціна компонентів шихти, грн./т.

Розрахунок шихти складається з трьох послідовних етапів.

1. Установлення вимог, пропонованих до складу виплавлюваного сплаву за вмістом основних елементів і домішок, тобто визначення регламентованого хімічного складу сплаву.
2. Визначення розрахункового складу сплаву. На цьому етапі попередньо вибирають перелік шихтових матеріалів з наявних. Уводять обмеження на використання цих матеріалів у шихті. Фіксують хімічний склад кожної зі складової шихти. Залежно від плавильного агрегату для виплавки сплаву визначають значення вигару розрахункових елементів.
3. Складання розрахункових рівнянь та їхнє рішення. На цьому етапі складають балансові рівняння по всіх розрахункових елементах і видах шихтових матеріалів. У результаті їхнього рішення одержують співвідношення між складовими шихти, які при обраному способі плавки забезпечують заданий хімічний склад сплаву.

Розглянемо методику розрахунків на конкретному прикладі.

Нехай за умовами виробництва необхідно вибрати оптимальний склад шихти для одержання виливків із сірого чавуну з пластинчастим графітом марки СЧ20 за ДСТУ 1412-85 в індукційній плавильній печі ІЧТ–6,0 з кислотою футерівкою. Маса завалки шихти – 6,0 т. Вихід придатного литва на підприємстві – 60%, вигар і безповоротні втрати – 6%. Отже, максимальний обсяг вороття становить 34%.

Необхідний хімічний склад чавуну, відповідно до ДЕРЖСТАНДАРТУ 1412-85, наведений у табл. 5.2.

У табл. 5.3 наведено довідкові дані щодо вигару елементів у процесі плавки.

Таблиця 5.2. Необхідний хімічний склад чавуну відповідно до ДСТУ 1412-85

Марка чавуну	Масова частка елементів, %				
	C	Si	Mn	P	S
				не більше	
СЧ20	3,3–3,5	1,4–2,4	0,7–1,0	0,2	0,15

Таблиця 5.3. Вигар елементів, % від вмісту в шихті (довідкові дані)

C	Si	Mn	P	S
5	3	10	–	–

Хімічний склад шихтових матеріалів, що пропонуються для виплавки заданої марки чавуну, наведений у табл. 5.4.

Таблиця 5.4. Шихтові матеріали для виробництва чавуну

Найменування, марка	Код	Вміст контрольованих елементів, масова частка, %					Ціна, грн/т
		C	Si	Mn	P	S	
1. Чавун ливарний Л2	X1	3,6	3,2	0,3	0,07	0,03	900,00
2. Чавун ливарний Л4	X2	3,95	2,2	0,48	0,08	0,04	852,00
3. Чавун ливарний Л5	X3	3,7	1,8	0,46	0,05	0,05	820,00
4. Чавун переробний ПЛ1	X4	3,8	1,05	0,41	0,05	0,02	786,00
5. Чавун переробний ПЛ2	X5	4,2	0,65	0,28	0,03	0,05	720,00
6. Брухт сталевий 1А	X6	0,3	0,25	0,4	0,08	0,02	400,00
7. Брухт чавунний 16А	X7	3,2	1,4	0,5	0,07	0,07	440,00
8. Брухт чавунний (бій виливниць)	X8	3,4	1,7	0,7	0,06	0,05	460,00
9. Стружка чавунна 21А	X9	3,5	1,6	0,5	0,07	0,06	260,00
10. Вороття власного виробництва СЧ20	X10	3,6	1,8	0,51	0,06	0,05	50,00
11. Феросиліцій ФС45	X11	0,06	45	0,2	0,03	0,07	2160,00
12. Феромарганець ФМн78	X12	7,0	–	80	0,35	0,03	2760,00

У нашому конкретному випадку цільова функція набуває вигляду

$Z=900X_1+852X_2+820X_3+786X_4+720X_5+400X_6+440X_7+460X_8+260X_9+50X_{10}+2160X_{11}+2760X_{12} \rightarrow \min$ при наявності лінійних обмежень, заданих системою рівностей і нерівностей:

Обмеження за хімічним складом:

Вміст вуглецю:

$$3,6X_1+3,95X_2+3,7X_3+3,8X_4+4,2X_5+0,3X_6+3,2X_7+ \\ +3,4X_8+3,5X_9+3,6X_{10}+0,06X_{11}+7X_{12} \geq 3,465;$$

$$3,6X_1+3,95X_2+3,7X_3+3,8X_4+4,2X_5+0,3X_6+3,2X_7+ \\ +3,4X_8+3,5X_9+3,6X_{10}+0,06X_{11}+7X_{12} < 3,675,$$

де 3,465 і 3,675, відповідно, мінімально та максимально припустимий вміст вуглецю в чавуні з урахуванням вигару.

Вміст кремнію:

$$3,2X_1+2,2X_2+1,8X_3+1,05X_4+0,65X_5+0,25X_6+1,4X_7+ \\ +1,7X_8+1,6X_9+1,8X_{10}+75X_{11} \geq 1,442;$$

$$3,2X_1+2,2X_2+1,8X_3+1,05X_4+0,65X_5+0,25X_6+1,4X_7+ \\ +1,7X_8+1,6X_9+1,8X_{10}+75X_{11} < 2,472,$$

де 1,442 і 2,472, відповідно, мінімально та максимально припустимий вміст кремнію в чавуні з урахуванням вигару.

Вміст марганцю:

$$0,3X_1+0,48X_2+0,46X_3+0,41X_4+0,28X_5+0,4X_6+0,5X_7+ \\ +0,7X_8+0,5X_9+0,51X_{10}+0,2X_{11}+80X_{12} \geq 0,77;$$

$$0,3X_1+0,48X_2+0,46X_3+0,41X_4+0,28X_5+0,4X_6+0,5X_7+$$

$+0,7X_8+0,5X_9+0,51X_{10}+0,2X_{11}+80X_{12} < 1,10$,
де 0,77 і 1,10, відповідно, мінімально та максимально припустимий вміст марганцю в чавуні з урахуванням вигару.

Вміст фосфору:

$$0,07X_1+0,08X_2+0,05X_3+0,05X_4+0,03X_5+0,08X_6+ \\ +0,07X_7+0,06X_8+0,07X_9+0,06X_{10}+0,03X_{11}+0,35X_{12} < 0,2,$$

де 0,2 – максимально припустимий вміст фосфору в чавуні з урахуванням вигару.

Вміст сірки:

$$0,03X_1+0,04X_2+0,05X_3+0,02X_4+0,05X_5+0,02X_6+ \\ +0,07X_7+0,05X_8+0,06X_9+0,05X_{10}+0,07X_{11}+0,03X_{12} < 0,15,$$

де 0,2 – максимально припустимий вміст сірки в чавуні з урахуванням вигару.

Обмеження на вміст компонентів шихти:

Сума компонентів шихти повинна становити 100 % або 1 у відносних одиницях, отже $X_1+X_2+X_3+X_4+X_5+X_6+X_7+X_8+X_9+X_{10}+X_{11}+X_{12}=1$.

Кількість вороття, що утворюється, становить 34 %. Вороття використовується в повному обсязі, отже $X_{10}=0,34$.

Технологічні обмеження на використання стружки – до 8 %, отже $X_9 \geq 0$; $X_9 < 0,08$.

Припускаємо, що технологічних обмежень щодо вмісту інших компонентів шихти немає. У цьому випадку необхідно врахувати те, що вміст будь-якого компонента в шихті не може приймати від'ємне значення. Для цього вводимо такі обмеження: $X_1 \geq 0$; $X_2 \geq 0$; $X_3 \geq 0$; $X_4 \geq 0$; $X_5 \geq 0$; $X_6 \geq 0$; $X_7 \geq 0$; $X_8 \geq 0$; $X_{11} \geq 0$; $X_{12} \geq 0$.

Таким чином, розв'язання сформульованої задачі оптимізації зводиться до рішення задачі лінійного програмування, а саме – до визначення таких значень X_1, X_2, \dots, X_{12} , що задовольняють систему обмежень, при яких цільова функція досягає мінімуму.

Введення вихідних даних у таблиці EXCEL*

Відкриваємо EXCEL. Вносимо вихідні дані (див. табл. 5.2–5.4) у таблицю Excel. У результаті одержуємо таблицю, наведену на рис. 5.11. Збережемо таблицю. Для цього в меню «Файл» вибираємо «Зберегти як», вибираємо потрібну папку, привласнюємо ім'я файлу та натискаємо «Зберегти».

Для остаточного формування банку вихідних даних необхідно визначити хімічний склад чавуну з урахуванням угару елементів. Для цього в комірках J19; O22 побудуємо табл. 5.5.

Назва	Марка	Код	Склад елементів, що контролюються, мас. частка					Ціна, грн/т
			C	Si	Mn	P	S	
Чавун лив.	Л2	X1	3,6	3,2	0,3	0,07	0,03	900
Чавун лив.	Л4	X2	3,95	2,2	0,48	0,08	0,04	852
Чавун лив.	Л5	X3	3,7	1,8	0,46	0,05	0,05	820
Чавун перер.	ПЛ1	X4	3,8	1,05	0,41	0,05	0,02	786
Чугун перер.	ПЛ2	X5	4,2	0,65	0,28	0,03	0,05	720
Чавун перер.	1А	X6	0,3	0,25	0,4	0,08	0,02	400
Брухт чавунний	18А	X7	3,2	1,4	0,5	0,07	0,07	410
Брухт чавунний	б. вил.	X8	3,2	1,7	0,7	0,06	0,05	460
Стружка чавунна	21А	X9	3,5	1,6	0,5	0,07	0,06	260
ВВВ	б. вил.	X10	3,6	1,8	0,51	0,06	0,05	50
Феросиліцій	ФС45	X11	0,06	75	0,2	0,03	0,07	2160
Феромарганець	ФМц78	X12	7		80	0,35	0,03	2760

Хімічний склад чавуну						
Марка	Вміст	C	Si	Mn	P	S
СЧ 20	Min	3,3	1,4	0,7	0	0
	Max	3,5	2,4	1	<0,2	<0,15

Угар						
Назва елементу		C	Si	Mn	P	S
Угар елементу, % від вмісту в шихті		5	3	10	0	0

Рис. 5.11. Вихідні дані

* При складенні прикладу навмисно допущені деякі помилки

Таблиця 5.5. Необхідний хімічний склад чавуну з урахуванням вигару, %

	J	K	L	M	N	O
19	Необхідний хімічний склад чавуну з урахуванням вигару, %					
20	Елементи	C	Si	Mn	P	S
21	Min					
22	Max					

Виділяємо маркером комірку K21 і вводимо в неї наступний вираз $=D21*0,01*(100+D26)$, натискаємо «Enter», тобто мінімально допустимий вміст вуглецю в чавуні за ДСТ 1412-85 (комірка D21) збільшено на відсоток угару вуглецю (комірка D26).

За даною схемою вводимо відповідні вирази в інші комірки таблиці:

Адреса	Вираз
K22	$=D22*0,01*(100+D26)$
L21	$=E21*0,01*(100+E26)$
L22	$=E22*0,01*(100+E26)$
M21	$=F21*0,01*(100+F26)$
M22	$=F22*0,01*(100+F26)$
N22	$=G22*0,01*(100+G26)$
O22	$=H22*0,01*(100+H26)$

У результаті ми одержали таблицю (рис. 5.12), що в автоматичному режимі буде відображати хімічний склад чавуну з урахуванням вигару.

Далі формуємо таблиці «Результати розрахунків» (комірки J2–N17) і «Очікуваний хімічний склад чавуну з урахуванням вигару, %» (комірки J24–O26, рис. 5.13).

У діапазоні комірок J5–J16 вводимо довільні початкові значення змінних X_1, X_2, \dots, X_{12} , наприклад, нульове значення – 0. Після проведення розрахунків у даному діапазоні комірок буде відображено необхідний вміст кожного компонента шихти у відносних одиницях.

Microsoft Excel - RH 09 LVP 01

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервіс Даньє Окно Справка

Введіть запит

Аrial 10 Ж К Ц

А3 Назва

Назва	Марка	Код	Склад елементів, що контролюються, мас. частка					Ціна, грн/т
			C	Si	Mn	P	S	
Чавун лив.	Л2	X1	3,6	3,2	0,3	0,07	0,03	900
Чавун лив.	Л4	X2	3,95	2,2	0,48	0,08	0,04	852
Чавун лив.	Л5	X3	3,7	1,8	0,46	0,05	0,05	820
Чавун перер.	ПЛ1	X4	3,8	1,05	0,41	0,05	0,02	788
Чугун перер.	ПЛ2	X5	4,2	0,65	0,28	0,03	0,05	720
Чавун перер.	1A	X6	0,3	0,25	0,4	0,08	0,02	400
Брухт чавунний	16A	X7	3,2	1,4	0,5	0,07	0,07	410
Брухт чавунний	б. вил.	X8	3,2	1,7	0,7	0,06	0,05	460
Стружка чавунна	21A	X9	3,5	1,6	0,5	0,07	0,06	260
ВВВ	б. вил.	X10	3,6	1,8	0,51	0,06	0,05	50
Феросиліцій	ФС45	X11	0,06	75	0,2	0,03	0,07	2160
Феромарганець	ФМц78	X12	7		80	0,35	0,03	2760

Хімічний склад чавуну							Очікуваний хімічний склад чавуну з урахуванням угару, %					
Марка	Вміст	C	Si	M	P	S	Елементи	C	Si	Mn	P	S
СЧ 20	Min	3,3	1,4	0,7	0	0	Min	3,465	1,442	0,77	0	0
	Max	3,5	2,4	1	<0,2	<0,15	Max	3,675	2,472	1,1	0,2	0,15

Угар						
Назва елементу	C	Si	M	P	S	
Угар елементу, % від вмісту в шихті	5	3	10	0	0	

Лист1/ Готово

Рис. 5.12. Хімічний склад чавуну з урахуванням вигару

Microsoft Excel - RH 09 LVP 01

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервіс Даньє Окно Справка

Введіть запит

Аrial 10 Ж К Ц

А3 Назва

Назва	Марка	Код	Склад елементів, що контролюються, мас. частка					Ціна, грн/т	Склад комп. шихти			Витрати	
			C	Si	Mn	P	S		Відн. од.	%	кг.	грн/т	грн
Чавун лив.	Л2	X1	3,6	3,2	0,3	0,07	0,03	900					
Чавун лив.	Л4	X2	3,95	2,2	0,48	0,08	0,04	852					
Чавун лив.	Л5	X3	3,7	1,8	0,46	0,05	0,05	820					
Чавун перер.	ПЛ1	X4	3,8	1,05	0,41	0,05	0,02	788					
Чугун перер.	ПЛ2	X5	4,2	0,65	0,28	0,03	0,05	720					
Чавун перер.	1A	X6	0,3	0,25	0,4	0,08	0,02	400					
Брухт чавунний	16A	X7	3,2	1,4	0,5	0,07	0,07	410					
Брухт чавунний	б. вил.	X8	3,2	1,7	0,7	0,06	0,05	460					
Стружка чавунна	21A	X9	3,5	1,6	0,5	0,07	0,06	260					
ВВВ	б. вил.	X10	3,6	1,8	0,51	0,06	0,05	50					
Феросиліцій	ФС45	X11	0,06	75	0,2	0,03	0,07	2160					
Феромарганець	ФМц78	X12	7		80	0,35	0,03	2760					

Хімічний склад чавуну							Очікуваний хімічний склад чавуну з урахуванням угару, %					
Марка	Вміст	C	Si	M	P	S	Елементи	C	Si	Mn	P	S
СЧ 20	Min	3,3	1,4	0,7	0	0	Min	3,465	1,442	0,77	0	0
	Max	3,5	2,4	1	<0,2	<0,15	Max	3,675	2,472	1,1	0,2	0,15

Угар						
Назва елементу	C	Si	M	P	S	
Угар елементу, % від вмісту в шихті	5	3	10	0	0	

Лист1/ Готово

Рис. 5.13. Очікуваний хімічний склад чавуну

У діапазоні комірок K5–K16 буде відображений вміст кожного компонента шихти у %. Для цього вводимо розрахункові формули в кожену комірку діапазону до табл. 5.6.

Таблиця 5.6. Розрахунок вмісту компонентів шихти у %

Адреса комірки	Вираз	Адреса комірки	Вираз
K5	=J5*100	K11	=J11*100
K6	=J6*100	K12	=J12*100
K7	=J7*100	K13	=J13*100
K8	=J8*100	K14	=J14*100
K9	=J9*100	K15	=J15*100
K10	=J10*100	K16	=J16*100

В комірку K17 введемо формулу =СУММ(K5:K16), що буде здійснювати перевірку на сумарний вміст компонентів шихти – 100 %.

В комірку L17 вводимо масу завалки, кг. В даному випадку 6000. У діапазоні комірок L5–L16 буде відображена необхідна маса кожного компонента шихти в кг на загальну масу завалки 6 т. Для виконання розрахунків введемо формули відповідно до табл. 5.7.

Таблиця 5.7. Розрахунок складу шихти в кг

Адреса комірки	Вираз	Адреси комірки	Вираз
L5	=J5*L17	L11	=J11*L17
L6	=J6*L17	L12	=J12*L17
L7	=J7*L17	L13	=J13*L17
L8	=J8*L17	L14	=J14*L17
L9	=J9*L17	L15	=J15*L17
L10	=J10*L17	L16	=J16*L17

Питомі витрати на придбання кожного компонента шихти в розрахунку на 1т литва будуть подані в діапазоні комірок M5–M16, а сумарні питомі витрати – в комірку M17. Для

їхнього відображення введемо розрахункові формули відповідно до табл. 5.8.

Таблиця 5.8. Розрахунок витрат у грн/т

Адреса комірки	Вираз	Адреса комірки	Вираз
M5	=J5*I5	M12	=J12*I12
M6	=J6*I6	M13	=J13*I13
M7	=J7*I7	M14	=J14*I14
M8	=J8*I8	M15	=J15*I15
M9	=J9*I9	M16	=J16*I16
M10	=J10*I10	M17	=СУММ(M5:M16)
M11	=J11*I11		

Витрати на придбання кожного компонента шихти на всю масу завалки (6 тонн) визначаються шляхом множення ціни матеріалу на його кількість (у тоннах). Витрати на придбання кожного компонента шихти в грн. будуть представлені в діапазоні комірок N5–N16, а сума витрат на придбання всіх шихтових матеріалів – в комірці N17. Для виконання розрахунків вводимо формули відповідно до табл. 5.9.

Таблиця 5.9. Розрахунок витрат на придбання матеріалів у грн.

Адреса комірки	Вираз	Адреса комірки	Вираз
N5	=(L5*I5)/1000	N12	=(L12*I12)/1000
N6	=(L6*I6)/1000	N13	=(L13*I13)/1000
N7	=(L7*I7)/1000	N14	=(L14*I14)/1000
N8	=(L8*I8)/1000	N15	=(L15*I15)/1000
N9	=(L9*I9)/1000	N16	=(L16*I16)/1000
N10	=(L10*I10)/1000	N17	=СУММ(N5:N16)
N11	=(L11*I11)/1000		

В комірку M18 вносимо значення цільової функції. Це значення визначимо з використанням вбудованої математич-

ної функції СУММПРОИЗВ(1-й масив; 2-й масив). Перший масив складається зі значень ціни кожного компонента шихти (діапазон комірок I5–I16), другий масив – зі значень змінних X_1, \dots, X_{12} (діапазон комірок J5–J16). Таким чином, в комірку M18 необхідно ввести вираз =СУММПРОИЗВ(I5:I16;\$J\$5:\$J\$16).

В комірку K26, в якій буде показано очікуваний вміст вуглецю в чавуні, вводимо ліві частини відповідних нерівностей. Для цього в дану комірку вводимо математичну функцію =СУММПРОИЗВ(D5:D16;\$J\$5:\$J\$16).

В комірку L26, в якій буде показано очікуваний вміст кремнію в чавуні, вводимо ліві частини відповідних нерівностей. Для цього в дану комірку вводимо функцію =СУММПРОИЗВ(E5:E16;\$J\$5:\$J\$16).

В комірку M26, в якій буде показуватися очікуваний вміст марганцю в чавуні, вводимо ліві частини відповідних нерівностей. Для цього в дану комірку вводимо функцію =СУММПРОИЗВ(F5:F16;\$J\$5:\$J\$16).

В комірку N26, в якій буде показано очікуваний вміст фосфору в чавуні, вводимо ліву частину відповідної нерівності. Для цього в дану комірку вводимо функцію =СУММПРОИЗВ(G5:G16;\$J\$5:\$J\$16).

В комірку O26, в якій буде показано очікуваний вміст сірки в чавуні, вводимо ліву частину відповідної нерівності. Для цього в дану комірку вводимо функцію =СУММПРОИЗВ(H5:H16;\$J\$5:\$J\$16).

Пошук рішення.

Для виконання подальших розрахунків в меню «Сервіс» вибираємо команду «Поиск решения». У діалоговому вікні, що з'явиться (рис. 5.14*) заповнюємо відповідні поля за такою схемою.

* Рис. 5.14 наведено вже зі зробленими змінами, що пропонуються далі

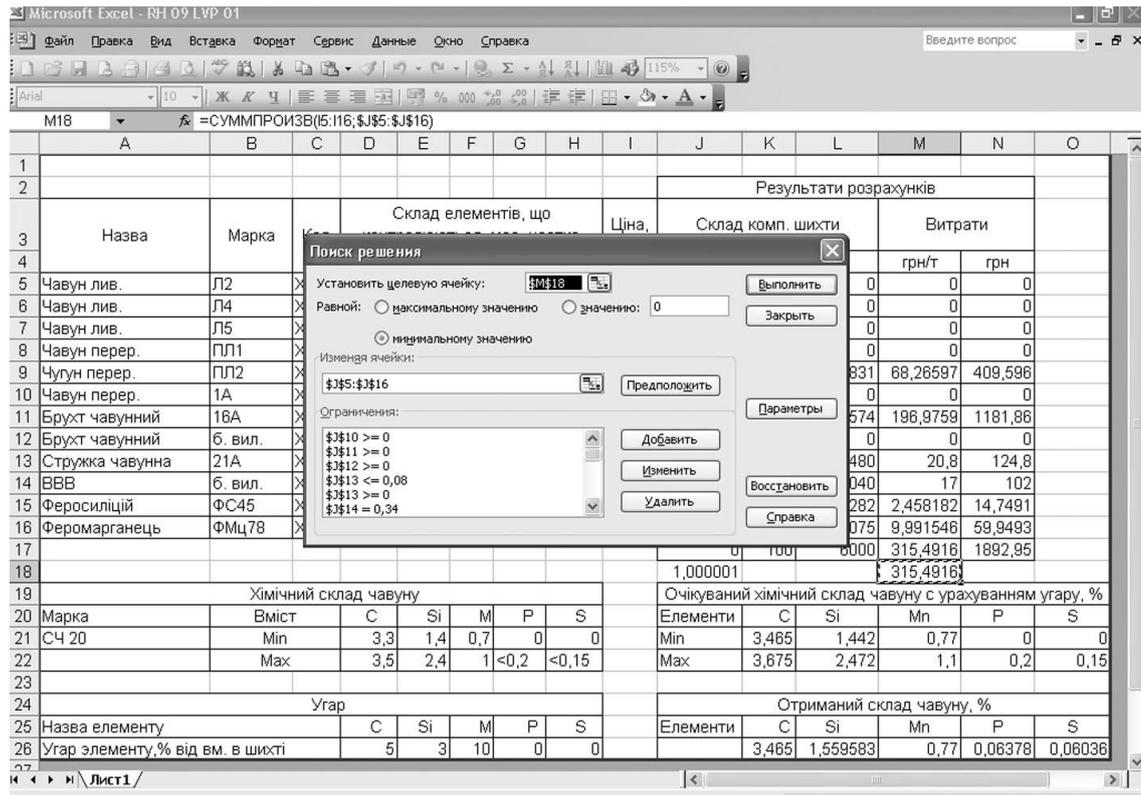


Рис. 5.14. Використання пункту «Пошук рішення»

«Установить целевую ячейку». Вводимо адресу цільової функції – «целевой ячейки». У нашому випадку це комірка M18. Отже, в це поле вводимо значення \$M\$18.

«Равной: максимальному значению; значению, минимальному значению». Дане поле визначає тип оптимізації (шукати максимум, мінімум, або конкретне значення функції). Наше завдання визначити склад шихти з мінімальною вартістю, тому ставимо крапку у цьому полі на оцінці – «минимальному значению».

«Изменяя ячейки». Оскільки ми шукаємо мінімум функції, змінюючи вміст компонентів шихти, які наведені в діапазоні комірок J5–J16, то в дане поле вводимо наступний вираз: \$J\$5:\$J\$16. «Изменяя ячейки». Оскільки ми шукаємо мінімум функції, змінюючи вміст компонентів шихти, які наведені в діапазоні комірок J5–J16, то в дане поле вводимо наступний вираз: \$J\$5:\$J\$16.

«Ограничения». У дане поле вводимо відповідні лінійні обмеження. При завданні системи обмежень використовується кнопка «Добавить». При її натисканні з'являється допоміжне діалогове вікно, у поля якого вводяться посилання на комірки й обмеження, що накладаються на змінні в розглянутому завданні. Як видно з рис. 5.14, сформовану систему обмежень надалі можна редагувати. Для цього служать кнопки «Изменить» и «Удалить».

Розглянемо докладно кожне обмеження:

Нерівністю

$$3,6X_1+3,95X_2+3,7X_3+3,8X_4+4,2X_5+0,3X_6+3,2X_7+ \\ +3,4X_8+3,5X_9+3,6X_{10}+0,06X_{11}+7X_{12} \geq 3,465$$

обмежується нижня межа вмісту вуглецю в чавуні.

Ліва частина нерівності в таблиці EXCEL наводиться в комірці K26, а права частина нерівності – в комірці K21. Отже, для оформлення обмеження, передбаченого цією нерівністю, необхідно зробити наступні дії. У меню «Поиск решения» натискаємо кнопку «Добавить», відкривається меню «Добавление ограничения», у поле «Ссылка на ячейку» вводимо адресу комірки, у якій робиться підсумовування вмісту вуглецю в чавуні, тобто \$K\$26; у поле математичної операції вводимо знак нерівності \geq ; в поле «Ограничение» вводимо мінімально допустимий вміст вуглецю в чавуні з урахуванням угару, значення якого розраховано й наведено в комірці \$K\$21; натискаємо кнопку «Добавить», – обмеження введене.

Нерівність

$$3,6X_1+3,95X_2+3,7X_3+3,8X_4+4,2X_5+0,3X_6+3,2X_7+ \\ +3,4X_8+3,5X_9+3,6X_{10}+0,06X_{11}+7X_{12} < 3,675$$

обмежує верхню межу вмісту вуглецю в чавуні.

Оформлення обмеження здійснюємо в такій самій послідовності. В меню «Поиск решения» натискаємо кнопку «Добавить», відкривається меню «Добавление ограничения»,

в поле «Ссылка на ячейку» вводимо адресу комірки, в якій робиться підсумовування вмісту вуглецю в чавуні, тобто $\$K\26 ; в поле математичної операції вводимо знак нерівності \leq ; в поле «Ограничение» вводимо максимально допустимий вміст вуглецю в чавуні з урахуванням угару, значення якого розраховано й наведено в комірці $\$K\22 ; натискаємо кнопку «Добавить», – обмеження введено.

Подальші дії по введенню обмежень зрозумілі, тому приводимо тільки конкретні вирази, що вводяться у відповідні комірки.

Нерівність

$$3,2X_1+2,2X_2+1,8X_3+1,05X_4+0,65X_5+0,25X_6+1,4X_7+ \\ +1,7X_8+1,6X_9+1,8X_{10}+75X_{11} \geq 1,442 - \$L\$26 \geq \$L\$21.$$

Нерівність

$$3,2X_1+2,2X_2+1,8X_3+1,05X_4+0,65X_5+0,25X_6+1,4X_7+ \\ +1,7X_8+1,6X_9+1,8X_{10}+75X_{11} < 2.472 - \$L\$26 \leq \$L\$22.$$

Нерівність

$$0,3X_1+0,48X_2+0,46X_3+0,41X_4+0,28X_5+0,4X_6+0,5X_7+ \\ +0,7X_8+0,5X_9+0,51X_{10}+0,2X_{11}+80X_{12} \geq 0,77 - \$M\$26 \geq \\ \$M\$21.$$

Нерівність

$$0,3X_1+0,48X_2+0,46X_3+0,41X_4+0,28X_5+0,4X_6+0,5X_7+ \\ +0,7X_8+0,5X_9+0,51X_{10}+0,2X_{11}+80X_{12} < 1,10 - \$M\$26 \leq \\ \$M\$22.$$

Нерівність

$$0,07X_1+0,08X_2+0,05X_3+0,05X_4+0,03X_5+0,08X_6+ \\ +0,07X_7+0,06X_8+0,07X_9+0,06X_{10}+0,03X_{11}+0,35X_{12} < 0,2 - \\ \$N\$26 \leq \$N\$22.$$

Нерівність

$$0,03X_1+0,04X_2+0,05X_3+0,02X_4+0,05X_5+0,02X_6+ \\ +0,07X_7+0,05X_8+0,06X_9+0,05X_{10}+0,07X_{11}+0,03X_{12} < 0,15 - \\ \$0\$26 \leq \$0\$22.$$

Рівність $X_1+X_2+X_3+X_4+X_5+X_6+X_7+X_8+X_9+X_{10}+X_{11}+X_{12}=1$ визначає суму компонентів шихти, рівну (у відносних одиницях) 1. Підсумовування компонентів шихти робиться в комірці J17. Отже, для оформлення даного обмеження ми повинні ввести у відповідні поля меню «Добавить» обмеження вираз $J\$17=1$.

Рівність $X_{10}=0,34$ обмежує кількість вороття. Вміст вороття в складі шихти наведено в комірці J14, отже, вводимо вираз $J\$14=0,34$. Всі наступні нерівності оформляємо по за тією же схемою.

Нерівність $X_9 \geq 0 - J\$13 \geq 0$. Нерівність $X_5 \geq 0 - J\$9 \geq 0$.

Нерівність $X_9 < 0,08 - J\$13$
 $\leq 0,08$.

Нерівність $X_6 \geq 0 - J\$10 \geq 0$.

Нерівність $X_1 \geq 0 - J\$5 \geq 0$.

Нерівність $X_7 \geq 0 - J\$11 \geq 0$.

Нерівність $X_2 \geq 0 - J\$6 \geq 0$.

Нерівність $X_8 \geq 0 - J\$12 \geq 0$.

Нерівність $X_3 \geq 0 - J\$7 \geq 0$.

Нерівність $X_{11} \geq 0 - J\$15 \geq 0$.

Нерівність $X_4 \geq 0 - J\$8 \geq 0$.

Нерівність $X_{12} \geq 0 - J\$16 \geq 0$.

Всі передбачені обмеження введені. Тепер можна знайти оптимум функції. Для цього в меню «Поиск решения» натискаємо на кнопку «Выполнить», після чого буде здійснена процедура «Поиск решения», за результатами якої виводиться повідомлення про знайдене рішення (рис. 5.15).

Як видно з рис. 5.15, отримані результати можна зберегти (кнопка «ОК»); можна також відмовитися від збереження результатів (кнопка «Отмена»). При виконанні завдання результати необхідно зберегти.

Результаты розрахунків													
Назва	Марка	Код	Склад елементів, що контролюються, мас. частка					Ціна, грн/т	Склад комп. шихти			Витрати	
			C	Si	Mn	P	S		Відн. од.	%	кг.	грн/т	грн
Чавун лив.	Л2	X1	3,8	3,2	0,3	0,07	0,03	900	0	0	0	0	0
Чавун лив.	Л4	X2									0	0	0
Чавун лив.	Л5	X3									0	0	0
Чавун перер.	ПЛ1	X4									0	0	0
Чугун перер.	ПЛ2	X5									68,8831	68,26597	409,596
Чавун перер.	1А	X6									0	0	0
Брухт чавунний	1ВА	X7									882,574	196,9759	1181,86
Брухт чавунний	б. вил.	X8									0	0	0
Стружка чавунна	21А	X9									480	20,8	124,8
ВВВ	б. вил.	X10									2040	17	102
Феросиліцій	ФС45	X11	0,08	75	0,2	0,03	0,07	2160	0,001138	0,114	6,828282	2,458182	14,7491
Феромарганець	ФМц78	X12	7		80	0,35	0,03	2760	0,00362	0,362	21,72075	9,991546	59,9493
									0	100	6000	315,4916	1892,95
									1,000001			315,4916	
Хімічний склад чавуну							Очікуваний хімічний склад чавуну з урахуванням угару, %						
Марка	Вміст	C	Si	Mn	P	S	Елементи	C	Si	Mn	P	S	
СЧ 20	Min	3,3	1,4	0,7	0	0	Min	3,465	1,442	0,77	0	0	
	Max	3,5	2,4	1	<0,2	<0,15	Max	3,675	2,472	1,1	0,2	0,15	
Угар							Отриманий склад чавуну, %						
Назва елементу	C	Si	Mn	P	S	Елементи	C	Si	Mn	P	S		
Угар елементу, % від в.м. в шихті	5	3	10	0	0		3,465	1,559583	0,77	0,06378	0,06036		

Рис. 5.15. Результати пошуку рішень

Таким чином, ми одержали шукане рішення, сформульоване завданням оптимізації: з наявних (відповідно до прийнятих умов завдання) 16 компонентів шихти, призначених для одержання сірого чавуну марки СЧ20, програма вибрала склад шихти (у відсотках і кг), що забезпечує мінімальну вартість витрат на його придбання.

Контрольні питання і завдання

1. Що таке вимір?
2. Поняття про вимірювальний прилад.
3. Що таке «інструментальна погрішність»?
4. Як визначається абсолютна погрішність?
5. Як визначається відносна погрішність?
6. Як визначається приведена погрішність?
7. Що таке «основна» та «додаткова» погрішності?

8. Що таке «систематична погрішність»?
9. Дайте визначення випадковій помилці.
10. Що таке «промахи» та «прогресуючі погрішності»?
11. Охарактеризуйте методичні та суб'єктивні погрішності.
12. Як обчислюється абсолютна погрішність?
13. Як обчислюється відносна помилка?
14. Дайте визначення «точності виміру».
15. Розкажіть про випадкові величини.
16. Що таке «вибірка»?
17. Як будується гістограма та крива розподілу результатів експериментів?
18. Як і навіщо розраховується математичне очікування випадкової величини?
19. Як і навіщо розраховується дисперсія випадкової величини?
20. Що таке «середнє квадратичне відхилення випадкової величини»?
21. Поясніть поняття густини розподілу ймовірностей і функції розподілу погрішностей для нормального закону Гаусса.
22. Навіщо потрібний критерій Фішера?
23. Навіщо потрібний критерій Ст'юдента?
24. Навіщо потрібний критерій Пірсона?
25. Опишіть методику виключення грубої погрішності вимірів.
26. Що таке «пасивний експеримент»? Його недоліки.
27. Сутність методів планування експериментів.
28. Дайте визначення поняттям «фактор», «рівень фактору», «факторний простір», «область планування».
29. Дайте визначення поняттям «функція відгуку», «поверхня відгуку».
30. Дайте визначення поняттю «адекватність моделі».
31. Коротко охарактеризуйте етапи повного факторного експерименту.

32. Дайте визначення поняттям «область визначення фактору», «розмах варіювання факторів», «інтервал варіювання факторів».
33. Методи побудови матриці планування.
34. Навіщо потрібна рандомізація експериментів?
35. Як здійснюється перевірка відтворюваності експериментальних даних?
36. Як здійснюється перевірка значимості коефіцієнтів регресійної моделі?
37. Як здійснюється перевірка адекватності регресійної моделі?
38. Сутність методу дихотомії.
39. Сутність методу золотого перетину.
40. Сутність методу половинного зворотного кроку.
41. Сутність методу Гаусса-Зейделя.
42. Сутність методу випадкового пошуку.
43. Сутність методу градієнта.
44. Дайте коротку характеристику лінійному програмуванню.

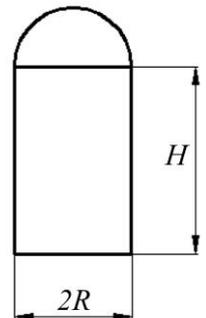
Контрольні завдання

Завдання 1.

Згідно запропонованих вихідних даних, застосуйте запропоновані методи оптимізації однофакторних систем.

Варіанти 1–5.

Задача 1. Надлив має форму циліндра з напівсферичним куполом. Об'єм надлива V заданий. Підібрати оптимальні з точки зору мінімальної поверхні розміри надлива (площа основи не враховується). Похибка розрахунку в межах 1 см.



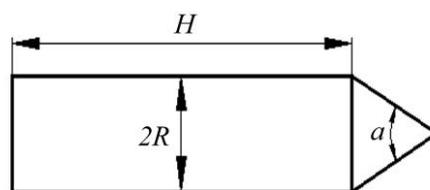
Варіант	$V, \text{ м}^3$	Обмеження, м	Метод рішення
1	60	$2,0 \leq R \leq 2,5$	Дихотомії
2	70	$2,2 \leq R \leq 2,7$	Золотого перетину
3	80	Немає	Половинного зворотного кроку
4	100	$2,0 \leq R \leq 2,5$	Дихотомії
5	110	$2,0 \leq R \leq 3,0$	Половинного зворотного кроку

Задача 2. В умовах задачі 1 необхідно максимізувати об'єм надлива при заданій площі його поверхні S . Похибка розрахунку в межах 1 см.

Варіант	$S, \text{ м}^2$	Обмеження, м	Метод рішення
1	70	Немає	Половинного зворотного кроку
2	80	$2,1 \leq R \leq 2,6$	Дихотомії
3	120	$2,0 \leq R \leq 2,5$	Золотого перетину
4	100	$2,5 \leq R \leq 3,0$	Половинного зворотного кроку
5	140	$2,4 \leq R \leq 2,6$	Дихотомії

Варіанти 6–10

Задача 3. Виливок об'ємом V має форму циліндра з конічним торцем. Кут при вершині конуса $\alpha = 90^\circ$. Підібрати з похибкою до 5 мм оптимальні розміри виливка R та H з точки зору його мінімальної площі поверхні.



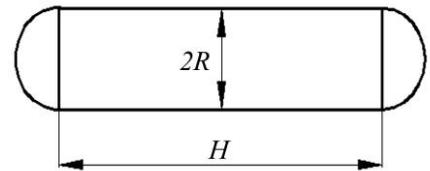
Варіант	$V, \text{ м}^3$	Обмеження, м	Метод рішення
6	3,0	$0,7 \leq R \leq 1,0$	Золотого перетину
7	3,5	Немає	Половинного зворотного кроку
8	4,0	$0,8 \leq R \leq 1,1$	Дихотомії
9	5,0	$0,6 \leq R \leq 0,9$	Половинного зворотного кроку
10	6,0	$0,9 \leq R \leq 1,2$	Дихотомії

Задача 4. В умовах задачі 3 підібрати розміри виливка, що забезпечать його максимальний об'єм при фіксованій вазі (тобто при заданій площі поверхні S).

Варіант	$S, \text{ м}^2$	Обмеження, м	Метод рішення
6	10,0	$0,6 \leq R \leq 0,9$	Дихотомії
7	15,0	$0,6 \leq R \leq 1,2$	Дихотомії
8	20,0	$1,1 \leq R \leq 1,4$	Золотого перетину
9	22,5	Немає	Половинного зворотного кроку
10	25,0	$1,2 \leq R \leq 1,5$	Половинного зворотного кроку

Варіанти 11–15

Задача 5. Спроекувати замкнутий надлив, який має при заданому об'ємі V мінімальну площу поверхні. Надлив є сукупністю циліндричної поверхні та двох напівсферичних поверхонь. Похибка отримання параметрів H і R – 5 мм.



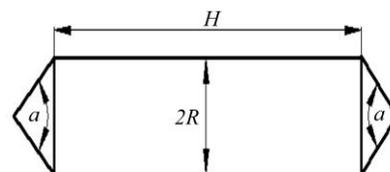
Варіант	$V, \text{ м}^3$	Обмеження, м	Метод рішення
11	2,0	$0,3 \leq R \leq 0,5$	Половинного зворотного кроку
12	3,0	$0,4 \leq R \leq 0,6$	Дихотомії
13	3,5	Немає	Половинного зворотного кроку
14	3,5	$0,15 \leq R \leq 0,65$	Дихотомії
15	4,0	$0,5 \leq R \leq 0,7$	Золотого перетину

Задача 6. В умовах задачі 5 підібрати розміри R і H так, щоб при заданій площі поверхні S надлив мав найбільший об'єм.

Варіант	$S, \text{ м}^2$	Обмеження, м	Метод рішення
11	8	$0,3 \leq R \leq 0,5$	Золотого перетину
12	10	$0,35 \leq R \leq 0,55$	Половинного зворотного кроку
13	12	$0,4 \leq R \leq 0,6$	Золотого перетину
14	14	Немає	Половинного зворотного кроку
15	16	$0,6 \leq R \leq 0,8$	Дихотомії

Варіанти 16–20

Задача 7. Спроекувати надлив у вигляді циліндра з конічними заднім та переднім кінцем. Об'єм надлива повинен складати V . Підібрати з похибкою до 5 мм такі розміри R і H , щоб площа поверхні надлива була мінімальною ($\alpha=90^\circ$).



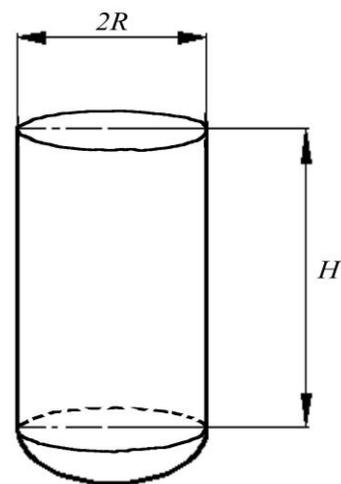
Варіант	$V, \text{ м}^3$	Обмеження, м	Метод рішення
16	2,0	$0,6 \leq R \leq 0,8$	Половинного зворотного кроку
17	2,5	Немає	Половинного зворотного кроку
18	4,0	$0,8 \leq R \leq 1,0$	Золотого перетину
19	5,0	$0,9 \leq R \leq 1,1$	Дихотомії
20	6,0	$1,0 \leq R \leq 1,2$	Дихотомії

Задача 8. В умовах задачі 7 підібрати розміри надлива, що забезпечують максимальний його об'єм при фіксованій площі поверхні S .

Варіант	$S, \text{ м}^2$	Обмеження, м	Метод рішення
16	10	$0,8 \leq R \leq 1,0$	Золотого перетину
17	15	$0,9 \leq R \leq 1,1$	Дихотомії
18	20	$1,0 < R < 1,2$	Половинного зворотного кроку
19	28	Немає	Половинного зворотного кроку
20	30	$1,3 \leq R \leq 1,5$	Дихотомії

Варіанти 21–25

Задача 9. Вилівок утворений циліндричною та напівсферичною поверхнями. Підібрати з похибкою до 1 см такі розміри R і H , які б забезпечували мінімум площі його поверхні при заданій його місткості V .



Варіант	$V, \text{ м}^3$	Обмеження, м	Метод рішення
21	5	$0,8 \leq R \leq 1,2$	Дихотомії
22	10	$1,0 \leq R \leq 1,3$	Половинного зворотного кроку
23	15	$1,3 \leq R \leq 1,6$	Дихотомії
24	20	Немає	Половинного зворотного кроку
25	25	$1,9 \leq R \leq 2,1$	Золотого перетину

Задача 10. В умовах задачі 9 підібрати розміри R і H , щоб при заданій площі поверхні місткість вилівка була максимальною.

Варіант	$S, \text{ м}^2$	Обмеження, м	Метод рішення
21	15	$0,9 \leq R \leq 1,2$	Золотого перетину
22	20	$1,1 \leq R \leq 1,4$	Половинного зворотного кроку
23	25	$1,3 \leq R \leq 1,6$	Дихотомії
24	30	$1,5 \leq R \leq 1,8$	Дихотомії
25	35	Немає	Половинного зворотного кроку

Звіт про виконання завдання 1 повинен мати для кожного з завдань:

1. Умову завдання.
2. Математичне формулювання задач оптимізації.

3. Друковану версію програми розрахунків, виконану на будь-якій алгоритмічній мові.
4. Результати розрахунків.

Завдання 2.

Згідно запропонованих вихідних даних, застосуйте метод лінійного програмування для вирішення задачі оптимізації шихтових матеріалів для отримання чавуну заданого складу.

Вихідні дані до розрахунків наведені нижче.

№ п/п	Марка чавуну ¹	Угар елементів			Садка печі, т	Вороття, %
		C	Si	Mn		
1.	СЧ15	2	4	15	0,6	30
2.	СЧ20	3	6	12	3,0	32
3.	СЧ25	4	8	10	0,16	34
4.	СЧ30	5	10	14	0,5	28
5.	СЧ35	8	12	11	1,5	26
6.	КЧ30-6	2	9	14	2,5	30
7.	КЧ33-8	3	7	12	0,25	32
8.	КЧ35-10	4	5	10	1,0	34
9.	КЧ37-12	5	3	8	6,0	28
10.	КЧ45-7	6	11	7	5,0	26
11.	КЧ50-5	7	8	11	4,5	30
12.	КЧ55-4	8	6	9	3,5	32
13.	КЧ60-3	2	4	6	1,5	34
14.	КЧ65-3	3	3	12	0,6	28
15.	КЧ70-2	4	5	10	5,5	26
16.	КЧ80-1,5	5	8	8	2,0	30
17.	ВЧ35	2	9	11	3,5	32
18.	ВЧ40	3	7	14	4,5	34

¹ Хімічний склад чавунів СЧ, КЧ, ВЧ наведений, відповідно, на стор. 76, 82 і 78 у літературі: Могилев В.К., Лев О.И. Справочник литейщика. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.

№ п/п	Марка чавуну ¹	Угар елементів			Садка печі, т	Вороття, %
		С	Si	Mn		
19.	ВЧ45	4	5	12	0,16	28
20.	ВЧ50	5	3	10	0,6	26
21.	ВЧ60	8	11	8	6,0	30
22.	ВЧ70	2	8	7	2,5	32
23.	ВЧ80	3	6	11	0,5	34
24.	ВЧ100	4	4	9	4,5	28
25.	ВЧ120	5	3	6	1,5	26

Після виконання розрахунків студент повинен показати їх викладачеві та зберегти файл на диску і дискеті.

Завдання 3.

Розрахунок оптимальної ливникової системи

Загальна постановка задачі.

Розрахунок ливникової системи починається з визначення вузького перетину за формулою

$$\sum F_{жив} = \frac{100nG}{\mu\tau\gamma\sqrt{2gH_p}}, \quad (5.4)$$

де n – кількість виливків у формі, шт.; G – маса металу у формі, що заливається, та припадає на один виливок, кг; μ – загальний коефіцієнт витрат ливникової системи (табл. 5.10); τ – тривалість заливання, с; γ – густина рідкого металу, г/см³; $g=981$ см/с² – прискорення сили тяжіння; H_p – середній металостатичний напір, см.

Величина G визначається як сума чорнової маси виливка $G_{вил}$, маси ливникової системи, що припадає на один ви-

ливок (є невідомою і називається проектним параметром), і надливків*, що припадають на один вилівок:

$$G = G_{вил} + X + G_n,$$

Таблиця 5.10. Значення коефіцієнту μ

Сплав	Опір форми		
	малий	середній	високий
Чавун	0,50/0,60	0,42/0,48	0,35/0,41
Сталь	0,42/0,50	0,32/0,38	0,25/0,30

Примітка. В чисельнику наведені дані для сирі форми, в знаменнику – для сухої. Малий опір форми – опір без повороту струменя; середній – при одному повороті струменя на 90°; високий – при двох поворотах струменя на 90°.

Тривалість заливки розраховується за формулою $\tau = S^3 \sqrt{\delta G}$, де δ – середня товщина стінок вилівка, мм; S – коефіцієнт, залежний від конфігурації вилівка.

Величина коефіцієнта S вибирається з таблиці 5.11.

Після обчислення тривалості заливання перевіряють швидкість підйому рівня металу у формі за формулою

$$V = \frac{C \cdot 10}{\tau},$$

де C – висота вилівка за положенням при зали-

ванні з урахуванням надливків, см.

Швидкість підйому повинна бути не меншою за значення, вказане в таблиці 5.12. Якщо швидкість виявиться меншою, то тривалість заливання перераховується за форму-

$$\tau = \frac{10C}{V_{min}},$$

де V_{min} – мінімальна швидкість підйому рівня

металу у формі для даної товщини стінок вилівка, мм/с (табл. 5.12).

* Для спрощення розрахунків можна прийняти масу надливків рівною нулю

Таблиця 5.11. Значення коефіцієнта S

Сплави	Підвід металу		
	знизу, сифоном	на 1/2 висоти або східчасто	зверху, рівномірно
1. Чавун	1,7–1,9	2,0	1,9–2,0
2. Сталь: – при нормальних температурах і рідкоплинності – при підвищених температурах і рідкоплинності	1,3 1,4–1,5	1,4 1,5–1,6	1,5–1,6 1,6–1,8
3. Алюмінієві	2,2–2,6	Вертикально-щілистий 3,3–4,6	
4. Магнієві	2,3–2,9	3,7–4,4	

Таблиця 5.12. Мінімальні допустимі значення середньої швидкості піднімання рівня металу в ливарній формі

Чавунний виливок		Сталевий виливок	
Товщина стінок вилівка δ , мм	Мінімальна величина V , мм/с	Товщина стінок вилівка, мм	Мінімальна величина V , мм/с
>40	10–8	>40	8–10
10–40	20–10	10–40	20–10
4–10	30–20	7–10	20
1,5–4	100–30		

Величина середнього металостатичного напору H_p визначається за формулою $H_p = H_0 - \frac{P^2}{2C}$, де H_0 – первинний максимальний металостатичний напір в розрахунковому вузькому перетині (відстань від верхнього рівня металу в лив-

никовій часті до центру тяжіння розрахункового вузького перетину), см; P – висота верхньої точки вилівка над центром тяжіння розрахункового вузького перетину, см; C – висота вилівка за положенням при заливанні з урахуванням надливків, см.

Після визначення величин G , τ , μ , H_p розраховується загальна площа вузького перетину ливникової системи (для замкнених систем – загальна площа перетину живильників).

Після розрахунку $\sum F_{жив}$, залежно від маси і матеріалу вилівка, вибирається співвідношення між площами поперечного перетину елементів ливникової системи (табл. 5.13):
 $\sum F_{жив} : \sum F_{шл} : \sum F_{ст} = A : B : B$.

Таблиця 5.13. Співвідношення площин живильників, шлакоуловлювачів і стояка

Співвідношення, що рекомендуються	Область використання
$\sum F_{жив} : \sum F_{шл} : \sum F_{ст} = 1:1,1:1,5$	Для малих і середніх вилівок з сірого чавуну і мідних сплавів
$\sum F_{жив} : \sum F_{шл} : \sum F_{ст} = 1:1,2:1,4$	Для крупних вилівок з сірого чавуну і мідних сплавів
$\sum F_{жив} : \sum F_{шл} : \sum F_{ст} = 1:1,1:1,2$	Для малих вилівок зі сталі
$\sum F_{жив} : \sum F_{шл} : \sum F_{ст} = (1,0 \dots 1,5):1,0:1,0$	Для крупних і середніх вилівок зі сталі
$\sum F_{жив} : \sum F_{шл} : \sum F_{ст} = 3:2:1$	Для вилівок з алюмінієвих сплавів
$\sum F_{жив} : \sum F_{шл} : \sum F_{ст} = 4:2:1$	Для вилівок з магнієвих сплавів

Після розрахунку сумарних площ перетину живильників, шлакоуловлювачів і стояка визначається площа кожного елемента ливникової системи, наприклад $F_{жив} = \frac{\sum F_{жив}}{n_{жив}}$, де $F_{жив}$ – площа перетину одного живильника, см²; $n_{жив}$ – кількість живильників у формі, шт.

Аналогічно розраховуються площі поперечного перетину решти елементів ливникової системи.

Знаючи сумарну довжину живильника, шлакоуловлювача і стояка, можна визначити масу ливникової системи (X – наш проектний параметр):

$$X = \gamma \left(L_{жив} \frac{\sum F_{жив}}{n_{жив}} + L_{шл} \frac{\sum F_{шл}}{n_{шл}} + L_{ст} \frac{\sum F_{ст}}{n_{ст}} \right). \quad (5.5)$$

Якщо виразити X через $\sum F_{жив}$ і врахувати вираз (5.5) співвідношення площ елементів ливникової системи, то отримаємо

$$\sum F_{y1} = \frac{1000 X}{\gamma \left(\frac{\sum L_{жив}}{n_{жив}} + B \frac{\sum L_{шл}}{n_{шл}} + B \frac{\sum L_{ст}}{n_{ст}} \right)}. \quad (5.6)$$

Порівнюючи формули (5.4) і (5.6), отримаємо цільову функцію, яку необхідно мінімізувати:

$$U = \left(\sum F_{жив} - \sum F_{y1} \right)^2 \rightarrow \min.$$

Мінімізацію функції U проводимо за допомогою пакету EXCEL (додаток «Поиск решения»).

За знайденими площами перетинів визначаються розміри живильників, шлакоуловлювачів і стояка.

Потім визначаються габаритні розміри елементів ливникової системи.

Для спрощення розрахунків можна прийняти, що профіль живильників і шлакоуловлювачів – прямокутний (рис. 5.16).

Габаритні розміри і масу воронки розраховуємо таким чином (рис. 5.17):

- $d_{ст}$ дорівнює діаметру стояка;
- $D=3d_{ст}$;
- $Hв=D$;
- $M = V \cdot \gamma = \gamma\pi h(R^2 + r^2 + Rr)/3$,

де R , r , h – відповідно, великий, малий радіуси та висота зрізаного конуса.

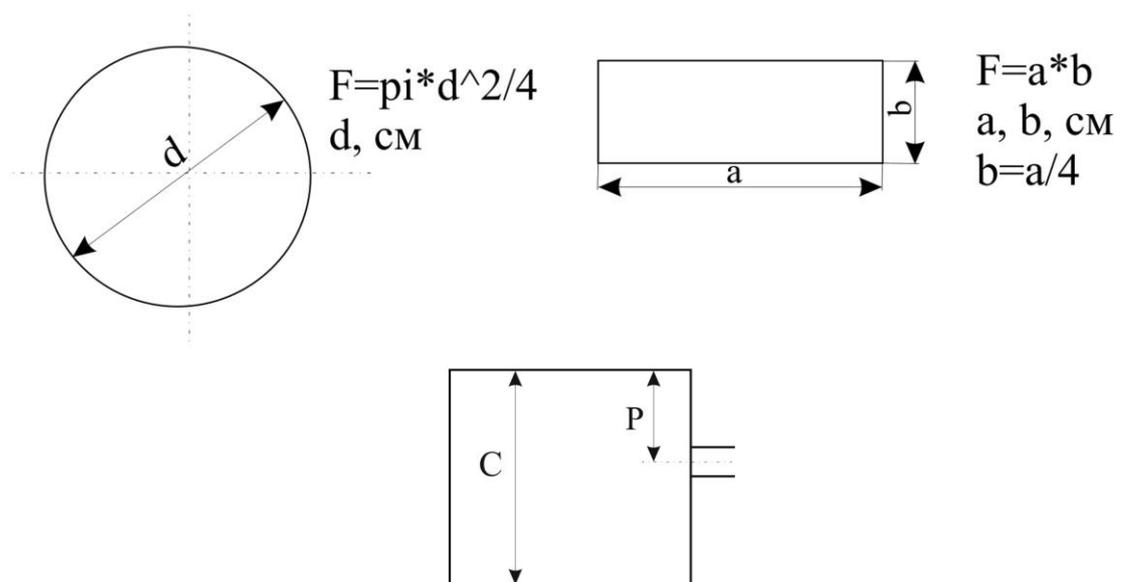


Рис. 5.16. Площа перетину елементів ливникової системи і статичний напір

Таким чином, завдання полягає у розробці алгоритму розрахунку параметрів ливникової системи з оптимізацією маси з використанням методів одновимірної оптимізації. За початкове слід наближення прийняти масу ливникової системи рівною 0.

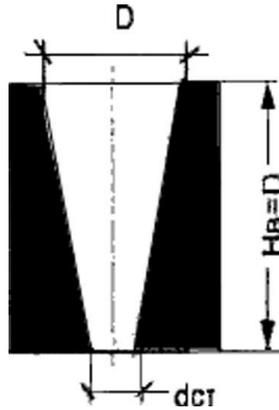


Рис. 5.17. Геометричні параметри воронки

В результаті виконання завдання потрібні такі результати розрахунку:

- масу ливникової системи, що припадає на один вилівок;
- загальну масу ливникової системи;
- сумарні площі перетинів елементів ливникової системи;
- площі перетинів кожного елемента ливникової системи;
- розміри елементів ливникової системи.

Вихідні дані для виконання самостійних розрахунків надані в табл. 5.14. Приклад результатів розрахунку з використанням пакету EXCEL наведений на рис. 5.18.

Таблиця 5.14. Вихідні дані

№	$n_{вил.}$	$\gamma, \text{г/см}^3$	$\delta, \text{мм}$	S	$V_{min}, \text{мм/с}$	$H_0, \text{см}$	$P, \text{см}$	$C, \text{см}$	$L_{жив}, \text{см}$	$L_{шл}, \text{см}$	$L_{ст}, \text{см}$	$G_{вил}, \text{кг}$	μ
1	2	7,2	20	2	10	11	5	8	3	14	8	12	0,32
2	4	6,9	16	2	11	12	5	9	5	10	12	11	0,42
3	3	7,0	10	1,6	15	14	5	10	5	9	14	6	0,32
4	2	7,0	10	2	15	10	5	7	4	12	12	16	0,32
5	5	7,2	12	1,8	20	8	2	4	5	11	10	47	0,42
6	3	7,2	10	2	15	6	1	2	2	12	6	23	0,42
7	2	7,0	10	2	17	10	3	3	5	15	10	9	0,32
8	1	7,2	14	2	15	10	5	4	5	12	10	14	0,42
9	2	7,0	10	2	15	10	2	2	5	16	12	48	0,32
10	3	7,2	10	1,4	12	10	2	4	5	12	12	34	0,42
11	4	7,0	10	2	10	10	1	5	5	12	12	5	0,32
12	5	7,2	16	2	8	10	5	6	5	18	14	19	0,42
13	6	7,0	10	2	15	10	3	5	5	12	15	42	0,32
14	6	7,2	8	1,3	15	10	3	5	5	20	14	29	0,42
15	1	7,0	10	2	4	10	2	5	5	22	12	31	0,32
16	3	7,2	10	1,2	15	30	0	5	5	24	10	2	0,42
17	2	7,2	10	2	12	10	2	7	5	12	12	45	0,42
18	6	7,0	4	2	5	10	2	7	5	12	14	23	0,32
19	2	7,2	10	1,9	15	10	2	5	5	15	10	18	0,42
20	4	7,0	12	1,4	10	15	3	6	10	15	10	49	0,32
21	3	7,2	14	2	10	15	5	5	12	12	10	34	0,42
22	5	7,0	10	2	12	15	2	3	15	16	12	42	0,32
23	6	7,2	10	1,4	11	15	2	6	8	12	12	54	0,42
24	8	7,0	10	2	10	15	1	7	8	12	12	54	0,32
25	4	7,2	16	2	9	15	5	8	15	18	14	39	0,42

Примітка: $n_{вил.}$ – кількість виливків у формі, шт.; $G_{вил}$ – маса металу у формі, що заливається, та припадає на один виливок, кг; μ – загальний коефіцієнт витрат ливникової системи; τ – тривалість заливання, с; γ – густина рідкого металу, г/см³; V_{min} – мінімальна швидкість підйому рівня металу у формі для даної товщини стінок виливка, мм/с; H_0 – первинний максимальний металостатичний напір в розрахунковому вузькому перетині (відстань від верхнього рівня металу в чані до центру тяжіння розрахункового вузького перетину), см; P – висота верхньої точки виливка над центром тяжіння розрахункового вузького перетину, см; C – висота виливка за положенням при заливанні з урахуванням надливків, см; δ – середня товщина стінок виливка, мм; S – коефіцієнт, залежний від конфігурації виливка; $L_{жив}$, $L_{шл}$, $L_{ст}$, – відповідно, довжина живильника, шлаковловлювача, стояка.

Microsoft Excel - 3 задание

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

Введите вопрос

Times New Roman 12 Ж К Ч

F22 3,80227164269983

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	Матеріал виливків (сталь -1, чавун - 2)							1											
2	Маса виливків $G_{ел}$, кг							45											
3	Маса ливникової лійки, кг							8,4											
4	Коефіцієнт конфігурації виливків S							2			F вузьке (по формулі Дубицького), см ² =				17,343				
5	Середня товщина стінок виливків d , мм							16			F вузьке (по масі ливникової системи), см ² =				17,343				
6	Висота виливків у формі з урахуванням надливків C , см							18			Цільова функція (Fжив-Fy1)^2->min				1E-29				
7	Загальний коефіцієнт витрат ливникової системи m							0,4											
8	Густина рідкого металу ρ , г/см ³							7,2											
9	Прискорення сили тяжіння g , см/с ²							981			Площа шлакоуловлювачів, см ²		19,0773						
10	Металостатичний напір H_0 , см							15			Площа стояка, см ²		20,8116						
11	Висота верхньої точки виливків над центром тяжіння P , см							5											
12	Кількість живильників у формі K , шт.							4											
13	Кількість шлакоуловлювачів у формі K , шт.							2			Параметри ливникової лійки								
14	Кількість стояків у формі K , шт.							1			dст, см=	5,148936	V, см ³ =	1160,87					
15	Кількість виливків у формі n , шт.							4			D, см=	15,44681	M, кг =	8,35828					
16	Співвідношення $\sum F_{жиз} : \sum F_{шл} : \sum F_{ст} = A : B : B$							1	1,1	1,2	h, см=	12,87234							
17	Сумарна довжина живильників, см $\sum L_{жиз}$							15											
18	Сумарна довжина шлакоуловлювачів, см $\sum L_{шл}$							18											
19	Сумарна довжина стояків, см $\sum L_{ст}$							14											
20																			
21	Маса металу у формі на 1 виливок, кг							48,802			Розміри елементів ливн системи								
22	Маса ливникової системи X , кг							3,8023			Живильник, см	Шлакоуловлювач, см	Стояк, см						
23	Тривалість заливання розр., с							14,75			a=	8,328977	a=	8,7355	d=	5,149			
24	Швидкість підйому металу, мм/с розр.							12,203			b=	2,082244	b=	10,9194					
25	Тривалість заливання факт., с							15											
26	Середній металостат. напір H_p							14,306											
27	Швидкість підйому металу, мм/с табл.							12											
28																			

Готово

Рис. 5.18. Приклад розрахунку параметрів ливникової системи з використанням пакету EXCEL

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Огурцов А. П. Непрерывное литье стали / Огурцов А. П., Гресс А. В. - Днепропетровск : Системные технологии, 2002. – 675 с.
2. Огурцов А. П. Тепломассообменные процессы финишных операций обработки стали. В двух книгах. Книга первая – Теоретические основы и исследования тепломассообменных процессов ковшовой металлургии и разливки стали в изложницы / [Огурцов А. П., Недопекин Ф. В., Гресс А. В., Павлюченков И. А.]. - Днепропетровск: ДГТУ, 2007. – 430 с.
3. Огурцов А. П. Тепломассообменные процессы финишных операций обработки стали. В двух книгах. Книга вторая – Тепломассообменные процессы при разливке стали на МНЛЗ / [Огурцов А. П., Недопекин Ф. В., Гресс А. В., Павлюченков И. А.]. - Днепропетровск: ДГТУ, 2007. – 301 с.
4. Марков Б. Л. Физическое моделирование в металлургии / Марков Б. Л., Кирсанов А. А. – М. : Металлургия, 1984. – 119 с.
5. Штремель М. А. Инженер в лаборатории (организация труда). – М. : Металлургия, 1983. – 128 с.
6. Эльдарханов А. С. Процессы формирования оливок и их моделирование / Эльдарханов А. С., Ефимов В. А., Нурадинов А. С. – М. : Машиностроение, 2001. – 208 с.
7. Линчевский Б. В. Техника металлургического эксперимента. М. : Металлургия, 1992. – 240 с.
8. Яковлев Ю. Н. Моделирование сталеплавильных процессов. Учеб. пособие. – Днепропетровск : НМетАУ, 2006. – 36 с.
9. Маковский В. А., Шевцов Е. К., Немченко Е. Ф. Технологические измерения в металлургии. – К. : Техника, 1978. – 197 с.
10. Основы научных исследований в черной металлургии / [Баптизманский В. И., Воловик Г. А., Емлин Б. И. и др.]. – К.–Донецк : Вища шк., 1985. – 205 с.

11. Белай Г. Е. Организация металлургического эксперимента / Белай Г. Е., Дембовский В. В., Соценко О. В. - М. : Металлургия, 1993. – 256 с.
12. Организация эксперимента / Под общ. ред. В. И. Баптизманского, Ю. Н. Яковлева. К. : УМК ВО, 1992. – 244 с.
13. Еронько С. П. Физическое моделирование процессов внепечной обработки и разлива стали / С. П. Еронько, С. В. Быковских. – К. : Техніка, 1998. – 136 с.
14. Мудров А. Е. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль / Мудров А. Е. – Томск : МП «РАСКО», 1991. – 272 с.
15. Пономаренко О. И. Оптимизация технологических решений для цехов литейного производства / Пономаренко О. И. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2007. – 320 с.

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

ГРЕСС Олександр Володимирович

ОГУРЦОВ Анатолій Павлович

НЕДОПЬОКІН Федір Вікторович

**ДОСЛІДЖЕННЯ, МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ
ЛИВАРНИХ СИСТЕМ**

Підписано до друку

Формат _____. Обсяг _____ умов. др. арк.

Тираж 300 примірників. Замовлення №

51918, м. Дніпродзержинськ, вул. Дніпробудівська, 2.