

АНОТАЦІЯ

Чигір Р.Р. Конструктивно-продукційне моделювання фракталів. — Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 122 – Комп'ютерні науки (галузь знань 12 – Інформаційні технології). – Український держаний університет науки і технологій, Дніпро, 2025.

Дисертація присвячена розробці та дослідженню методів і засобів моделювання фракталів на основі конструктивно-продукційного моделювання.

У дисертаційній роботі отримані нові науково обґрунтовані теоретичні та експериментальні результати, що у сукупності дозволять реалізувати принципи моделювання на основі конструкторів та проводити багаторазові дослідження зі фракталами та бієктивними відображеннями їх з різною елементною базою носія.

Фрактали знаходять практичне застосування в багатьох сферах діяльності, що підтверджує важливість розробки нових підходів до їх конструювання. У сфері комп'ютерної графіки фрактали є інструментом для створення складних візуальних ефектів і моделювання природних явищ, таких як річкові мережі та гірські ландшафти. Фрактальна графіка базується на фрактальній геометрії і дозволяє описати складні об'єкти за допомогою всього лише декількох математичних виразів. Для прогнозу фізико-механічних характеристик різних матеріалів на підставі аналізу їх структури застосовуються методи математичного моделювання, включаючи фрактальну геометрію.

Однак, фрактальні моделі, що базуються на класичних системах геометричних перетворень, мають обмеження: неможливо повторно використовувати прості моделі у складних та мультиструктурних композиціях. Це створює потребу в нових підходах. У дослідженні пропонується новий підхід до формування фракталів: використання проміжної форми у вигляді мультисимвольної послідовності, що отримується методами L-систем. Важливість L-систем у фрактальному моделюванні не можна недооцінювати, оскільки їх рекурсивна природа легко призводить до самоподібності.

Актуальність конструктивно-продукційного підходу до моделювання фракталів підтверджується сучасними дослідженнями. Цей підхід, заснований на формальних граматиках, забезпечує гнучкі можливості з налаштування генерації фракталів, дозволяє формувати їх з неоднорідних елементів і комбінувати різні підходи, що значно розширює можливості практичного застосування. Конструктивно-продукційне моделювання, що поєднує апарат формальних граматик із принципами об'єктно-орієнтованого та компонентного проєктування, надає можливості для породження та трансформації складних об'єктів на базі конструктору. Це дозволяє формувати ієрархії різнорідних фрактальних фігур з різною елементною базою носія, підтримувати адаптивну зміну параметрів і багаторазово використовувати вже розроблені фрагменти моделей. Така гнучкість є надзвичайно важливою для сучасних задач комп'ютерної графіки та симуляцій природних явищ.

Предметом дослідження є методи, моделі та програмні засоби для формування фракталів з проміжним представленням у вигляді мультисимвольних послідовностей на основі конструктивно-продукційного моделювання.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному:

- розроблено конструктивно-продукційний метод формування фракталів з проміжним конструюванням у вигляді мультисимвольних послідовностей. Як і найближчий аналог – L-системи – він забезпечує фрактальність (самоподібність) формуємих конструкцій різної елементної бази носія з неочевидною самоподібністю, та на відміну від L-систем вирізняється гнучкістю при формуванні модифікацій та споріднених фракталів. Встановлено, що більшість класичних підходів не забезпечують необхідного рівня керованості та універсальності для створення складних морфологічних структур, особливо в умовах зміни параметрів у режимі реального часу.;
- виконано класифікацію конструкторів. На відміну від інших, сформована таксономія поділяє конструктори за функціональним призначенням та можливостями їх комбінування;

- розроблено конструктивно-продукційні моделі фракталів з різною елементною базою з бієктивним відображенням у декількох формах. На відміну від класичних L-систем, формування моделей виконується з оглядом на предметну область конструктору та використовується більш складні форми представлення об'єктів;

- для формалізації зв'язків з керування та даних між сукупністю конструкторів, що вирішують єдину задачу конструювання, розроблено модель мультиконструктора з її візуалізацією;

- встановлено для класичних геометричних фракталів зі стохастичними відхиленнями при їх формуванні властивості самоподібності та фрактальної розмірності не взаємопов'язані. У результаті експериментальних досліджень встановлено, що при зміні довжини лінії на кожному кроці формування класичних геометричних фракталів з математичним очікуванням та дисперсією, що дорівнюють одиниці, фрактальна розмірність може варіюватися в межах 5...15%;

- на основі розроблених моделей запропоновано спосіб встановлення бієктивного відображення конструкцій з різною елементною базою носія. Встановлені залежності фрактальної розмірності класичних геометричних фракталів від стохастичної варіативності довжини лінії та кута нахилу, та на їх основі зроблені висновки щодо того, що при їх формуванні властивості самоподібності та фрактальної розмірності не мають однозначного зв'язку;

- розроблено кроссплатформене програмне забезпечення «Конструктор 1.1» та браузерне «Конструктор 2.0», яке втілює запропоновані підходи та забезпечує повний цикл формування конструкторів. Розроблене програмне забезпечення є у деякій мірі уніфіковане, що надає можливість його використання у майбутніх дослідженнях з застосуванням конструктивно-продукційного моделювання.

- удосконалено методи формування та розробки конструкторів при дослідженні з використанням конструктивно-продукційного моделювання, зокрема, сформульовано принципи конструктивної парадигми сприйняття світу та відповідних моделей. В результаті узагальнення методів і засобів конструктивно-продукційного моделювання представлених у багатьох попередніх роботах різ-

них дослідників, сформульовані основні положення конструктивної парадигми та розроблена таксономія конструктивно-продукційного моделювання, що сприятиме подальшому використанню цієї парадигми

- отримала подальший розвиток теорія фракталів у частині взаємозв'язку властивостей фракталів: самоподібності та фрактальної розмірності.

У першому розділі проведено комплексний аналіз сучасного стану проблеми моделювання фракталів та конструктивно-продукційних систем. Розглянуто теоретичні засади фрактальної геометрії, методи на основі ітеративних функціональних систем, L-систем та теорії хаосу. Проаналізовано апарат формальних граматики та його еволюцію. Систематизовано теоретико-методологічні засади конструктивізму. За результатами аналізу виявлено ключові обмеження існуючих підходів, зокрема відсутність уніфікованого інструментарію для композиційного моделювання, та обґрунтовано доцільність розробки нової, універсальної парадигми на засадах конструктивізму.

У другому розділі викладено теоретичні засади запропонованого конструктивно-продукційного підходу. Сформульовано основоположні принципи конструктивної парадигми. Введено формальне визначення узагальненого конструктора та представлена послідовність уточнюючих перетворень (спеціалізація, інтерпретація, конкретизація, реалізація) як механізм переходу від абстрактної моделі до конкретної. Розроблено оригінальну таксономію конструкторів за функціональним призначенням та способом взаємодії. Запропоновано модель мультиконструктора як засобу композиції та оркестрації взаємопов'язаних конструкторів.

У третьому розділі описано розробку інструментального програмного забезпечення «Конструктор 1.1» та «Конструктор 2.0», що реалізує запропоновані теоретичні положення. Визначено функціональні вимоги та задачі програмного забезпечення. Продемонстровано функціональність середовища на прикладах створення та уточнення конструкторів для моделювання геометричних фракталів.

У четвертому розділі представлено результати моделювання фрактальних структур з використанням розробленого інструментарію. Розроблено конструктивно-продукційні моделі для класичних геометричних фракталів, фрактальних ча-

сових рядів (на прикладі моделювання грозового фронту), мультифракталів та тривимірних фрактальних поверхонь (на прикладі китайської пагоди). Продemonстровано можливості бієктивного відображення між фракталами різної природи. Проведено експериментальне дослідження залежності фрактальної розмірності від стохастичних відхилень, що підтвердило відсутність прямого зв'язку між самоподібністю та фрактальною розмірністю для стохастичних фракталів.

Таким чином, у дисертаційній роботі вирішено актуальну науково-прикладну задачу формалізованого представлення, генерації та візуалізації фрактальних структур на основі конструктивно-продукційного підходу. Розроблено відповідну теоретичну модель, визначено алгоритми побудови та трансформації конструкцій, а також створено програмне забезпечення, що забезпечує їхню реалізацію з урахуванням параметричної варіативності, контекстних залежностей та можливостей інтерактивного керування.

Ключові слова: фрактал, фрактальні часові ряди, фрактальна розмірність, конструктивно-продукційне моделювання, L-система, конструктор, формальні граматики, бієктивне відображення, програмне забезпечення, інформаційні технології.

ABSTRACT

Chyhir R.R. Construction-synthesizing modeling of fractals. — Qualifying scientific work on manuscript rights.

Dissertation for the degree of PhD in specialty 122 "Computer Science" - Ukrainian State University of Science and Technology, Dnipro, 2025.

The dissertation is devoted to the research and development of various methods and tools for modeling fractals based on constructive-synthesizing modeling.

The thesis provides new scientifically grounded theoretical and experimental results that will allow implementing the principles of constructor-based modeling and conducting repeated studies with fractals and bijection reflections with different elemental carrier bases.

Fractals find practical application in many areas of activity, which confirms the importance of developing new approaches to their construction. In the field of computer graphics, fractals are a tool for creating complex visual effects and modeling natural phenomena, such as river networks and mountain landscapes. Fractal graphics is based on fractal geometry and allows you to describe complex objects using just a few mathematical expressions. Mathematical modeling methods, including fractal geometry, are used to predict the physical and mechanical characteristics of various materials based on the analysis of their structure.

However, fractal models based on classical systems of geometric transformations have limitations: it is impossible to reuse simple models in complex and multistructural compositions. This creates a need for new approaches. The study proposes a new approach to the formation of fractals: the use of an intermediate form in the form of a multi-character sequence obtained by L-systems. The importance of L-systems in fractal modeling cannot be underestimated, since their recursive nature easily leads to self-similarity.

The relevance of the constructive-synthesizing approach to fractal modeling is confirmed by modern research. This approach, based on formal grammars, provides flexible possibilities for setting up the generation of fractals, allows them to be formed from heterogeneous elements and combine different approaches, which significantly

expands the possibilities of practical application. Constructive-synthesizing modelling, which combines the apparatus of formal grammars with the principles of object-oriented and component design, provides opportunities for generating and transforming complex objects based on a constructor. This allows you to form hierarchies of heterogeneous fractal shapes with different elemental carrier bases, support adaptive parameter changes, and reuse already developed model fragments. Such flexibility is extremely important for modern computer graphics and natural phenomena simulation tasks.

The subject of the study is methods, models and software tools for the formation of fractals with intermediate representation in the form of multi-character sequences based on constructive-synthesizing modeling.

The scientific novelty of the results is as follows:

- a constructive-synthesizing method of forming fractals with intermediate construction in the form of multisymbol sequences has been developed. Like its closest analogue – L-systems – it provides fractality (self-similarity) of the formed structures of different element base of the carrier with non-obvious self-similarity, and unlike L-systems, it is flexible in the formation of modifications and related fractals. It has been established that most classical approaches do not provide the necessary level of controllability and versatility to create complex morphological structures, especially in the conditions of changing parameters in real time;
- classification of constructors. Unlike others, the formed taxonomy divides constructors by their functional purpose and possibilities of their combination;
- constructive-synthesizing models of fractals with different element base with bi-electric display in several forms are developed. In contrast to classical L-systems, the formation of models is performed with regard to the subject area of the constructor and more complex forms of object representation are used;
- to formalise the control and data links between a set of constructors that solve a single constructive problem, a multiconstructor model with its visualisation has been developed;
- it is established that for classical geometric fractals with stochastic deviations in their formation, the properties of self-similarity and fractal dimensionality are not in-

terrelated. As a result of experimental studies, it was found that when the length of the line is changed at each step of the formation of classical geometric fractals with mathematical expectation and variance equal to one, the fractal dimension can vary within 5...15%;

- on the basis of the developed models, a method for establishing a bijection display of structures with different elemental base of the carrier is proposed. The dependences of the fractal dimension of classical geometric fractals on the hundred-hysteretic variability of the line length and the angle of inclination are established, and on their basis it is concluded that the properties of self-similarity and fractal dimension are not unambiguously related in their formation;

- cross-platform software 'Constructor 1.1' and desktop software 'Constructor 2.0' were developed, which embodies the proposed approaches and provides a full cycle of constructors' formation. The developed software is to some extent unified, which makes it possible to use it in future research with the use of constructive-synthesizing modeling.

- the methods of formation and development of constructors in research using constructive-synthesizing modeling have been improved, in particular, the principles of the constructive paradigm of world perception and corresponding models have been formulated. As a result of generalising the methods and tools of constructive-synthesizing modelling presented in many previous works by different researchers, the main provisions of the constructive paradigm were formulated and a taxonomy of constructive-synthesizing modeling was developed, which will facilitate the further use of this paradigm

- the theory of fractals was further developed in terms of the relationship between the properties of fractals: self-similarity and fractal dimension.

In the first section, a comprehensive analysis of the current state of the problem of modeling fractals and constructive-synthesizing systems is carried out. The theoretical foundations of fractal geometry, methods based on iterative functional systems, L-systems and chaos theory are considered. The apparatus of formal grammars and its evolution are analysed. The theoretical and methodological foundations of constructiv-

ism are systematised. The analysis reveals the key limitations of existing approaches, in particular the lack of unified tools for compositional modeling, and substantiates the expediency of developing a new, universal paradigm based on constructivism.

The second section outlines the theoretical foundations of the proposed constructive-synthesizing approach. The basic principles of the constructive paradigm are formulated. A formal definition of a generalised constructor is introduced and a sequence of refinement transformations (specialisation, interpretation, specification, realisation) is described as a mechanism for the transition from an abstract model to a concrete one. An original taxonomy of constructors by functional purpose and method of interaction is developed. The model of a multi-constructor as a means of composing and orchestrating interconnected constructors is proposed.

The third section describes the development of the instrumental software «Constructor 1.1» and «Constructor 2.0», which implements the proposed theoretical provisions. The functional requirements and tasks of the software are defined. The functionality of the environment is demonstrated on the examples of creating and refining constructors for modeling geometric fractals.

The chapter four presents the results of experimental modeling of fractal structures using the developed tools. Constructive-synthesizing models for classical geometric fractals, fractal time series (for example, modeling a thunderstorm front), multifractals and three-dimensional fractal surfaces (for example, a Chinese pagoda) are developed. The possibilities of bijection between fractals of different nature are demonstrated. An experimental study of the dependence of the fractal dimension on stochastic deviations is carried out, which confirms the absence of a direct relationship between self-similarity and fractal dimension for stochastic fractals.

Therefore, the thesis solves the actual scientific and applied problem of formalised representation, generation and visualisation of fractal structures based on the constructive-synthesizing approach. The corresponding theoretical model was developed, algorithms for constructing and transforming structures were determined, and software was created to ensure their implementation, taking into account parametric variability, contextual dependencies and interactive control capabilities.

Keywords: fractal, fractal time series, fractal dimension, constructive-synthesizing modeling, L-system, constructor, formal grammars, bijection, software, information technology.